

Krystalloptik

von August Becker



KRISTALLOPTIK.

Eine ausführliche elementare Darstellung
aller wesentlichen Erscheinungen, welche die Kristalle in
der Optik darbieten, nebst einer historischen Entwicklung
der Theorien des Lichts.

VON

DR. AUGUST BECKER,
ERSTER ASSISTENT AM PHYSIKALISCHEN INSTITUT
DER UNIVERSITÄT KIEL.

MIT 106 IN DEN TEXT GEDRUCKTEN FIGUREN.



STUTTGART.
VERLAG VON FERDINAND ENKE.
1903.

Druck der Union Deutsche Verlagsgesellschaft in Stuttgart.

Vorwort.

Die Kristalloptik findet in fast allen Fällen ihre ausschliessliche Erledigung in einigen Abschnitten grösserer Lehrbücher der physikalischen Kristallographie und der Experimentalphysik. Während im einen Fall nur die notwendigsten Bedürfnisse der Mineralogen befriedigt werden, ist es im andern nur ein mehr oder weniger ausgewählter Ueberblick für Naturwissenschaftler im allgemeinen. Eine umfassende Darlegung sämtlicher Erscheinungen auf diesem Gebiet mit Berücksichtigung aller der mannigfaltigsten Erklärungsversuche, die im Laufe des vorigen Jahrhunderts ausgedacht wurden und teilweise durch ihren Einfluss auf viele Disziplinen der Physik eine grössere Bedeutung erlangten, lässt sich dabei vermissen. Das vorliegende Buch bezweckt diese gleichmässige Vereinigung von Erfahrung und Theorie, um sowohl dem Praktiker das Verständnis der theoretischen Arbeiten auf diesem weiten Gebiet als auch dem Theoretiker einen übersichtlichen Einblick in alle die verschiedenartigsten Erscheinungen zu erleichtern.

Im Hauptteil der Auseinandersetzungen wurden der Einfachheit halber die Prinzipien der Undulationstheorie zur Erklärung beibehalten. Indes führen eine Uebersicht über die wesentlichen andern Theorien und eine Darlegung der Prinzipien der elektromagnetischen Lichttheorie zu den neuesten theoretischen Arbeiten in der Optik über und sollen deren Verständnis erleichtern. Soweit mathematische Ausführungen zur Erklärung nötig wurden, konnte auf grössere Vorkenntnisse verzichtet werden. Um indes dem Fort-

geschrittenen den Einblick in einzelne tiefere Zweige der Disziplin zu ermöglichen, sind Ableitungen in kleinerem Druck eingestreut. Sie unterbrechen den Hauptteil nicht und können deshalb ohne Gefährdung des Zusammenhangs übergangen werden.

Möge das Buch dazu dienen, allen denen, die einen umfassenden Ueberblick über die Erscheinungen der Kristalloptik oder einen gründlicheren Einblick in das Wesen dieser Disziplin, besonders zum Verständnis der elektromagnetischen Lichttheorie, wünschen, Studierenden der Naturwissenschaften, Lehrern und Praktikern in Optik nützlich zu sein.

Ein Hinweis auf Irrtümer oder mögliche Verbesserungen würde gern berücksichtigt werden.

Kiel, im Januar 1903.

Der Verfasser.

Inhaltsverzeichnis.

Seite

Allgemeines.

Kapitel I. Geradlinige Polarisation.

Kapitel II. Wellenflächen.

Kapitel III. Chromatische Polarisation.

Kapitel XI. **Theorien des Lichts.**

Allgemeines.

1. Kristalle. Die natürliche, allseitig von ebenen Flächen regelmässig begrenzte Form eines Minerals ist ein Kristall. Dass diese Form nicht nur eine äusserliche, zufällig gewordene ist, ergibt sich aus der Tatsache, dass sie in genau derselben Weise bei allen Individuen desselben Minerals immer wiederkehrt. Zwar erscheint sie bei manchen Gebilden unregelmässiger und verschoben, indem die gleichliegenden Flächen einmal gross, das andre Mal sehr klein sind; aber trotzdem bleibt die Anordnung der Flächen am Kristall immer streng dieselbe: der Winkel zwischen zwei Flächen ist in allen Kristallindividuen desselben Stoffs derselbe. — Ein Kristall ist deshalb nicht durch die Grösse seiner Flächen, sondern nur durch die Winkel zwischen denselben eindeutig bestimmt. Diese Gesetzmässigkeit kann keine äusserliche sein, sondern muss aus inneren Kräften hervorgegangen sein; eine Parallelverschiebung der einzelnen Flächen nach dem Innern des Kristalls liefert immer wieder ein Gebilde, das in allen seinen physikalischen und kristallographischen Eigenschaften mit dem ursprünglichen gleich ist. Es geht dies auch aus dem Prozess des Wachstums der Kristalle hervor, wo schon die kleinste Menge gebildeter Kristallsubstanz die Form des ausgewachsenen Individuums besitzt, wo dieselbe nur den Kern bildet, um den sich neue Mineralsubstanz in strenger Gesetzmässigkeit anlagert. Man kann sich deshalb jeden Kristall bestehend denken aus einem Komplex unendlich vieler Moleküle, von denen jedes schon die ausgesprochene Form besitzt und mit allen seinen Flächen dieselbe Orientierung hat wie jedes andre: gleichartige Flächen laufen einander parallel.

Um eine einfache Beziehung zwischen den einzelnen Flächen zu finden, werden sie auf ein Koordinatensystem mit drei Achsen bezogen, die man sich derart in den Kristall hineingelegt denkt, dass die durch denselben möglichen Ebenen der Symmetrie auch durch die Achsen gelegt werden können, deren Anfangspunkt demnach gewissermassen der Schwerpunkt des Kristalls ist. Hinsichtlich der Zahl der Symmetrieebenen, die durch ein solches Achsenkreuz gelegt werden können, sind sechs verschiedene Kristallsysteme möglich. In denselben werden die Achsen teils gleichwertig, teils ungleichwertig sein. Eine Achse heisst eine Symmetrieachse, wenn sie auf einer Ebene senkrecht steht, die den Kristall in zwei einander symmetrische Hälften teilt; sie ist eine Hauptsymmetrieachse, wenn ihre Symmetrieebene, die Hauptsymmetrieebene, ein reguläres Polygon darstellt.

Die danach möglichen Systeme sind:

1. Reguläres System:	9	Symmetrieachsen,	3	Hauptsymmetrieachsen.
2. Hexagonales System:	7	„	1	„
3. Quadratisches System:	5	„	1	„
4. Rhombisches System:	3	„	—	„
5. Monoklines System:	1	„	—	„
6. Triklines System:	keine Symmetrieaxen.			

Die innere Gesetzmässigkeit des Aufbaus drückt sich am augenfälligsten in dem physikalischen Verhalten der Kristalle aus. Wird ein Kristall gespalten, so läuft eine Spaltfläche immer einer möglichen Kristallfläche parallel. So zerfällt das in Würfeln kristallisierende Steinsalz immer in Würfel, der Kalkspat in hexagonale Rhomboëder. Ist die Fläche eines Kristalls mit einer dünnen Wachsschicht überzogen, und wird in ihrer Mitte eine warme Metallspitze aufgesetzt, so schmilzt das Wachs im allgemeinen nicht rings um die Spitze gleich schnell, sondern es breitet sich die Wärme nach verschiedenen Seiten verschieden schnell aus, und das Wachs deutet eine Kurve auf der Kristallfläche an, die in solchen Fällen von einem Kreis verschieden ist. Nur bei regulären Kristallen ist dieselbe ein Kreis auf allen Flächen. Bei den andern ist sie im allgemeinen elliptisch, und zwar tritt immer dieselbe Ellipse auf allen Spaltflächen auf, die der ursprünglichen parallel gehen; auf einer gegen die erste geneigten Fläche da-

gegen ändert sich die Gestalt derselben. Man findet daraus, dass die Eigenschaften eines Kristalls nicht von einem bestimmten Ort abhängen, an dem eine Kraft wirkt, sondern nur von der Richtung, in welcher sie wirkt, so dass alle einander parallelen Richtungen bei allen Kristallen physikalisch gleichwertig sind. Dies geht auch daraus hervor, dass die Qualität der Erscheinungen von der Grösse des Kristalls unabhängig ist, dass sie sich nur ändert mit der Richtung, welche die Kraftwirkung gegen die Achsen besitzt. Während daher die geometrische Achse an einen festen Punkt gebunden ist, ist es die physikalische nur an eine bestimmte Richtung. Eine solche Verschiedenheit tritt jedoch nur nach den Richtungen auf, nach denen auch die Symmetrieverhältnisse geändert sind. Kristallographisch gleichwertige Richtungen sind es auch in physikalischer Beziehung.

So wie sich die Kristalle gegen die Wärme, mechanische Einflüsse, Elektrizität u. s. w. in verschiedenen Richtungen verschieden verhalten, so auch gegen das Licht. Hier werden aber die Erscheinungen infolge der grossen Verschiedenheiten in der Kristallstruktur und der Feinheit der die optischen Wirkungen fortpflanzenden Materie äusserst mannigfaltig und oft verwickelt.

2. **Licht.** Jeder auf die Netzhaut unsres Auges ausgeübte Reiz ruft die Empfindung von Licht hervor. Es muss also jeder Körper, der von uns wahrgenommen wird, Ursache eines Reizes auf unsre Sehnerven sein. Dieser Reiz ist möglich entweder dadurch, dass vom leuchtenden Punkt Teilchen fortgeschleudert werden bis an unser Auge (Emanationstheorie), oder dass der Körper die zwischen ihm und unserm Auge befindliche Schicht alteriert, so dass diese gewissermassen der Träger der von ihm ausgehenden Lichtwirkung ist. Eine direkte Fernwirkung ohne Beeinflussung der zwischen Leuchtobjekt und Auge liegenden Materie ist unmöglich, da eine Aenderung dieser Zwischenschichten auch die Fortpflanzung des Lichts beeinflusst. Dass auch die Emanationstheorie eine ungenügende Erklärung der Erscheinungen gibt, weil sie mit den Tatsachen der Erfahrung oft in Widerspruch steht, wird aus den Darlegungen über die Theorie des Lichts später noch ersichtlicher werden. Ueber die Wirkung der Zwischenschicht, deren Annahme daher sich als notwendig er-

weist, sind verschiedene Ansichten entwickelt worden, wie sich später ausführlich zeigen wird. Da es hier in erster Linie darauf ankommt, eine Erklärungsweise zu suchen, die in elementarster Form sämtlichen Erscheinungen im wesentlichen genügt, so wenden wir im folgenden die Undulationstheorie an und verfehlen nicht, an den Stellen, wo sie eine ungezwungene Deutung der Erscheinungen nicht zu geben vermag, darauf hinzuweisen. Es wird so am einfachsten eine richtige Vorstellung erweckt werden können von der Notwendigkeit des Uebergangs zu neuen Theorien, und gleichzeitig wird das Verständnis der letzteren, die sich von vornherein nicht ohne weitergehende mathematische Deduktionen erledigen lassen, wesentlich erleichtert werden, weil man auf diese Weise die Ziele, die sie erstreben, selbst aus dem Gang der historischen Entwicklung entnehmen kann.

Die Undulationstheorie wurde von Thomas Young und Augustin Jean Fresnel zu Anfang des 19. Jahrhunderts begründet. Danach besteht das Licht aus einer vibrierenden Bewegung kleiner Teilchen und zwar, wie das später sich noch zeigen wird, senkrecht zur Richtung der Fortpflanzung. Als Träger dieser Vibration wird ein Fluidum angenommen, das jede Materie durchdringt, selbst unwägbar ist und die Eigenschaften fester Körper besitzt, der Aether. Zu dieser letzteren Ansicht musste man deshalb kommen, weil sich die optischen Erscheinungen nicht erklären lassen unter der Annahme longitudinaler Aetherschwingungen, d. h. solcher Wellen, bei denen die einzelnen Teilchen in der Richtung der Fortpflanzung der Wellen hin- und herschwingen. Vielmehr müssen es transversale Schwingungen sein, bei denen jedes vibrierende Teilchen nur senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung sich bewegt. Solche Schwingungen sind aber in Flüssigkeiten nicht denkbar, da diese nur einer Kompression, dagegen nicht einer Torsion widerstehen und infolgedessen keiner seitlichen Verschiebung durch elastische Kräfte entgegenwirken. In festen elastischen Körpern aber findet auch ein Widerstand gegen relative Verschiebungen paralleler Schichten statt, so dass ein solcher durch Drehung in eine andre Form gebrachter Körper Schwingungen um eine Ruhelage auszuführen im stande ist. Ein solcher Körper führt aber nicht nur Quer- sondern auch Längs-

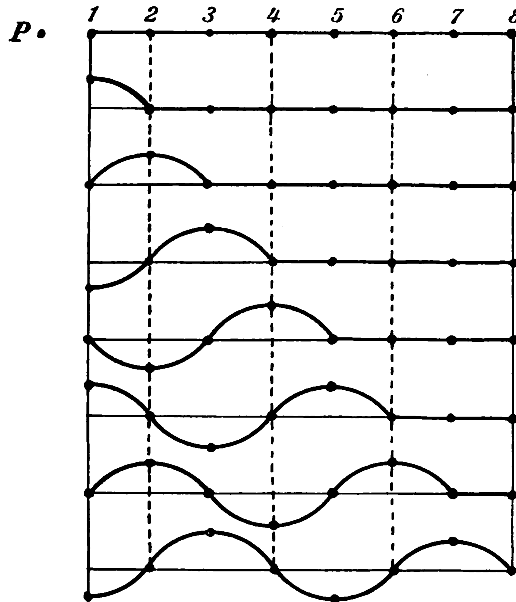
schwingungen aus. Die letzteren können im Aether nur dann fehlen, wenn man annimmt, dass er unzusammendrückbar ist in der Richtung der Fortpflanzung der Welle, dass er inkompressibel ist.

Man hat sich nun vorzustellen, dass die Teilchen einer Lichtquelle eine vibrierende Bewegung ausführen, die sich auf die ruhenden Aetherteilchen überträgt und dort Anlass gibt zu einer transversalen Wellenbewegung, die sich mit grosser Geschwindigkeit im Raume fortpflanzt und gleich der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichteindrucks ist. Wie nun auch die Bahn eines solchen Aetherteilchens beschaffen sein mag — sie muss eine geschlossene sein, da jedes Teilchen durch die Elastizitätskräfte wieder in seine ursprüngliche Lage zurückgeführt wird —, so kann man die Vibration stets zerlegen in zwei zueinander senkrechte geradlinige Schwingungen, sie ist also eindeutig dargestellt durch die Projektion ihrer Bahn auf zwei aufeinander rechtwinklige Ebenen. Es sei nur die Projektion in einer einzigen Ebene, die als Zeichenebene gewählt wird, geometrisch dargestellt. Ist P eine Lichtquelle und 1, 2, 3 . . . ruhende Aetherteilchen in der Richtung der Fortpflanzung des Lichts PS, so wird zuerst das P zunächst liegende Teilchen 1 aus seiner Ruhelage kommen, die andern um so später, je weiter sie von P entfernt sind. Die Zeit, welche ein Teilchen braucht, um eine vollständige Hin- und Herbewegung auszuführen, heisst seine Schwingungsdauer T. Wird das Teilchen 1 erschüttert, so kommt es in der Zeit $\frac{T}{4}$ in seine grösste Abweichung von der Ruhelage. Nehmen wir an, dass in diesem Augenblick das zweite Teilchen seine Aufwärtsbewegung beginnt, so wird es seine grösste Abweichung erreicht haben in dem Augenblick, in dem 1 nach der entgegengesetzten Seite durch die Ruhelage geht. Im nächsten Moment fliegt 1 vermöge der in ihm befindlichen lebendigen Kraft über die Ruhelage hinaus nach unten, das Teilchen 2 kehrt um und nähert sich seiner Ruhelage, und 3 beginnt gerade seine Bewegung nach oben. Denken wir uns auf diese Weise alle Teilchen, die zur selben Zeit in Bewegung sind, durch eine Linie verbunden, so stellt sich dieselbe als Sinuslinie dar, indem ihre Form durch die mathematische Beziehung

$$s = a \,.\, \sin 2\pi \frac{t}{T}$$

gegeben ist, worin s die zur Zeit t bestehende Abweichung, a die maximale Abweichung von der Ruhelage bedeutet. Man sieht, dass letztere jeweils erreicht wird für $t = \frac{T}{4}, \frac{3T}{4}$ u. s. w. Man nennt a die Amplitude der Schwingung, der durch $2\pi \frac{t}{T}$ ausgedrückte augenblickliche Bewegungszustand heisst die Phase der

Fig. 1.



Schwingung. Die Figur zeigt, dass es in gewissem Abstand voneinander Teilchen gibt, die denselben Schwingungszustand innehaben, und zwar ist in diesem Fall das folgende Teilchen gerade um eine ganze Schwingungsdauer hinter dem vorhergehenden zurück, wie auch die obige Gleichung bestätigt, in welcher s immer denselben Wert annimmt für $t, t + T, t + 2T, \ldots t + m \,.\, T$, worin m eine beliebige ganze Zahl bedeutet. Man nennt den Abstand zweier Teilchen, die sich in gleichem Schwingungszustand

befinden, die in gleicher Phase sind, eine Wellenlänge, die zwischen ihnen liegende Zeit eine Schwingungsdauer und deren reziproken Wert, d. h. die Anzahl Wellenlängen oder ganze Schwingungen in der Sekunde, die Schwingungszahl. Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Welle ist der in der Sekunde zurückgelegte Weg oder die Summe aller in einer Sekunde erzeugten Wellenlängen. Nennt man durchweg v die Fortpflanzungsgeschwindigkeit, N die Schwingungszahl und λ die Länge einer Welle, so ist

$$v = N \, . \, \lambda \text{ und } N = \frac{1}{T}.$$

Um eine Vorstellung zu erhalten von der unendlichen Feinheit dieser Erscheinung der Lichtfortpflanzung mag erwähnt sein, dass die Schwingungsdauer der gelben Lichtstrahlen rund 0,000 000 000 002 Sekunden, die Schwingungszahl 510 Billionen beträgt. Es berechnet sich dies aus den durch das Experiment bestimmbaren Grössen $v = 300\,000$ km und $\lambda = 0{,}000\,589$ mm für gelbes Licht.

Ist der Bewegungszustand eines Aetherteilchens zur Zeit t durch

$$s = a \, . \sin 2\pi \frac{t}{T}$$

gegeben, so ist er in einer um den Bruchteil $\frac{t_1}{T}$ der Schwingungsdauer späteren Zeit

$$s = a \, . \sin 2\pi \frac{t + t_1}{T}.$$

Der Schwingungszustand eines Teilchens, das vom obigen dagegen um diese Zeit der Fortpflanzung entfernt liegt, wäre ebenso

$$s_1 = a \, . \sin 2\pi \frac{t - t_1}{T}.$$

Um in diese Gleichung anstatt der Zeit, um welche die beiden betrachteten Teilchen voneinander entfernt sind, ihre räumliche Entfernung x einführen zu können, ist zu erwägen, dass in der Zeit 1 der Weg v zurückgelegt wird, in der Zeit t_1 aber $v \, . \, t_1$; daher kann für $\frac{t_1}{T} = \frac{v \, . \, t_1}{\lambda} = \frac{x}{\lambda}$ gesetzt werden, so dass

$$s_1 = a \, . \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

ist.

Fasst man die durch s und s_1 dargestellten Zustände als diejenigen zweier Wellen auf, von denen die eine der andern um den Betrag $\frac{x}{\lambda}$ vorausgeeilt ist, so heisst $\frac{x}{\lambda}$ der Gangunterschied der beiden Wellen, ausgedrückt in Anzahl Wellenlängen.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer jeden Störung in einem elastischen Mittel von der Elastizität ε und der Dichte σ lässt sich durch die Beziehung $v = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\sigma}}$ darstellen. Sie wird sich deshalb von einem Mittel zum andern ändern, sobald entweder ε oder σ in beiden verschieden ist. Aus ihren Theorien folgern Fresnel, dass die Elastizität des Aethers überall konstant ist, die Dichte allein variabel, Neumann dagegen, dass die Dichte konstant und die Elastizität variabel ist. Die sich in diesen Fällen darbietenden Erscheinungen sind auch der Fig. 1 zu entnehmen. Geht man von Fresnels Hypothese aus, dass die Dichte des Aethers in verschiedenen Körpern variiert, so werden die Aetherteilchen in dichteren Medien näher beieinander liegen, während die Elastizitätskraft, welche parallel den Vibrationen erregt wird, dieselbe bleibt; es wird dasjenige Teilchen, was seine Oszillation beginnt in dem Augenblick, wo das erste seinen grössten Ausschlag erreicht hat, diesem näher liegen als vorher; die Wellenlängen werden daher kürzer, die Schwingungsdauer bleibt dieselbe. Dann aber ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit kleiner, weil $v = \frac{\lambda}{T}$ ist und λ kleiner wurde. Es folgt: In optisch dichteren Medien ist die Fortpflanzung des Lichts kleiner, da die Wellenlänge kleiner wird und die Schwingungsdauer dieselbe bleibt.

Wie später gezeigt werden wird, kam Newton mit seiner Erklärungsweise gerade zum entgegengesetzten Resultat, welches also nicht mit der Erfahrung im Einklang war.

Wenn sich das Licht in verschiedenen Körpern verschieden schnell fortpflanzt, muss der Aether also in denselben verschiedene Eigenschaften besitzen. Welcher Art diese Beeinflussung auf denselben ist, wurde im Laufe des vorigen Jahrhunderts vielfach untersucht und durch Hypothesen, welche möglichst vollständig

die Erscheinungen erklären sollten, ausgesprochen. Hier werde aber den Darlegungen, die im historischen Teil gegeben sind, nicht vorgegriffen. Es sei an dieser Stelle nur festgehalten, dass der Aether in seiner Konstitution von den ihn umgebenden Körperteilchen nach Art des inneren Baues derselben verschieden beeinflusst wird und die Lichtwellen dann anders fortpflanzt. Zeigt das Körpermolekül nach allen Richtungen dieselbe Struktur, so wird es auch überall in derselben Weise auf einen Lichtstrahl einwirken. Dasselbe gilt für die Kristalle des regulären Systems, bei denen alle Achsen der Symmetrie gleiche kristallographische und physikalische Wertigkeit haben, ebenso wie bei den aus regellos durcheinandergelagerten Molekülen aufgebauten kristallinischen oder amorphen Körpern und bei Flüssigkeiten. In diesen Fällen wird ein Lichtstrahl sich nach allen Richtungen im Innern eines solchen Körpers genau in der gleichen Weise fortpflanzen; eine Aenderung tritt nur auf beim Uebergang desselben von einem Körper zu einem andern. Bei allen Kristallen aber, die nicht dem regulären System angehören, sind sowohl geometrisch als physikalisch verschiedenwertige Achsen vorhanden; der Lichtstrahl pflanzt sich in den verschiedenen Richtungen auch im Innern des Kristalls verschieden schnell fort, ohne dabei eine Grenzfläche überschreiten zu müssen. Darin liegt der wesentliche Unterschied zwischen den amorphen Körpern und den Kristallen der letzten fünf Systeme.

Die nach allen Richtungen gleiche Eigenschaften zeigenden Körper nennt man *isotrope*, alle andern *anisotrope* oder *heterotrope*.

3. **Brechung.** Da ein Lichtstrahl beim Uebergang aus Luft in einen durchsichtigen amorphen Körper, z. B. Glas, seine Fortpflanzungsgeschwindigkeit ändert, so weicht er auch von seiner ursprünglichen Richtung ab, er wird gebrochen. Wird im Einfallspunkt desselben auf der brechenden Fläche eine Senkrechte errichtet, so ist der Winkel, den der Strahl mit ihr bildet, der *Einfallswinkel*, in allen den Fällen grösser als der Winkel, den der gebrochene Strahl mit dem Lot bildet, der *Brechungswinkel*, in denen der Strahl vom dünneren ins dichtere Medium geht. Diese Brechung ist für ein und dieselbe Substanz völlig

eindeutig dargestellt durch das von Snellius gefundene Gesetz $\frac{\sin i}{\sin i_1} = n$, worin i der Einfallswinkel, i_1 der Brechungswinkel ist und n der Brechungsexponent, -koeffizient oder -index, eine für die Substanz charakteristische Grösse.

Dieselbe Erscheinung trifft bei regulären Kristallen zu.

Fällt der Lichtstrahl aber auf die Fläche eines nicht regulären Kristalls, so wird er im allgemeinen in zwei Strahlen gebrochen, wir haben Doppelbrechung. Da noch ein Teil des Lichts an der Oberfläche direkt reflektiert wird, zerfällt in diesem Fall der auftreffende Strahl in drei direkt wahrnehmbare Teile.

4. **Dispersion.** Während sich alle Lichtstrahlen der verschiedensten Farben im freien Weltraum gleich schnell fortpflanzen, ist dies in ponderablen Körpern nicht der Fall. Fällt ein weisser Lichtstrahl auf die Grenzfläche zweier verschiedener Medien, so erleidet jeder seiner einfachen farbigen Bestandteile eine andre Ablenkung aus seiner Bahn, sodass die vorher völlig gemischten und daher einzeln nicht unterscheidbaren Farben jetzt nebeneinander gelagert und daher einzeln wahrnehmbar sind: das Licht hat eine Dispersion durch verschiedene Brechung erfahren. Die Beobachtung zeigt, dass der Brechungsexponent der roten Strahlen im allgemeinen kleiner ist als der der blauen und violetten. Die Messung der Wellenlänge gibt umgekehrt eine mit der Stellung der Farbe von Rot gegen Violett hin abnehmende Grösse. Nun kann aber ein homogener, d. h. nur aus einer einzigen Schwingungsart bestehender Strahl niemals seine Farbe ändern beim Uebergang über die Grenze zweier Medien, seine Schwingungsdauer, die für ihn eine charakteristische Grösse bedeutet, bleibt konstant. Die Erscheinung der Dispersion ist deshalb eindeutig dargestellt durch die beiden Beziehungen, die den Erfahrungstatsachen entnommen sind:

$$\frac{\sin i}{\sin i_1} = \frac{v}{v_1} = n \text{ und } v = \frac{\lambda}{T}, \; v_1 = \frac{\lambda_1}{T}.$$

Der Brechungsexponent n ist das Verhältnis der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten des betreffenden Strahls in Luft v und in dem betrachteten Medium v_1.

Da v für alle Strahlenarten konstant ist, so wird n um so

grösser sein, je kleiner die Fortpflanzungsgeschwindigkeit v_1; diese wieder ist der Wellenlänge λ_1 direkt proportional; daher werden Strahlen mit kleiner Wellenlänge auch stärker gebrochen.

Solche Körper, bei denen eine Ausnahme von dem angegebenen Verhältnis besteht, die anomale Dispersion zeigen, kommen hier in erster Linie nicht in Betracht.

Es folgt, dass sowohl die Fortpflanzungsgeschwindigkeit als die Wellenlänge eines homogenen Lichtstrahls mit dem Medium, in dem er sich bewegt, variabel ist, dass nur die Schwingungsdauer T eine für alle Medien konstante Grösse bedeutet.

Mit der Erklärung dieses Einflusses der ponderablen Medien auf die genannten Vorgänge, die Fresnel durch blosse Aetherschwingungen nicht zu geben vermochte, beschäftigten sich die meisten Physiker des vorigen Jahrhunderts; und zwar bildete diese Frage den Mittelpunkt aller optischen Experimente und vornehmlich Theorien. Die grosse Menge verschiedenartiger Hypothesen, welche auf diese Weise zur Aufstellung kamen, ergibt sich aus dem historischen Teil des Buchs.

Kapitel I.

Geradlinige Polarisation.

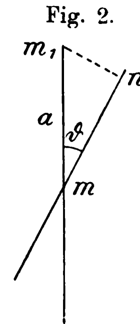
---

5. **Turmalin.** Ein in der Optik häufig benutzter Kristall ist der Turmalin, ein kompliziert zusammengesetztes borhaltiges Tonerdesilikat, das hexagonal-rhomboëdrisch kristallisiert und im wesentlichen aus einem hexagonalen Prisma und aufgesetzten Rhomboëdern gebildet wird. Seine Farbe ist verschieden, meist grün, braun bis schwarz. Sieht man durch eine dünne, aus einem solchen Kristall parallel seiner Längsachse gespaltene Platte, so scheint das Licht keine weitere Veränderung erlitten zu haben, als dass es wegen der Färbung des Kristalls dessen Farbe angenommen hat und infolge von Absorption weniger intensiv ist. Wird auf diese Platte eine genau ebensolche derart gelegt, dass die Längsachsen beider sich parallel gehen, so erscheint das durchgehende Licht wegen der grösseren Dicke der absorbierenden Schicht noch etwas dunkler. Wird nun die eine Platte in ihrer Ebene gedreht, so wird das Gesichtsfeld beständig dunkler, bis bei einer Drehung um 90^0, wo also die Längsachsen beider Platten aufeinander senkrecht stehen, kein Licht mehr durchtritt. Dreht man weiter, so wird das Gesichtsfeld wieder hell und erreicht sein Maximum, wenn die beiden Längsachsen wieder einander parallel stehen. Während eine einzige Platte natürliches Licht in allen Stellungen durchlässt, gestattet sie dem von einer andern Turmalinplatte ausgesandten dagegen nur dann ungeschwächt den Durchgang, wenn die beiden gleichwertigen Achsen einander parallel laufen. Das durch eine solche Platte gegangene Licht verhält sich demnach nicht mehr wie natürliches, sondern

es hat nach verschiedenen Richtungen seiner Schwingungsebene verschiedene Eigenschaften. Malus, der diese Tatsache fand, nannte diese Seiten, nach denen der Strahl andre Eigenschaften hat, Pole, den aus dem Turmalin tretenden Strahl deshalb polarisiert; er tat dies unter dem Eindruck der in dieser Zeit alle Physiker erregenden Entdeckungen auf dem Gebiet der Elektrizität; die Bezeichnung ist daher keine sehr glücklich gewählte.

6. **Erklärung durch Annahme von Transversalschwingungen.** Das natürliche auf die erste Turmalinplatte auffallende Licht besteht aus Schwingungen der Aetherteilchen in einer Ebene senkrecht zur Richtung der Fortpflanzung und im übrigen in beliebigen Bahnen. Wir haben schon gesehen, dass eine solche Schwingung immer in zwei zueinander senkrechte in gerader Linie vor sich gehende zerlegt werden kann. Macht man nun die Anahme, dass der Turmalin nur solche Schwingungen hindurchlässt, die parallel zu seiner Längsachse erfolgen, so kann man die auftreffende Bewegung in zwei geradlinige zerlegen, von denen die eine parallel, die andre senkrecht zur Längsachse vor sich geht. Letztere wird ausgelöscht, erstere durchgelassen. Es tritt daher aus der ersten Platte nur solches Licht, welches parallel zur Längsachse schwingt. Ist die Achsenrichtung der zweiten Platte der ersteren parallel, so wird auch sie das von der ersten kommende Licht durchlassen. Dreht man sie aber um den Winkel ϑ, so lässt sie nur noch den auf die Richtung ihrer Längsachse projizierten Teil mn oder, falls die Amplitude des auffallenden Lichts a war, den Teil $a \cdot \cos\vartheta$ durch.

Fig. 2.



Geht man zu den Lichtintensitäten über, so werden sie der lebendigen Kraft der Schwingung proportional sein. Unter letzterer versteht man den Ausdruck $\frac{1}{2} m v^2$, wo m die Masse und v die Geschwindigkeit eines Aetherteilchens bedeuten. Da nun der vom Aetherteilchen zurückgelegte Weg in jedem Fall durch $s = a \cdot \sin 2\pi \frac{t}{T}$ dargestellt ist, die Geschwindigkeit aber den in der Zeiteinheit zurückgelegten Weg bedeutet, so lässt sich diese aus dem Weg in einfacher Weise berechnen. Wird in der Zeit dt,

die wir als sehr klein ansehen, der Weg ds vom Teilchen zurückgelegt, so ist die Geschwindigkeit $v = \frac{ds}{dt}$.

Der in der gedrehten Lage des zweiten Turmalins durchtretende Strahl mit der Amplitude $A = a \cdot \cos \vartheta$ besitzt die Schwingungsform

$$s = A \cdot \sin 2\pi \frac{t}{T}.$$

Daraus wird

$$v = \frac{ds}{dt} = A \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \cos 2\pi \frac{t}{T}$$

und die Intensität dem Ausdruck

$$\frac{1}{2} m \left(\frac{ds}{dt}\right)^2 = \frac{1}{2} m A^2 \left[\frac{2\pi}{T} \cos \frac{2\pi t}{T}\right]^2$$

proportional.

Der in der eckigen Klammer enthaltene Ausdruck wechselt seinen Wert sehr rasch mit der Zeit für jeden Strahl; nur die Amplitude desselben A bleibt konstant.

Es folgt, dass die Intensität eines Lichtstrahls dem Quadrat der Amplitude seiner Teilchen proportional ist.

Man kann also in allen Fällen $J = k \cdot A^2$ setzen, wenn unter k ein konstanter Faktor verstanden wird.

In unserm obigen Fall ist nun $J = k \cdot a^2 \cdot \cos^2 \vartheta$.

Daraus ersieht man, dass die durch den zweiten Turmalin gehende Schwingung um so intensiver sein wird, je kleiner ϑ ist. Sie ist mit Ausserachtlassung von Absorptionen der auffallenden gleich für $\vartheta = 0$. Mit wachsendem ϑ wird J kleiner und verschwindet für $\vartheta = 90^0$, wie es die Erfahrung zeigt.

Die Annahme, dass ein Turmalin nur solche Strahlen hindurchlässt, die seiner Längsachse parallel schwingen, erscheint daher wahrscheinlich. Sie erklären sich aber ebenso gut, wenn man annimmt, dass die Schwingungen senkrecht gegen die Längsachse gerichtet sind. Nennt man die auf der Kristallfläche und der Längsachse senkrechte Ebene die Polarisationsebene des Lichts, so würden zwei Annahmen bestehen können:

1. Das von einer Turmalinplatte durchgelassene Licht schwingt senkrecht auf der Polarisations-

ebene. Die Schwingungsebene ist auf der Polarisationsebene senkrecht.

2. Das durchgelassene Licht schwingt in der Polarisationsebene. Die Schwingungsebene fällt mit der Polarisationsebene zusammen.

Beide Ansichten wurden ausgesprochen und zwar als Folgerung aus den Hypothesen über die Natur des Aethers, die erstere von Fresnel, die zweite von Neumann.

Während manche Erscheinungen der Kristalloptik mehr für die erste, sprachen andre mehr für die zweite Annahme. Eine Einigung der Ansichten wurde, wie später sich zeigen wird, erst durch die Einführung der elektromagnetischen Lichttheorie erreicht.

Unser Versuch mit der Turmalinplatte entscheidet für die Fresnelsche Annahme:

Dreht man die erste Platte um eine zur Längsachse parallele Umdrehungsachse, so bleibt die Helligkeit des Gesichtsfelds fast ungeändert; dreht man sie aber um eine auf der Kristallachse senkrechte Achse, so wird das Gesichtsfeld mit zunehmendem Neigungswinkel gegen die Vertikalebene bedeutend dunkler. Es ist sehr wahrscheinlich, anzunehmen, dass eine Aenderung der Helligkeit nur dann eintreten kann, wenn die Schwingungsrichtung des durchgelassenen Lichts mit der Achse des Kristalls einen veränderlichen Winkel bildet. Im ersten Fall traten keine Aenderungen der Helligkeit ein, der Winkel müsste derselbe geblieben sein; dies trifft zu, wenn wir annehmen, dass die Schwingungen parallel zur Längsachse erfolgten. Dieselbe Folgerung ergibt sich aus der Umdrehung im zweiten Fall. Wir definieren:

Ein geradlinig polarisierter Lichtstrahl ist ein solcher, bei dem sämtliche Aetherteilchen in einer unveränderlichen durch den Strahl gelegten Ebene senkrecht gegen denselben in gerader Linie hin und her schwingen.

Die Versuche mit den Turmalinplatten lehren die Notwendigkeit der Annahme, dass das Licht, sei es natürliches oder polarisiertes, nur aus Querschwingungen besteht. Wären Längsschwingungen vorhanden, so müssten sie, weil bei ihnen notwendig die Beschaffenheit des Strahles ringsherum dieselbe ist, durch jede

Turmalinplatte hindurchgehen, unabhängig von deren Stellung; bei gekreuzten Platten könnte keine völlige Dunkelheit eintreten. Ausserdem zeigen aber auch verschiedene angestellte Messungen der Intensitäten der durchgehenden und reflektierten Strahlen. wie weiter unten noch näher gezeigt werden wird, dass nur Transversalschwingungen nachweisbar sind.

7. **Brechung und Reflexion.** Wie schon früher angedeutet, wird ein Lichtstrahl, der aus Luft auf einen amorphen oder isotropen durchsichtigen Körper fällt, von seiner geradlinigen Bahn im Einfallspunkt abgelenkt, so dass sich ein Teil des auffallenden Lichts als gebrochener, ein andrer als reflektierter Strahl fortpflanzt. Beide erscheinen dem beobachtenden Auge als natürliches Licht. Betrachten wir sie aber durch eine dünne, im vorigen erwähnte Turmalinplatte, so zeigen sie merkwürdige Veränderungen:

a) Der reflektierte Strahl: Wird die Turmalinplatte vor das Auge gehalten, während man nach dem reflektierten Strahl sieht, so gibt es beim langsamen Drehen der Platte um die Strahlrichtung als Achse eine Stellung, bei der das Gesichtsfeld am dunkelsten erscheint. Wird diese Lage beibehalten und nun der Einfallswinkel der Strahlen verändert, so ändert sich die Helligkeit des Gesichtsfelds weiter. Sie ist bei kleinem Einfallswinkel gross, vermindert sich mit der Zunahme desselben und wird bei einer bestimmten Stellung vollständig Null, um bei noch grösser werdendem Winkel wieder zu wachsen. Bleiben wir bei der Lage stehen, in der völlige Dunkelheit im Gesichtsfeld eintritt, so fällt in diesem Fall die Längsachse des Turmalins in die Reflexionsebene des Lichts. Wird der Turmalin nun in seiner Ebene langsam herumgedreht, so wird das Gesichtsfeld wieder heller, um nach einer Drehung um 90^0 das Maximum der Helligkeit zu erreichen. Es zeigt sich demnach dieselbe Erscheinung, wie wir sie bei aufeinandergelegten Platten beobachtet haben. Wir schliessen daher: Unter dem charakteristischen Winkel wird von dem isotropen Medium nur solches Licht reflektiert, was senkrecht zur Reflexionsebene, also parallel zur Längsachse des Turmalins, schwingt. Man sagt auch: das reflektierte Licht ist in der Reflexionsebene polarisiert. Den derart festgelegten Winkel nennt man Polarisationswinkel; er ändert sich ein

wenig mit der Farbe des Lichts und in stärkerem Grade mit der betreffenden Substanz.

Isotrope Mittel reflektieren unter dem Polarisationswinkel nur solche Schwingungen, die senkrecht zur Reflexionsebene erfolgen.

b) Der gebrochene Strahl: Beobachtet man in derselben Weise die gebrochenen Strahlen, so finden sich ähnliche Erscheinungen. Unter dem Polarisationswinkel ist das Gesichtsfeld fast vollständig dunkel, wenn die Längsachse des Turmalins senkrecht zur Einfallsebene gerichtet ist.

Der in isotropen Mitteln unter dem Polarisationswinkel gebrochene Strahl schwingt in der Einfallsebene.

Ausserdem findet sich noch ein kleiner Bruchteil senkrecht zur Einfallsebene schwingender Strahlen, die an der Oberfläche nicht vollständig reflektiert wurden. Eine ziemlich vollständige Polarisation des durchgegangenen Lichts lässt sich durch Anwendung vieler parallel aufeinandergelegter Platten des durchsichtigen Körpers, einer Plattensäule erreichen, wie unter „Reflexion“ ausführlicher erläutert werden wird. Fällt auf eine solche Plattenschicht ein natürlicher Lichtstrahl, so kann er zerlegt gedacht werden in zwei gleich helle Teile, deren einer senkrecht und deren andrer in der Einfallsebene schwingt. Der letztere geht, weil er unter dem Polarisationswinkel nicht reflektiert wird, ungeschwächt durch alle Platten hindurch, der erstere erleidet an jeder der Plattenflächen eine vollständigere Reflexion und wird deshalb nicht mehr mit dem gebrochenen austreten.

Auch ohne Plattensäule ist aber die absolute Menge des polarisierten Teils des reflektierten Lichts gleich der absoluten Menge des polarisierten Teils des gebrochenen Lichts, wie schon Arago gezeigt hat.

Malus, der Entdecker der Polarisation durch Spiegelung und Brechung, fand schon, dass der Polarisationswinkel mit dem Brechungsexponenten der Substanz wächst; es gelang ihm aber nicht, die von Brewster (1815) gefundene Beziehung nachzuweisen, die unter der Bezeichnung des Brewsterschen Gesetzes bekannt ist:

Der Polarisationswinkel für eine Substanz ist derjenige Einfallswinkel natürlichen Lichts, für den der reflektierte und der gebrochene Strahl aufeinander senkrecht stehen.

Aus dem Snelliusschen Brechungsgesetz folgt daher sofort, dass der Polarisationswinkel φ durch $n = \mathrm{tg}\,\varphi$ dargestellt ist. Man kann also φ aus dem Brechungsexponenten sofort berechnen; derselbe wäre für Glas z. B. 56°, für Steinsalz 57° 5′ u. s. w. Die Variabilität des Brechungsexponenten mit der Farbe des Lichts zeigt aber, dass eine vollständige Polarisation des weissen Lichts auf diesem Wege unmöglich ist.

Für schweres Flintglas wäre z. B.

$$\varphi_B = 60^0\ 7'\ 12'',$$
$$\varphi_G = 60^0\ 50'\ 20''.$$

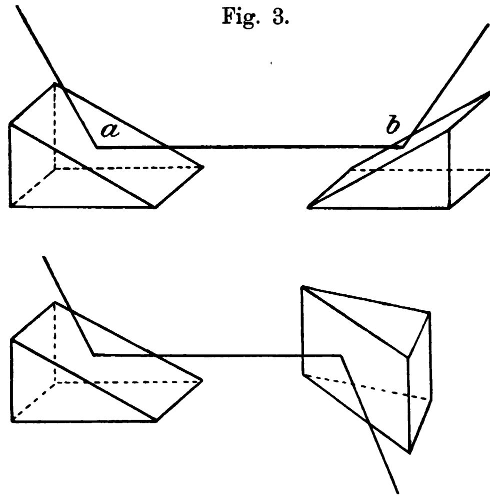
Trotzdem lassen sich die meisten Versuche, soweit sie nicht exakte quantitative Messungen erfordern, mit dieser Methode im polarisierten Licht anstellen.

Werden zwei Glasplatten mit nötigenfalls geschwärzter Rückseite, um alles falsche Licht zu beseitigen, in einigem Abstand einander parallel aufgestellt, und fällt auf die erste Licht unter 56° gegen das Lot ein, so wird es auch von der zweiten Platte reflektiert und zwar geradlinig polarisiert in der Reflexionsebene. Dreht man jetzt die zweite Platte um eine Achse ab um 90° herum, so reflektiert sie die von der ersten kommenden Strahlen nicht mehr. Der von der ersten Platte reflektierte Strahl schwingt nämlich senkrecht zur Reflexionsebene, d. h. aber in der Einfallsebene der zweiten Platte und kann deshalb nicht von ihr reflektiert werden. Dreht man sie aber langsam um die Achse ab, so wiederholen sich alle Erscheinungen, die bei den zwei Turmalinplatten beschrieben sind. Glasplatten haben diesen gegenüber den Vorteil, dass sie die Farbe des Lichts und die Helligkeit des Gesichtsfelds durch Absorptionen nicht beeinträchtigen.

8. **Doppelbrechung.** Im Jahre 1669 hat Erasmus Bartholinus am isländischen Kalkspat beobachtet, dass Gegenstände durch denselben doppelt gesehen werden; er nannte ihn deshalb Doppelspat. Die Erscheinung wurde später von Wollaston, Malus, Young u. a. eingehender untersucht. Dieselben fanden,

dass ein auf den Kristall fallender Lichtstrahl im allgemeinen in zwei Strahlen gebrochen wird, die nach dem Austritt nicht miteinander interferieren, d. h. sich vereinigen und einen einzigen Strahl liefern. Es zeigte sich ferner, dass der eine der beiden Strahlen immer so gebrochen wurde, dass er dem Gesetz von Snellius folgte; der andre wurde in verschiedenen Richtungen im Kristall verschieden stark gebrochen. Man nannte deshalb den ersteren den gewöhnlich gebrochenen oder ordinären, den andern den aussergewöhnlich gebrochenen oder extraordinären Strahl. Die Existenz eines ordinären Strahls, der also nach allen Richtungen im Kristall dieselbe Fortpflanzungs-

Fig. 3.

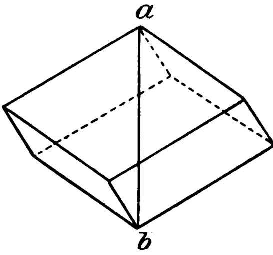


geschwindigkeit besitzt, wurde durch mehrere entscheidende Experimente sicher gestellt.

Der **Kalkspat** kristallisiert als Rhomboëder im hexagonalen System; eine seiner am meisten vorkommenden einfachsten Formen ist in der Figur gegeben. Die farblosen, durchsichtigen Kristalle sind nach drei Richtungen vollkommen spaltbar und zwar immer in Stücke, die von sechs rautenförmigen Flächen begrenzt sind. Während zwei sich gegenüberliegende Ecken von drei stumpfen Winkeln eingeschlossen sind, werden die übrigen sechs Ecken von einem stumpfen und zwei spitzen Winkeln gebildet. Die Ver-

bindungslinie ab der zwei stumpfen Ecken ist die Hauptachse des Kristalls, da rings herum die Flächen, Kanten und Ecken völlig symmetrisch liegen.

Fig. 4a.



Brewster legte zwei Kalkspatstücke, von denen das eine parallel, das andre senkrecht zur Hauptachse ab geschnitten war, so aufeinander, dass beide ein einziges Prisma, beide mit genau gleich grossen brechenden Winkeln bildeten. Er fand, dass der sich bildende ordinäre Strahl der einen Hälfte in derselben Richtung auch die zweite durchlief, seine Fortpflanzungsgeschwindigkeit also dieselbe blieb. Einige Jahre später mass Swan den Brechungsexponenten des ordinären Strahls mit Prismen, die in

Fig. 4b.

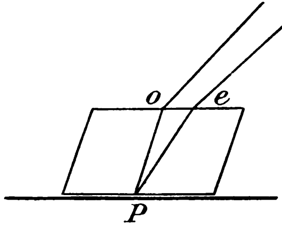
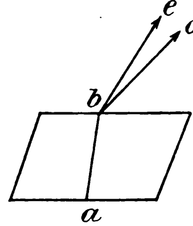


Fig. 4c.



ganz verschiedenen Richtungen geschnitten waren, und erhielt dieselbe Konstanz derselben.

Die Existenz zweier gebrochener Strahlen lässt sich sehr einfach wahrnehmen, wenn ein Stück Kalkspat auf eine weisse Papierfläche mit darauf gezeichnetem Punkt P gelegt wird. Dann bildet sich nämlich ein Strahl Po und ein andrer Pe, so dass das Auge den Punkt P sowohl in der Richtung o als in derjenigen e, also doppelt, sieht. Dreht man nun den Kalkspat auf dem Papier, so wird das eine Bild des Punkts immer an seiner Stelle bleiben — es ist das ordinäre —, das andre ändert dagegen seinen Abstand vom ersten, indem es sich demselben entweder nähert oder sich von ihm entfernt — es ist das extraordinäre.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der beiden Strahlen verhalten sich umgekehrt wie ihre Brechungsexponenten. Denn

$$\frac{\sin i}{\sin \omega} = n_o \quad \frac{\sin i}{\sin \varepsilon} = n_e.$$

Da aber

$$\frac{\mathfrak{v}}{\mathfrak{v}_o} = n_o \quad \frac{\mathfrak{v}}{\mathfrak{v}_e} = n_e$$

ist, so wird

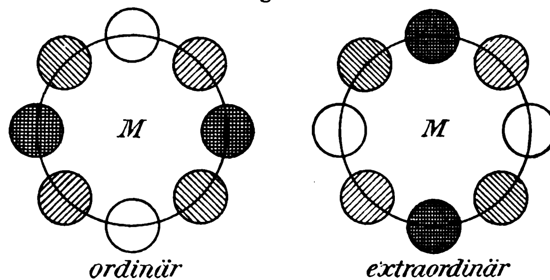
$$\frac{n_o}{n_e} = \frac{\mathfrak{v}_e}{\mathfrak{v}_o}.$$

Der stärker gebrochene Strahl pflanzt sich also im Kristall langsamer fort als der schwächer gebrochene, beide treten daher aus dem Kristall mit verschiedenen Schwingungszuständen aus, der eine kann dem andern um mehrere Wellenlängen vorausgeeilt sein. Unterwerfen wir natürliches Licht diesen Bedingungen, so treten Interferenzen ein, wie die Erscheinung der Newtonschen Ringe oder der Fresnelschen Spiegel lehrt. Im Falle des Kalkspats aber treten die beiden Strahlen nicht zu einem einzigen zusammen, auch wenn sie sich genau längs derselben Geraden fortbewegen. Wird ein Punkt a durch ein Kalkspatstück durch eine kleine in einem aufgelegten schwarzen Papier eingestochene Oeffnung betrachtet, so sieht man a wieder doppelt. Während also das Licht von a nach b nur die einzige Gerade zurückgelegt hat, teilt es sich doch in b in zwei Strahlen. Dies ist nur denkbar, wenn auch der Weg ab von zwei Strahlen mit verschiedener Geschwindigkeit durchlaufen wurde; trotzdem kamen sie nicht zur Interferenz. Es deutet das darauf hin, dass beide sich vom natürlichen Licht unterscheiden.

Wird der eine gebrochene Strahl abgeblendet und nur der andre durch eine Turmalinplatte betrachtet, so zeigen sich Erscheinungen, welche mit den schon besprochenen an zwei Turmalinplatten oder dem unter dem Polarisationswinkel reflektierten Licht identisch sind. Beim Drehen der Platte um den gebrochenen Strahl als Achse verschwindet die Helligkeit des Gesichtsfelds in zwei Lagen und ist in zwei andern um 90° davon abstehenden im Maximum. Werden auf diese Weise beide Strahlen einzeln untersucht, so findet sich, dass der eine mit grösster Intensität

die Turmalinplatte durchsetzt, wenn der andre Dunkelheit gibt, und umgekehrt. Jeder derselben ist vollständig polarisiert und zwar der eine senkrecht zum andern. Diese Erscheinung wurde von Huyghens in seinem „Tractatus de lumine“ 1690 zuerst beschrieben, später von Malus wieder beobachtet, aber erst von Young durch die Annahme von Transversalschwingungen des Lichts erklärt. Werden beide Strahlen gleichzeitig durch den Turmalin betrachtet, so zeigt sich das in beistehender Figur skizzierte Bild; die Lagen, für die der ordinäre und extraordinäre Strahl gleiche Intensität geben, sind jeweils um 90° voneinander entfernt; man sagt, beide Bilder sind komplementär. Die kleinen Kreise stellen das Gesichtsfeld dar, die durch M und den entsprechenden Kreis gelegte Gerade die Richtung der Längsachse des Turmalins.

Fig. 5.



Auf diese Weise lässt sich auch untersuchen, welcher Art die geradlinigen Schwingungen der beiden Strahlen sind. Für den gewöhnlich gebrochenen tritt immer dann Dunkelheit ein, wenn die Längsachse des Turmalins in eine Ebene fällt, welche durch den gebrochenen Strahl und die Hauptsymmetrieachse des Kalkspats gelegt werden kann. Diese Ebene wird „Hauptschnitt“ genannt. Der extraordinäre Strahl gibt Dunkelheit, wenn die Längsachse auf dem betrachteten Hauptschnitt senkrecht steht. Es folgt:

Der ordinäre und extraordinäre Strahl im Kalkspat sind beide vollständig geradlinig polarisiert. Ersterer schwingt senkrecht zum Hauptschnitt, letzterer im Hauptschnitt.

Man sieht, dass die Schwingungsebenen nach der Ansicht von Neumann mit den Polarisationsebenen zu vertauschen wären.

Werden beim Kalkspat nicht die natürlichen, sondern beliebig angeschliffene Flächen als brechende Flächen benutzt, so zerlegt sich wieder jeder auffallende Strahl in zwei gebrochene, von denen der ordinäre immer denselben Brechungsexponenten hat, der extraordinäre einen mit der Richtung seiner Fortpflanzung gegen die Hauptachse variablen. Wird nun Licht derart durch den Kristall geschickt, dass es ihn in der Richtung der Hauptsymmetrieachse durchläuft, so treten keine zwei Strahlen aus; in dieser Richtung pflanzen sich beide Strahlen mit gleicher Geschwindigkeit und zwar mit derjenigen des ordinären Strahls fort.

So wie Kalkspat verhalten sich alle Kristalle des hexagonalen und quadratischen Systems. Sie brechen im allgemeinen jeden auffallenden Strahl doppelt, wobei der ordinäre dem Gesetz von Snellius folgt und sich nach allen Richtungen gleich schnell fortpflanzt, der extraordinäre dagegen nicht. Es existiert eine einzige Richtung im Kristall, längs welcher die Doppelbrechung verschwindet; dieselbe geht stets der Hauptsymmetrieachse parallel und wird „optische Achse“ genannt.

Die Kristalle des hexagonalen und quadratischen Systems sind optisch-einachsig.

Darunter sind nun solche, bei denen der ordinäre Strahl stärker gebrochen wird, und solche, bei denen es der extraordinäre ist. Man nennt

die optisch-einachsigen Kristalle, bei denen sich der ordinäre Strahl schneller fortpflanzt, **einachsig-positiv** (Quarz, Eis, Zinnstein, Zirkon, Eisenoxyd u. s. w.);

die optisch-einachsigen Kristalle, bei denen sich der extraordinäre Strahl schneller fortpflanzt, **einachsig-negativ** (Kalkspat, Korund, Turmalin, Rubin, Apatit u. s. w.).

Diese Unterscheidung wurde zuerst von Biot gemacht; er nannte die Kristalle der ersten Art attraktive, die andern repulsive. Da diese Ausdrücke der Emissionstheorie angehören, änderte sie Fresnel in die obigen um.

Die Kristalle des rhombischen, monoklinen und triklinen Systems unterscheiden sich von den behandelten wesentlich dadurch, dass sie zwei Richtungen besitzen, in denen sich ein Strahl ohne Doppelbrechung fortpflanzt. Diese Richtungen schliessen gewöhnlich einen mehr oder weniger spitzen Winkel miteinander ein.

Die Kristalle des rhombischen, monoklinen und triklinen Systems sind optisch-zweiachsig.

In allen andern Richtungen pflanzen sich die zwei durch Doppelbrechung erzeugten Strahlen mit ungleicher Geschwindigkeit fort, und es gehorcht keiner dem allgemeinen Brechungsgesetz, es existiert also hier kein ordinärer Strahl mehr. Hierher gehört z. B. Aragonit, Gips, Zucker, Topas u. s. w.

Kapitel II.

Wellenflächen.

---

9. **Das Prinzip von Huyghens.** Betrachten wir in einem isotropen Medium einen Punkt als Erregungszentrum einer Aethervibration, so werden sich dieselben nach allen Seiten gleichartig und mit derselben Geschwindigkeit fortpflanzen. Die Phase oder der Bewegungszustand eines Aetherteilchens wird also auf allen von P aus im Raum gezogenen Fahrstrahlen gleicher Länge r derselbe sein, ausgedrückt durch $a \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right)$. Legt man durch alle diese Punkte gleichen Fahrstrahls eine Fläche, so stellt sie das Kontinuum aller in gleicher Phase schwingenden Teilchen dar; sie wird nach Huyghens, dem Begründer der Undulationstheorie des Lichts, die Wellenfläche des betreffenden Mediums genannt. Derselbe deutet ihre Entstehung folgendermassen:

Wenn sich eine Welle durch das Medium fortpflanzt, so ahmt jedes Aetherteilchen nach einiger Zeit die Bewegung des zuerst erregten nach. Nun steht aber jedes dieser Teilchen zu den ihm benachbarten in derselben Beziehung wie das erste Teilchen zu seinen benachbarten; es wird infolgedessen jedes derselben wieder als Ausgangspunkt einer allseitig sich fortpflanzenden Welle angesehen werden können, die um so später ihre Bewegung beginnt, je weiter sie vom ursprünglichen Zentrum entfernt ist. Der gesamte durch das Zusammenwirken der unendlich vielen Wellensysteme hervorgerufene Bewegungszustand wird für jeden Zeitpunkt gegeben sein durch die alle einzelnen Teilwellen ge-

meinsam umhüllende Fläche. Man sieht, dass dieselbe für ein isotropes Medium identisch sein muss mit der vorhin gefundenen Kugelfläche als Umhüllende unendlich vieler um einen Ausgangspunkt gruppierter Kugelwellen.

Dieser das Huyghenssche Prinzip genannte Satz gibt eine klare Vorstellung von dem Wesen der Lichtfortpflanzung und befähigt uns, alle optischen Erscheinungen, die ausschliesslich auf Aetherschwingungen beruhen, zu begreifen. Man ersieht, dass eine Fortpflanzung des Lichts längs einer einzigen geraden Linie nicht möglich ist, da ja jeder Punkt dieser Geraden kugelförmige Wellen aussendet; es wird sich deshalb immer nur um die Fortpflanzung eines, wenn auch kleinen, Wellenstücks handeln, zu dem unendlich viele Strahlen gehören, welche zusammen ein Strahlenbündel ausmachen. Vereinzelte Strahlen sind daher unmöglich; wir verstehen unter einem Lichtstrahl jeweils ein Strahlenbündel von sehr geringer Breite. In dem betrachteten Fall von Kugelwellen steht nun die Wellenfläche auf der Strahlrichtung senkrecht. Denkt man sich ein Wellenstück sehr klein oder sehr weit vom Erregungspunkt entfernt, was man bei Lichtstrahlen, die von einer nicht sehr benachbarten Quelle kommen, immer tun kann, so kann man es als eben und die auf ihm senkrechten Strahlen als unter sich parallel ansehen. Man hat also zu einem Bündel unter sich paralleler Lichtstrahlen stets eine ebene Welle, die zur Richtung der Strahlen oder Fortpflanzungsrichtung der Welle senkrecht steht.

10. **Die Fresnelsche Wellenfläche.** Fresnel kam auf Grund mathematischer Ueberlegungen zu einer Wellenfläche, die nicht nur für isotrope, sondern auch für alle heterotropen Medien eine Vorstellung von der Lichtbewegung in denselben gibt. Seine der Rechnung zu Grunde gelegte Annahme ist die der Transversalität der Aethervibrationen. Und zwar kann danach auch das natürliche Licht nur transversale Schwingungen enthalten, da bei der Doppelbrechung der longitudinale Teil gänzlich hätte zerstört werden müssen, weil er im polarisierten Licht nicht vorkommt. Ausserdem ergeben aber die Versuche, dass bei der Doppelbrechung in vollkommen durchsichtigen Kristallen die Intensität des auffallenden Lichts durch die Summe der Intensitäten der beiden

gebrochenen und der reflektierten Strahlen vollständig wieder erhalten wird. Dass auch das reflektierte Licht keine longitudinalen Schwingungen besitzt, ergibt die Zerlegung desselben durch einen zweiten doppelbrechenden Kristall. Es kann demnach der Akt der Polarisation nicht in einer Erzeugung transversaler Vibrationen bestehen, sondern nur in einer Zerlegung der schon vorhandenen nach unveränderlichen Richtungen.

Tritt im Innern eines Kristalls nun eine kleine Verschiebung eines Aetherteilchens aus seiner Gleichgewichtslage ein, so ruft dieselbe Elastizitätskräfte wach, die hervorgehen aus einer Wirkung aller derjenigen Teilchen, die in einer mit der Verschiebung zusammenfallenden Richtung liegen. In jedem Molekularsystem gibt es für jeden materiellen Punkt drei unter sich rechtwinklige Elastizitätsachsen; dieselben sind Gerade, welche der Bedingung genügen, dass jeder kleinen Verschiebung des Punktes in dieser Geraden eine Abstossungskraft als Resultante der Wirkung aller Moleküle hervorgehe, deren Richtung zusammenfällt mit der Richtung der Verschiebung. In Kristallen gehen dann alle Elastizitätsachsen des einen Moleküls ihren homologen in allen andern Molekülen parallel.

Nimmt man die drei Elastizitätsachsen des vibrierenden Mittels zu Koordinatenachsen x, y, z, und sind die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten nach diesen Richtungen a, b, c, so wären die Elastizitätskräfte nach den Achsenrichtungen a^2, b^2, c^2. Die Elastizitätskraft, welche entsteht parallel einer Geraden mit den Neigungswinkeln α, β, γ gegen die Koordinatenachsen, hat die Komponenten $a^2 . \cos\alpha$, $b^2 \cos\beta$, $c^2 \cos\gamma$.

Die Resultierende der drei Komponenten ist

$$R = \sqrt{a^4 \cos^2\alpha + b^4 \cos^2\beta + c^4 . \cos^2 g.}$$

Ihre Winkel mit den Koordinatenachsen sind resp.

$$\frac{a^2 \cos\alpha}{R}, \quad \frac{b^2 \cos\beta}{R} \quad \text{und} \quad \frac{c^2 \cos\gamma}{R}.$$

Man sieht, dass im allgemeinen die Resultante nicht gleiche Richtung hat mit den sie erzeugenden Schwingungen, welche unter den Winkeln α, β, γ vor sich gehen. Zerlegt man aber die Resultante in zwei andere Kräfte, von denen die eine parallel, die andre normal zu den Verschiebungsrichtungen wirkt, so kann die Kraft eliminiert werden, die zugleich normal zur Wellenfläche wirkt, da sie wegen der Inkompressibilität des Aethers auf die Fortpflanzung der Lichtbewegung keinen Einfluss hat. Es brauchen deshalb nur die den Verschiebungen parallelen Komponenten berechnet werden.

Die Winkel der Verschiebungsrichtung mit den Achsen waren α, β, γ. Die Kosinus der Winkel der Resultante mit den Achsen waren $\frac{a^2 \cos \alpha}{R}$ u. s. w., also ist der Kosinus des Winkels, den die Resultante mit der Richtung der Verschiebungen macht,

$$\frac{a^2 \cos \alpha}{R} . \cos \alpha + \frac{b^2 \cos \beta}{R} . \cos \beta + \frac{c^2 \cos \gamma}{R} . \cos \gamma$$
$$= \frac{a^2 \cos^2 \alpha + b^2 \cos^2 \beta + c^2 \cos^2 \gamma}{R}.$$

Die Komponente selbst ist R. cos des Winkels, d. h.

$$a^2 \cos^2 \alpha + b^2 \cos^2 \beta + c^2 \cos^2 \gamma = \nu^2$$

gesetzt. Ist aber die Grösse der resultierenden Elastizitätskraft ν^2, so entspricht ihr die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ν.

Wird nach dieser Gleichung eine Fläche mit dem Fahrstrahl ν, der mit den Achsen x, y, z die variablen Winkel α, β, γ einschliesst, konstruiert, so ist dies eine Elastizitätsfläche. In rechtwinkligen Koordinaten wird deren Gleichung, wenn

$$\cos \alpha = \frac{x}{\nu}, \ \cos \beta = \frac{y}{\nu}, \ \cos \gamma = \frac{z}{\nu} \ \text{und} \ \nu^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

gesetzt wird,

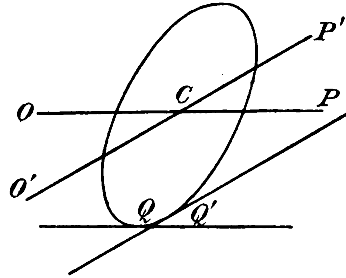
$$(x^2 + y^2 + z^2)^2 - a^2x^2 - b^2y^2 - c^2z^2 = 0 \quad . \ . \ . \ . \ . \quad \text{(I)}$$

Fresnel hat so eine Fläche gefunden, welche die Verteilung der Elastizität des Aethers für den allgemeinsten Fall in jedem beliebigen Körper angibt. Um hieraus die Wellenfläche zu finden als der Ort aller Punkte, die zu einer bestimmten Zeit denselben Schwingungszustand haben, muss nur beachtet werden, dass eine Welle um so grössere Fortpflanzungsgeschwindigkeit besitzt, je grösser die Elastizität des Aethers in der Richtung ist, in welcher die Teilchen vibrieren. Um daher die Wellenfläche zu erhalten, legt man beliebige Ebenen durch den Mittelpunkt der Elastizitätsfläche, errichtet in demselben auf der betreffenden Ebene ein Lot und trägt hierauf die grössten und kleinsten Halbmesser der durch den Schnitt gebildeten Kurve ab, die zugleich proportional sind den zwei Fortpflanzungsgeschwindigkeiten in dieser Normalen.

Es ergibt sich aber, dass diese Beziehungen nur für den Fall ebener Wellen Gültigkeit haben. Falls man von der Krümmung der Wellen nicht absehen darf, muss die Wellenfläche betrachtet werden als die gemeinsame Umhüllende aller Elementarwellen. Es besteht nun eine einfache Beziehung, dass nämlich

jede durch einen Erregungsmittelpunkt gehende ebene Welle die von dem Punkt ausgehenden Elementarwellen nach Verlauf der Zeiteinheit berührt. Ist C ein Erregungszentrum von Wellen und O P eine hindurchgehende ebene Welle, so berührt sie jene nach der Zeiteinheit in Q angekommene Welle. Dasselbe gilt für alle durch C gehenden ebenen Wellen, wie auch O′P′. Da nun die relativen Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der ebenen Wellen aus der Elastizitätsfläche gegeben sind, so kann deren Lage bestimmt werden; hieraus aber findet sich auch die Gestalt der von C ausgehenden gekrümmten Wellen als Kontinuum der umhüllenden ebenen Wellen.

Fig. 6.



Fresnel berechnet also seine allgemeine Wellenfläche aus der Gleichung der Elastizitätsfläche, indem er die gekrümmten Wellen sich entstanden denkt aus einer Aufeinanderfolge unendlich vieler ebenen Wellen. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten, d. h. der Weg in der Zeiteinheit, der letzteren aber sind durch den grössten und kleinsten Fahrstrahl in der gerade betrachteten Schnittebene der Elastizitätsfläche gegeben.

Die Gleichung der Elastizitätsfläche war

$$\nu^2 = a^2 \cos^2 \alpha + b^2 \cos^2 \beta + c^2 \cos^2 \gamma.$$

Die durch C gehende Ebene, deren Fortpflanzungsgeschwindigkeit zuerst betrachtet wird, möge die Gleichung

$$z = m x + n y \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \text{(II)}$$

haben, die im Laufe der Zeiteinheit ihr parallele

$$z = m x + n y + C, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \text{(III)}$$

wo C nun derart zu bestimmen ist, dass der Abstand beider gleich dem grössten oder kleinsten Fahrstrahl in der durch den Schnitt $z = m x + n y$ gebildeten Ellipsenfläche ist. Ist die Gleichung dieses Fahrstrahls allgemein

$$\left.\begin{matrix} x = \rho \, . \, z \\ y = \sigma \, . \, z \end{matrix}\right\}, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \text{(IV)}$$

so besteht vermöge der ersten Ebene, in welcher derselbe liegen muss, nach Einsetzen seiner Werte in deren Gleichung:

$$m \rho + n \sigma = 1 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \text{(V)}$$

Für die Elastizitätsfläche besteht aber ausserdem

$$\cos^2\alpha = \frac{\rho^2}{1+\rho^2+\sigma^2}, \quad \cos^2\beta = \frac{\sigma^2}{1+\rho^2-\sigma^2}, \quad \cos^2\gamma = \frac{1}{1+\rho^2+\sigma^2},$$

wie sich ergibt, wenn man die Werte von x und y aus der Gleichung des Fahrstrahls in die auf S. 28 gegebenen Beziehungen $\cos\alpha = \frac{x}{\nu}$ u. s. w. einsetzt.

Führt man dies in die Gleichung der Elastizitätsfläche ein, so wird

$$\nu^2(1+\rho^2+\sigma^2) = a^2\rho^2 + b^2\sigma^2 + c^2, \quad \ldots\ldots \quad \text{(VI)}$$

und die Winkel α, β, γ, welche der Fahrstrahl mit den Elastizitätsachsen bildet, sind somit ersetzt durch die Tangenten ρ und σ der Winkel, welche dessen Projection auf die [xz]- und [yz]-Ebene mit der z-Achse bildet.

Wir haben aber die Maximal- und die Minimalwerte des Fahrstrahls aufzusuchen, um daraus den Abstand der beiden Ebenen zu finden. Wir bilden $d\nu = 0$ mit den beiden Variablen ρ und σ. Dann wird

$$\nu^2\left(\rho + \sigma\frac{d\sigma}{d\rho}\right) = a^2\rho + b^2\sigma\,.\,\frac{d\sigma}{d\rho}.$$

Aus der Beziehung (V) wird

$$\frac{d\sigma}{d\rho} = -\frac{m}{n},$$

so dass oben

$$\nu^2(\rho n - \sigma m) = a^2\rho n - b^2\sigma m$$

und kombiniert mit (V)

$$\rho = \frac{(b^2-\nu^2)m}{(a^2-\nu^2)n^2 + (b^2-\nu^2)m^2}, \quad \sigma = \frac{(a^2-\nu^2)n}{(a^2-\nu^2)n^2 + (b^2-\nu^2)m^2}.$$

Setzen wir diese Ausdrücke in die Gleichung (VI), so resultiert

$$(a^2-\nu^2)(c^2-\nu^2)n^2 + (b^2-\nu^2)(c^2-\nu^2)m^2 + (a^2-\nu^2)(b^2-\nu^2) = 0. \quad \text{(VII)}$$

Diese ist in Bezug auf ν^2 vom zweiten Grad. Es existieren also zwei Werte, für welche der Fahrstrahl ein Maximum oder ein Minimum hat. Der sich aus der Gleichung ergebende Wert von ν stellt also schon ein Maximum oder Minimum dar.

Der Abstand der parallelen Ebene (III) vom Koordinatenanfangspunkt ist $\frac{C}{\sqrt{1+m^2+n^2}}$; sie soll nun um den grössten oder kleinsten Fahrstrahl von O abstehen. Dann setzen wir

$$\frac{C}{\sqrt{1+m^2+n^2}} = \nu$$

oder, wenn für C der aus (III) sich ergebende Wert $z - (mx + ny)$ eingesetzt wird,

$$(z - mx - ny)^2 = \nu^2(1 + m^2 + n^2) \quad \ldots\ldots \quad \text{(VIII)}$$

Es ist dies die Gleichung einer in dem Endpunkt des charakteristischen Fahrstrahls an unsre zu suchende Wellenfläche gelegten Tangentialebene.

Die Wellenfläche selbst ist nun die Umhüllende aller unendlich vielen auf diese Weise möglichen Tangentialebenen. Lassen wir die Richtungswinkel m und n um kleine Grössen variieren, so entstehen solche neue benachbarte Tangentialebenen, deren gemeinsames Zwischenstück zur Wellenfläche gehört. Wir differentiieren also nach m und n, indem einmal n, das andre Mal m konstant bleibt:

(VII) differentiiert nach m gibt (VII′)
(VIII) „ „ m „ (VIII′) } hieraus wird $\nu \frac{d\nu}{dm}$ eliminiert.
(VII) „ „ n „ (VII″)
(VIII) „ „ n „ (VIII″) } hieraus wird $\nu \frac{d\nu}{dn}$ eliminiert.

Es bleiben dann zwei Gleichungen mit x, y, z und ν, m, n. Werden sie mit den ursprünglichen (VII) und (VIII) zusammengestellt, so können die drei Unbekannten ν, m und n eliminiert werden, und es bleibt die allgemeine Gleichung der Wellenfläche in rechtwinkligen Koordinaten

$$(x^2 + y^2 + z^2)(a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2) - a^2(b^2 + c^2)x^2 - b^2(c^2 + a^2)y^2 - c^2(a^2 + b^2)z^2 + a^2b^2c^2 = 0,$$

oder in Polarkoordinaten

$$\frac{a^2 \cos^2 \alpha}{\nu^2 - a^2} + \frac{b^2 \cos^2 \beta}{\nu^2 - b^2} + \frac{c^2 \,.\, \cos^2 \gamma}{\nu^2 - c^2} = 0.$$

Darin bedeuten a, b, c die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten nach den drei Achsenrichtungen.

11. **Reguläre Kristalle.** Wird im Mittelpunkt eines regulären Kristalls eine Lichtwelle erregt, so pflanzt sich dieselbe nach allen Richtungen mit derselben Geschwindigkeit fort, da sowohl die kristallographischen als die optischen Achsen alle gleichwertig sind.

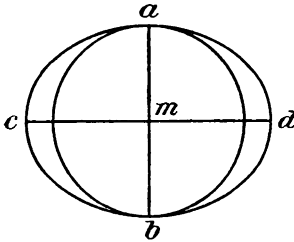
Die Wellenfläche aller regulären Kristalle ist eine Kugel.

Da die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten a, b und c einander gleich sind, so geht die Gleichung der Wellenfläche in diejenige einer Kugel $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ über.

12. **Optisch-einachsige Kristalle.** Im Innern eines solchen Kristalls pflanzen sich zwei verschiedene Wellen gemeinsam von einem Erregungszentrum aus fort, von denen die ordinäre eine Fortpflanzungsgeschwindigkeit besitzt, welche von der Richtung unabhängig ist. Um die Wellenfläche für alle Kristalle zu finden, welche die Fortpflanzung beider Wellen übersichtlich darstellt, genügt es, die Lichtbewegung in drei aufeinander senkrechten Ebenen, welche durch den Erregungsmittelpunkt als Koordinatenebenen gelegt werden können, zu untersuchen. Bei einachsigen Kristallen genügt aber eine einzige solche Ebene, die durch die

optische Achse gehen muss, also einen Hauptschnitt darstellt. Sei die Zeichenebene ein Hauptschnitt, so breitet sich die im Mittelpunkt m erregte ordinäre Welle allseitig gleich schnell aus, weil ihre Teilchen senkrecht zum Hauptschnitt schwingen und daher mit der optischen Achse ab, um welche ringsherum gleiche Eigenschaften des Kristalls herrschen, immer denselben Winkel bilden. Die Wellenfläche dieses Strahls ist also eine Kugelfläche um m, deren Radius in der Zeit T gleich einer Wellenlänge, in der Zeit einer Sekunde aber gleich der Fortpflanzungsgeschwindigkeit v im Kristall ist.

Fig. 7.



Die Schwingungen des aussergewöhnlich gebrochenen Strahls erfolgen in der Ebene des Hauptschnitts und breiten sich nach allen Richtungen verschieden aus, in denen sie andre Winkel mit der optischen Achse bilden. Es sei der Kalkspat als Beispiel genommen. Die Schwingungen des in der Richtung md senkrecht zur optischen Achse sich fortpflanzenden extraordinären Strahls gehen der Achse parallel. Für diese Richtung besitzt der Strahl den kleinsten Brechungsexponenten oder die grösste Fortpflanzungsgeschwindigkeit gegenüber der immer gleich bleibenden des ordinären Strahls. Er kommt daher in der Zeit 1 nach d und anderseits wegen der Symmetrie nach c. Betrachten wir die Schwingungen senkrecht zur Hauptachse, so müssen sich dieselben ebenso rasch ausbreiten wie die des ordinären Strahls; der extraordinäre Strahl gelangt also nach derselben Zeit auch nach a und b. Strahlen nun, deren Schwingungsebenen gegen die optische Achse kleinere Winkel bilden, pflanzen sich umso rascher fort, je mehr sich dieser Winkel der Null nähert. Das Kontinuum aller der so erhaltenen Punkte gibt eine Welle mit elliptischem Umriss, wie schon Huyghens (1678) gefunden hat. Da aber die gleichen Verhältnisse vorliegen in allen durch die optische Achse gelegten Ebenen oder Hauptschnitten, so ist die gesamte Wellenfläche des Kalkspats die durch Rotation unsrer Figur um die Symmetrieachse ab erhaltene Rotationsfläche. Sie besteht aus

einer Kugelfläche, die von aussen in den beiden Achsenpunkten a und b von einer Ellipsoidenfläche berührt wird. Aus der früheren Definition von optisch-positiven und -negativen Kristallen ist sofort ersichtlich, dass bei positiven Kristallen die Fläche des Ellipsoids im Innern der Kugelschale liegt und von dieser in den Punkten a und b berührt wird.

Die Wellenfläche einachsiger Kristalle besteht aus zwei Schalen, einer Kugel für die ordinären, einem Rotationsellipsoid für die extraordinären Strahlen.

Bei einachsig-positiven Kristallen umschliesst die Kugel das Ellipsoid und berührt es in den Endpunkten der optischen Achse.

Bei einachsig-negativen Kristallen umschliesst das Ellipsoid die Kugel und berührt sie in den Endpunkten der optischen Achse.

Man hat in solchen Kristallen also zwei Hauptelastizitätsachsen, deren eine mit der Richtung der optischen Achse zusammenfällt und die andre darauf senkrecht steht, und zwar hat die Elastizität in der Richtung der Achse entweder ein Maximum oder ein Minimum. Zur eindeutigen Bestimmung der Grösse der Doppelbrechung genügt die Angabe des ordinären Brechungsexponenten und des kleinsten bei negativen oder des grössten bei positiven Kristallen. Man nennt sie die Hauptbrechungsexponenten. Da die Radien der Kreise und die Halbachsen der Ellipsen im Verhältnis der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten des nach diesen Richtungen sich ausbreitenden Strahls, d. h. im Verhältnis der reziproken Hauptbrechungsexponenten stehen, so ist die Fläche durch die beiden letzteren, die wir ein für allemal durch n_o und n_e bezeichnen, eindeutig gegeben. Setzt man die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichts in Luft gleich 1, so ist beim Kalkspat z. B. der Radius der Kugel $\frac{1}{n_o} = 0{,}6030$ und die kleine und grosse Halbachse der Ellipse $\frac{1}{n_o} = 0{,}6030$ und $\frac{1}{n_e} = 0{,}6727$. Es gelten diese Dimensionen nur für Natriumlicht. Da die Brechungsexponenten mit der Lichtsorte variieren,

so ändert sich dadurch sowohl die Grösse der Kugel als die Grösse und Exzentrizität des Ellipsoids. Für Kalkspat ist, wenn die grosse Halbachse mit a, die kleine mit b bezeichnet wird,

	a	b	$\frac{a}{b}$
A-Linie . . .	0,6744	0,6060	1,1128
D-Linie . . .	0,6727	0,6030	1,1156
G-Linie . . .	0,6691	0,5965	1,1217
Für Quarz dagegen:			
A-Linie . . .	0,6497	0,6459	1,0059
D-Linie . . .	0,6476	0,6438	1,0059
G-Linie . . .	0,6435	0,6395	1,0062.

Man sieht, dass der Quarz gegen Kalkspat eine viel kleinere Doppelbrechung besitzt, seine Ellipse sich stark dem Kreis nähert.

Die Elastizitätsfläche solcher Kristalle hat, da zwei Hauptbrechungsexponenten einander gleich sind, die Gestalt eines Umdrehungsellipsoids. Die Fresnelsche Wellenfläche zerfällt unter der Annahme, dass $b = c$ sei, in zwei Teile mit den Gleichungen

$$x^2 + y^2 + z^2 = b^2,$$

eine Kugel, und

$$a^2 x^2 + b^2 (y^2 + z^2) = a^2 b^2,$$

ein Rotationsellipsoid.

Die Fläche ist also mit der nach dem Prinzip von Huyghens gefundenen identisch. Ist $a < b$, d. h. die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichts in der Richtung der optischen Achse am grössten, so liegt die Kugel ausserhalb des Ellipsoids; ist $a > b$, so liegt sie im Innern.

Aus der Gestalt oder der Gleichung der Wellenfläche lassen sich alle Erscheinungen berechnen, insbesondere die Brechungsexponenten des ausserordentlichen Strahls in jeder beliebigen Richtung finden. Die grosse und kleine Achse des Ellipsoids ist der reziproke Brechungsexponent der extraordinären Welle normal und parallel zur optischen Achse. Jeder andre Fahrstrahl vom Mittelpunkt nach der Oberfläche gibt direkt den reziproken Wert des Brechungsexponenten, d. h. die Fortpflanzungsgeschwindigkeit eines nach dieser Richtung sich fortpflanzenden extraordinären Strahls an.

Legen wir den Hauptschnitt in die [xy]-Ebene, was ohne Beschränkung zulässig ist, und bezeichnet ε den Brechungsexponenten des extraordinären Strahls für die unter dem Winkel φ gegen die Hauptachse geneigte Richtung desselben, so findet sich

$$\frac{1}{\varepsilon} = \frac{1}{\sqrt{n_e^2 \sin^2 \varphi + n_o^2 \cos^2 \varphi}}.$$

Aus der Ellipsengleichung

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

wird nämlich mit Benutzung von $x^2 = \nu^2 \cos^2 \varphi$ und $y^2 = \nu^2 . \sin^2 \varphi$

$$\nu^2 = \frac{1}{\varepsilon^2} = \frac{a^2 b^2}{a^2 . \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi}$$

oder

$$\nu = \frac{1}{\varepsilon} = \frac{1}{\sqrt{ne^2 \sin^2 \varphi + no^2 \cos^2 \varphi}},$$

weil $b = \frac{1}{no}$ und $a = \frac{1}{ne}$ ist.

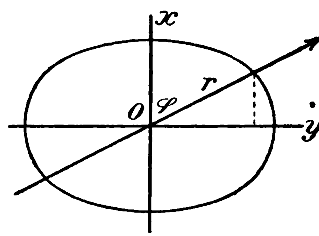


Fig. 8.

Eine andre ähnliche Beziehung zwischen dem ordinären und extraordinären Strahl ist die schon von Biot erkannte, dass die Differenz der reziproken Quadrate der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten des ordinären und extraordinären Strahls dem Quadrat des Sinus des Winkels proportional ist, den der ausserordentliche Strahl mit der x-Achse des Koordinatensystems bildet.

Sind die Hauptbrechungsexponenten $\frac{1}{a}$ und $\frac{1}{b}$, so ist die Ellipsoidengleichung

$$a^2 x^2 + b^2(y^2 + z^2) = a^2 b^2$$

und nach Einsetzen von Polarkoordinaten

$$\frac{1}{\nu^2} = \frac{a^2 \cos^2 \lambda + b^2 (\cos^2 \mu + \cos^2 \rho)}{a^2 b^2},$$

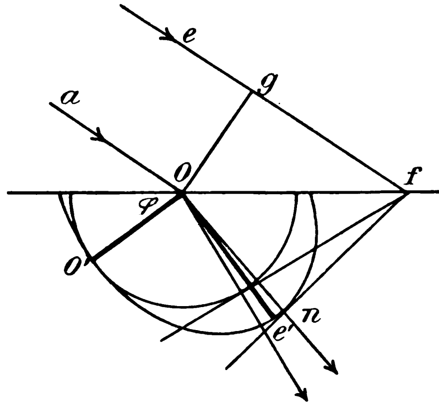
oder, wenn $\cos^2 \mu + \cos^2 \rho = 1 - \cos^2 \lambda$ gesetzt wird,

$$\frac{1}{b^2} - \frac{1}{\nu^2} = \frac{a^2 - b^2}{a^2 b^2} . \sin^2 \lambda.$$

13. **Doppelbrechung in optisch-einachsigen Kristallen.** Fällt ein Bündel paralleler Lichtstrahlen auf die Oberfläche eines unter

dem Winkel φ gegen die optische Achse o o′ geschnittenen Kristalls, so breitet sich im Einfallspunkt o der ordinäre Strahl in einer um o gelegten Kugelwelle aus, die in derselben Zeit nach o′ gelangt, in welcher der Strahl e f in Luft den Weg g f zurückgelegt hat. Die von allen Strahlen des Bündels gebildete ebene Welle im Kristall ist die gemeinsame Berührende aller nacheinander zwischen o und f sich bildenden kugelförmigen Elementarwellen. Zieht man nämlich von o auf e f eine Normale, so stellt diese das zu dem Lichtbündel gehörige ebene Wellenstückchen dar, in welchem alle Aetherteilchen in gleicher Phase schwingen. Indem nun die Welle o g gegen die Kristalloberfläche fortschreitet, werden

Fig. 9.

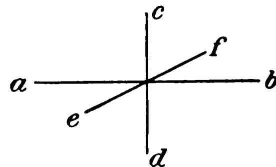


immer mehr gegen f zu liegende Punkte derselben von einem Strahl getroffen und senden dann kugelförmige Wellen in den Kristall hinein. Die berührende Hauptwelle ist in ihrer Projektion durch die Tangente von f an den Kreis dargestellt. Ausserdem bilden sich in o aber Schwingungen im Hauptschnitt, extraordinäre Wellen, aus, welche sich in der Form einer Ellipse ausbreiten. In der Zeit, in welcher g nach f kommt, wird die grösste von der ausserordentlichen Welle durchlaufene Halbachse dargestellt sein durch das Verhältnis der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten mit Bezug auf die Strecke g f. In dieser Zeit bilden sich nebeneinander von o nach f. elementare Ellipsoidenwellen aus, deren Halbmesser um so kleiner sind, je näher ihr Erregungszentrum

an f liegt; in f selbst sind dieselben noch Null. Die allen Einzelwellen entsprechende ebene Welle ist daher gegeben durch die Tangentialebene von f an die Flächen der Ellipsoide; ihre Projektion ist durch die Gerade fn dargestellt. Die von o aus nach dem Berührungspunkt gezogene Gerade gibt die Richtung des gebrochenen Strahls an.

14. **Optisch-zweiachsige Kristalle.** Dieselben wurden von Brewster entdeckt; er fand jedoch ebensowenig wie Malus die wahren Gesetze der Doppelbrechung derselben. Sie hielten noch am Bestehen eines ordinär gebrochenen Strahls fest. Biot wurde dazu verleitet durch Beobachtungen am Topas, für den zufälligerweise die Abweichung der Brechung des einen Strahls von derjenigen des ordinären keine merkliche ist. Erst Fresnel wies auf den wahren Vorgang in solchen Kristallen hin. Nach ihm gibt es in solchen Kristallen keinen ordinären Strahl, der nach allen Richtungen die gleiche Fortpflanzungsgeschwindigkeit hätte. Dasselbe Resultat fanden später Rudberg, Glazebrook, V. v. Lang u. a. Es gibt danach keine Richtung, um welche herum gleiche Aetherelastizität herrscht. Vielmehr kann man in jedem solchen Kristall zwei aufeinander senkrecht stehende Achsen legen, von denen die Richtung und Länge ab der einen die grösste, die der andern cd die kleinste Elastizität darstellt. Rechtwinklig zu diesen beiden Achsen ist die Elastizität kleiner als in der Richtung ab und grösser als längs cd; sie werde die Achse der mittleren Elastizität genannt. Da nun die Fortpflanzungsgeschwindigkeit um so grösser, die Brechungsexponenten um so kleiner sind, je grösser die Elastizität in einer bestimmten Richtung ist, so pflanzen sich diejenigen Strahlen am schnellsten fort, deren Schwingungen parallel zur grössten Achse der Elastizität erfolgen. Beschreiben wir mit den drei erwähnten Elastizitätsachsen ein Ellipsoid, so kann dasselbe als Elastizitätsfläche oder Indikatrix angesehen werden, die sich zwar von der Form der Wellenfläche unterscheidet, uns aber ein Mittel in die Hand gibt, diese aus ihr abzuleiten. Denkt man sich durch den Mittel-

Fig. 10.



punkt des Ellipsoids eine Ebene gelegt, so ist die Durchschnittsfigur im allgemeinen Fall eine Ellipse.

Die Gleichung der Elastizitätsfläche war nach Fresnel

$$(x^2 + y^2 + z^2) - a^2x^2 - d^2y^2 - c^2z^2 = 0.$$

Es zeigt sich nun, dass es immer zwei durch die y-Achse gehende und gegen die [xy]-Ebene gleich geneigte Ebenen gibt, welche unsre Elastizitätsfläche in Kreisen schneidet. Sei diese Ebenengleichung $z = Ax + By$, die mit obiger zusammengestellt werden muss, so resultiert aus beiden nur dann die Kugel- oder Kreisgleichung, wenn $B = o$ und $A = \pm\sqrt{\frac{a^2 - b^2}{b^2 - c^2}}$ ist, wo die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten $a > b > c$ sind und A die Tangente des Winkels, welchen die Kreisebene mit der x-Achse bildet. Aus

$$(x^2 + y^2 + z^2)^2 = a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2$$

$$z = \pm\sqrt{\frac{a^2 - b^2}{b^2 - c^2}} \cdot x$$

folgt die Gleichung

$$x^2 + y^2 + z^2 = b^2.$$

Die diesen beiden Kreisschnitten parallelen Wellen haben stets dieselbe Fortpflanzungsgeschwindigkeit, welches auch die Richtung ihrer Vibrationen sein mag. Wird ein Kristall parallel zu einem der beiden Kreisschnitte angeschliffen und lässt man darauf Strahlen mit beliebiger Schwingungsrichtung senkrecht auffallen, so pflanzen sie sich alle gleich schnell fort und erleiden also keine Doppelbrechung. Die beiden Normalen der Kreisschnitte sind die optischen Achsen des Kristalls. Da nur zwei voneinander verschiedene solcher Schnitte möglich sind, so kann ein Kristall nie mehr als zwei optische Achsen besitzen.

Um nun aus der gegebenen Elastizitätsfläche unsre Wellenfläche zu finden, legen wir durch deren Zentrum eine Ebene, errichten in der Mitte des elliptischen Querschnitts ein Lot und tragen darauf die Länge der grossen und kleinen Achse der Ellipse ab; die Strecken bedeuten dann direkt die Geschwindigkeiten der in der Richtung der beiden Halbachsen schwingenden Strahlen. Die Wellenfläche stellt sich dar als Kontinuum aller solcher aus unendlich vielen Schnitten hervorgehenden Punkten. Um aber eine Vorstellung von ihrer Gestalt zu bekommen, genügt es, dass man drei Ebenen durch den Kristall legt, von denen eine jede zwei Elastizitätsachsen in sich enthält.

Die Doppelbrechung wird durch Angabe dreier Brechungsexponenten eindeutig bestimmt, und zwar sind es die Exponenten

für Strahlen, deren Vibrationen parallel zu den drei Elastizitätsachsen erfolgen. Während zwei der Werte das Maximum und Minimum der Brechung angeben, stellt der dritte ein mittleres Brechungsvermögen dar.

Die drei Brechungsexponenten seien im folgenden mit $n_\alpha > n_\beta > n_\gamma$ bezeichnet.

a) Es werde ein Schnitt gelegt durch die grösste und kleinste Achse des Elastizitätsellipsoids und der Durchschnitt der Ebene mit der Wellenfläche betrachtet.

Ein in der Richtung der grössten Achse ab sich fortpflanzender Strahl besteht aus zwei senkrecht gegeneinander polarisierten

Fig. 11.

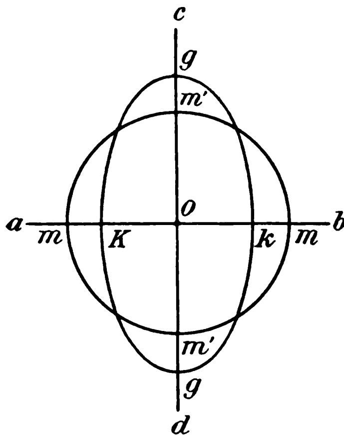
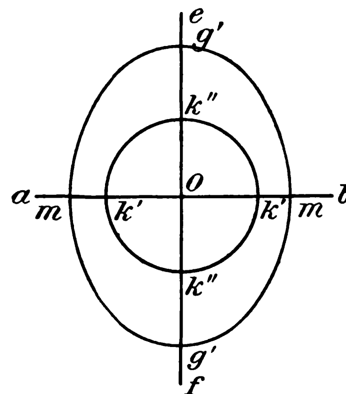


Fig. 12.



Teilen, von denen der eine parallel zu cd und der andre parallel zu ef schwingt, beide aber normal zur Achse ab. Ist o der Erregungsmittelpunkt, so pflanzt sich der cd, d. h. der kleinsten Achse der Elastizität, parallel schwingende Strahl am langsamsten fort und kommt im Verlauf der Zeiteinheit nach k beiderseits von o, wo die Länge $ok = \frac{cd}{2} = \frac{1}{n_\alpha}$ ist, wenn hier wie im folgenden die Geschwindigkeit in Luft gleich 1 gesetzt wird. In derselben Zeit kommt derjenige der Achse der mittleren Elastizität ef parallel schwingende Strahl nach m, wo dann $om = \frac{ef}{2} = \frac{1}{n_\beta}$

ist. Wird in ähnlicher Weise das längs der kleinen Elastizitätsachse sich fortpflanzende Licht betrachtet, so schwingt der eine Teil der grossen Achse parallel und gelangt nach g, wo og $= \frac{ab}{2} = \frac{1}{n_\gamma}$ ist. Der senkrecht zum Hauptschnitt schwingende Strahl geht wieder der mittleren Elastizitätsachse parallel und gelangt nach m′, wobei $om' = om = \frac{ef}{2} = \frac{1}{n_\beta}$ ist.

Die durch die kleinste und grösste Elastizitätsachse gelegte Ebene schneidet die gesuchte Wellenfläche in einem Kreis mit dem Radius $\frac{1}{n_\beta}$ und in einer Ellipse mit den Halbachsen $\frac{1}{n_\alpha}$ und $\frac{1}{n_\gamma}$.

b) Es werde eine Ebene durch die grosse und mittlere Elastizitätsachse gelegt.

Licht, das sich in der Richtung ab fortpflanzt, schwingt sowohl parallel ef als parallel cd. Das erstere im Hauptschnitt schwingende gelangt in der Zeiteinheit nach m, wo wieder om $= \frac{ef}{2} = \frac{1}{n_\beta}$ ist; das senkrecht zum Hauptschnitt und parallel cd schwingende Licht kommt in derselben Zeit nach k′, wo ok′ $= \frac{cd}{2} = \frac{1}{n_\alpha}$ ist.

Der in der Richtung ef sich fortpflanzende Strahl schwingt sowohl parallel ab als parallel cd. Der senkrecht zum Hauptschnitt und parallel cd schwingende kommt nach k″, so dass die Länge ok″ $= \frac{cd}{2} = ok' = \frac{1}{n_\alpha}$ ist. Der erstere dagegen kommt nach g′, so dass $og' = \frac{ab}{2} = \frac{1}{n_\gamma}$ ist.

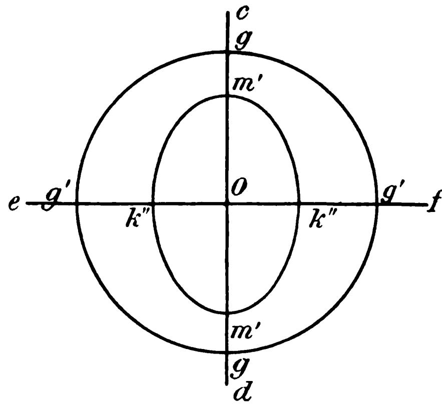
Die durch die mittlere und grösste Elastizitätsachse gelegte Ebene schneidet die Wellenfläche in einem Kreis mit dem Radius $\frac{1}{n_\alpha}$ und einer Ellipse mit den Halbachsen $\frac{1}{n_\beta}$ und $\frac{1}{n_\gamma}$.

c) Es werde eine Ebene durch die kleine und mittlere Elastizitätsachse gelegt.

Das in der Richtung cd sich fortpflanzende Licht schwingt parallel ab und ef; das erstere senkrecht zum Hauptschnitt vibrierende gelangt nach g, wobei $og = \frac{ab}{2} = \frac{1}{n_\gamma}$ ist, das zweite im Hauptschnitt vibrierende kommt in der betrachteten Zeit nach m′, so dass $om' = \frac{ef}{2} = \frac{1}{n_\beta}$ ist.

Strahlen in der Fortpflanzungsrichtung ef schwingen parallel ab und cd. Der erste Teil kommt nach g′, wo $og' = \frac{ab}{2} = \frac{1}{n_\gamma}$

Fig. 13.



ist, der zweite im Hauptschnitt schwingende nach k″, wobei ok″ $= \frac{cd}{2} = \frac{1}{n_\alpha}$ ist.

Die durch die kleinste und mittlere Elastizitätsachse gelegte Ebene schneidet die Wellenfläche in einem Kreis mit dem Radius $\frac{1}{n_\gamma}$ und einer Ellipse mit den Halbachsen $\frac{1}{n_\alpha}$ und $\frac{1}{n_\beta}$.

Auf diese Weise sind drei Hauptschnitte unsrer Fläche gefunden. Eine Zusammenstellung derselben gibt direkt ein gutes

Bild von der Gestalt derselben. Die Bezeichnung in den Figuren ist derart gewählt, dass zusammenfallende Punkte direkt daraus ersichtlich sind. Die Fläche ist eine solche der vierten Ordnung und stimmt überein mit der von Fresnel aufgestellten Gleichung. Sie besitzt vier Nabelpunkte, von denen die Verbindungslinie je zweier derselben die Richtungen angeben, in welchen zwei senkrecht gegeneinander polarisierte Strahlen sich mit gleicher Geschwindigkeit fortpflanzen. Es ist aber hiebei wohl zu unterscheiden zwischen der Fortpflanzung der beiden Lichtstrahlen und derjenigen der ihnen entsprechenden ebenen Wellen. Die beiden Strahlen gemeinsame ebene Welle ist gegeben durch die Tangentialebene an die Wellenfläche in den Nabelpunkten. Ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit ist der Länge des vom o-Punkt auf sie gefällten Perpendikels gleich, und die Richtung desselben bezeichnet die optischen Achsen des Kristalls, die daher nicht genau mit der Verbindungslinie der Nabelpunkte übereinstimmen, bei schwacher Doppelbrechung aber fast damit zusammenfallen. In allen Fällen aber fällt die Ebene der optischen Achsen mit der die grösste und kleinste Elastizitätsachse enthaltenden Ebene zusammen, so dass die Achse der mittleren Elastizität jeweils auf der optischen Achsenebene senkrecht steht.

Die optischen Achsen liegen symmetrisch zu den Elastizitätsachsen und bilden einen Winkel miteinander, der sowohl für die einzelnen Kristalle als auch deren Varietäten sehr verschieden ist. Er variiert von wenigen Graden bis auf 90°; in allen Fällen wird die eine Oeffnung einen spitzen, die andre einen stumpfen Winkel einschliessen. Eine Gerade, die den spitzen Winkel der optischen Achsen halbiert, wird Bisektrix, erste oder spitze Mittellinie genannt. Die Halbierungslinie des stumpfen Winkels heisst stumpfe Bisektrix, zweite oder stumpfe Mittellinie. Beide liegen in der Ebene der optischen Achsen und stehen aufeinander senkrecht. Die auf dieser Ebene und den beiden Geraden senkrechte Linie heisst die optische Normale. Man sieht, dass die beiden Mittellinien und die optische Normale zusammen identisch sind mit den unsrer Konstruktion zu Grunde gelegten Elastizitätsachsen des Kristalls. Während aber die optische Normale in allen Fällen die Richtung der mittleren

Elastizität angibt, können die beiden Mittellinien ihre Eigenschaften als Elastizitätsachsen vertauschen.

Man nennt die Kristalle, für welche die erste Mittellinie mit der kleinsten Elastizitätsachse zusammenfällt, zweiachsig-positiv; die Kristalle, für welche sie mit der grossen Elastizitätsachse zusammenfällt, zweiachsig-negativ. — Positiv sind z. B. Gips, Schwerspat, Topas; negativ Aragonit, Borax, Glimmer, Salpeter u. a. m.

Die einachsigen Kristalle können als spezielle zweiachsige angesehen werden, für welche der optische Achsenwinkel Null geworden ist. Dann lässt sich auch die gleichartige Bezeichnung positiver und negativer Kristalle verstehen.

Die Gleichung der Fresnelschen Wellenfläche für den allgemeinsten Fall zweiachsiger Kristalle lautet:

$$(x^2 + y^2 + z^2)(a^2x^2 + b^2y^2 + c^2z^2) - a^2(b^2 + c^2)x^2$$
$$- b^2(c^2 + a^2)y^2 - c^2(a^2 + b^2)z^2 + a^2b^2c^2 = 0.$$

Es seien $a > b > c$ die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten und

$$a = \frac{1}{n_\gamma},\quad b = \frac{1}{n_\beta},\quad c = \frac{1}{n_\alpha};$$

dann ist die x-Achse die grösste, die z-Achse die kleinste Achse der Elastizität.

Die Schnitte der Wellenfläche mit einer Koordinatenebene lassen sich hier analytisch auf sehr einfache Weise erkennen und mit den experimentell erhaltenen Resultaten vergleichen.

1. Für einen Schnitt parallel der [xz]-Ebene, d. h. $y = 0$, resultiert

$$x^2 + z^2 = b^2$$
$$a^2x^2 + c^2z^2 = a^2c^2$$

oder

$$x^2 + z^2 = \frac{1}{n_\beta^2}$$
$$\frac{x^2}{c^2} + \frac{z^2}{a^2} = 1,$$

d. h. ein Kreis mit dem Radius $\frac{1}{n_\beta}$ und eine Ellipse mit den Axen $\frac{1}{n_\gamma}$ und $\frac{1}{n_\alpha}$.

2. Schnitt parallel der [xy]-Ebene, d. h. $z = 0$.

$$x^2 + y^2 = c^2$$
$$a^2x^2 + b^2y^2 = a^2b^2$$

oder

$$x^2 + y^2 = \frac{1}{n_\alpha^2}$$

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1,$$

ein Kreis mit dem Radius $\frac{1}{n_\alpha}$ und eine Ellipse mit den Halbachsen $\frac{1}{n_\gamma}$ und $\frac{1}{n_\beta}$.

3) Schnitt parallel der [yz]-Ebene, d. h. $x = 0$

$$y^2 + z^2 = a^2$$

$$b^2 y^2 + c^2 z^2 = b^2 c^2$$

oder

$$y^2 + z^2 = \frac{1}{n_\gamma^2}$$

$$\frac{y^2}{c^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$$

ein Kreis mit dem Radius $\frac{1}{n_\gamma}$ und eine Ellipse mit den Halbachsen $\frac{1}{n_\alpha}$ und $\frac{1}{n_\beta}$.

Die Uebereinstimmung mit den auf konstruktivem Weg gefundenen Resultaten ist vollkommen.

In der [xz]-Ebene schneiden sich Kreis und Ellipse in vier Punkten, von denen je zwei einander gegenüberliegen. Ihre Koordinaten sind

$$x = \pm c \cdot \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2 - c^2}}$$

und

$$z = \pm a \sqrt{\frac{b^2 - c^2}{a^2 - c^2}}.$$

Die Symmetrie zur x- und z-Achse ist ersichtlich. Der Winkel, den diese beiden Geraden mit der x-Achse bilden, stellt sich durch

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha'}{2} = \pm \frac{a}{c} \sqrt{\frac{b^2 - c^2}{a^2 - b^2}}$$

dar. Es gibt dies die Geraden an, in denen die beiden Strahlen im Kristall dieselbe Richtung beibehalten, denen aber, wie schon durch eine geometrische Betrachtung sich ergab, verschiedene Wellenebenen zukommen, die deshalb mit den Lagen der optischen Achsen nicht vollständig zusammenfallen. Diese sind vielmehr durch die Normalen der Kreisschnitte unsrer Elastizitätsfläche gegeben, deren Neigungswinkel gegen die x-Achse sich aus

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - c^2}{a^2 - b^2}}$$

(S. 38) ergeben. Man sieht, dass sich beide Werte um den Bruch-

teil $\frac{a}{c} = \frac{n_\alpha}{n_\gamma}$ unterscheiden. Für schwache Doppelbrechung sind diese Werte nahe einander gleich; in diesem Fall liegen die Verbindungslinien der Nabelpunkte nicht weit von den wahren optischen Achsen entfernt.

Im rhombischen Kristallsystem, das sich durch drei ungleiche, aufeinander senkrechte kristallographische Achsen auszeichnet, fallen die optischen Elastizitätsachsen mit diesen in der Richtung, aber nicht hinsichtlich der Grösse zusammen.

Das monokline Kristallsystem besitzt zwei sich unter schiefen Winkeln schneidende Achsen und eine dritte auf der Ebene beider rechtwinklige, die als Orthodiagonale bezeichnet wird. Der die beiden geneigten Achsen enthaltende Hauptschnitt ist das Klinopinakoid, welches zugleich Symmetrieebene des Kristalls ist. Sie fällt mit der Ebene zweier optischer Elastizitätsachsen zusammen, ohne dass sich aber eine derselben mit einer kristallographischen Achse decken müsste. Nur die Orthodiagonale fällt mit einer optischen Elastizitätsachse zusammen, weil sie eine Symmetrieachse des Kristalls ist. Die Lage der beiden andern gegen die Kristallachsen kann nur durch das Experiment, mit Hilfe der Stauroskope, bestimmt werden. Die optische Achsenebene liegt in der Symmetrieebene oder senkrecht dazu. Die Orthodiagonale kann also sowohl eine der Mittellinien als auch die optische Normale sein.

Für die triklinen Kristalle kennt man keine gesetzmässige Beziehung zwischen der Lage der optischen und der kristallographischen Achsen, was schon dadurch einleuchtet, dass die letzteren ganz willkürlich zur geometrischen Orientierung gewählt werden, dass sie alle ungleich lang sind, keine auf der andern senkrecht steht, und keine Symmetrie in Bezug auf irgend eine durch den Kristall gelegte Ebene besteht.

15. **Doppelbrechung in optisch-zweiachsigen Kristallen.** Wie der Konstruktion der beiden gebrochenen Strahlen in optisch-einachsigen Kristallen die Huyghenssche Wellenfläche zu Grunde gelegt wurde, so beziehen wir uns hier auf die Fresnelsche, welche drei voneinander verschiedene Hauptlichtgeschwindigkeiten enthält.

Nehmen wir an, die Einfallsebene sei ein Hauptschnitt, d. h. sie enthalte zwei optische Elastizitätsachsen, welche in der Fig. 9, die für einachsige Kristalle konstruiert ist, und auf welche auch hier Bezug genommen werden kann, wenn die Zeichenebene ein Hauptschnitt ist, mit oo′ und oe′ bezeichnet seien. aoef sei wieder ein schief auffallendes Strahlenbündel und og die Wellenebene desselben. In dem Augenblick, in dem der Strahl ao nun die Kristallfläche trifft, wird er sich in zwei gebrochene spalten, von denen der eine im Hauptschnitt, der andre senkrecht zum Hauptschnitt und daher immer einer Elastizitätsachse parallel schwingt. Dieser breitet sich daher in einer Kreiswelle, jener in einer Ellipsenwelle aus. In dem Masse, wie nun die ebene Welle in Luft von og nach der Kristallfläche fortschreitet, bilden sich immer neue Elementarwellen im Kristall in Punkten zwischen o und f aus, deren gemeinsame Berührende von f aus die Richtung der im Kristall sich fortpflanzenden Wellen angibt. Man sieht, dass in der betrachteten Ebene eine ordinäre Welle auftritt; dasselbe gilt für die beiden andern Hauptschnitte des Kristalls. Drehen wir aber die Zeichenebene als Einfallsebene etwas aus der Hauptschnittsrichtung heraus, so erscheint keine ordinäre Kreiswelle mehr, wir haben dann nur aussergewöhnlich gebrochene Strahlen. Ferner ist ersichtlich, dass in unserm Fall die Gestalt der Wellenfläche in Bezug auf die Einfallsebene vollständig symmetrisch ist. Die Berührungspunkte der beiden von f aus an die Wellenflächen gezogenen Tangenten liegen daher im Hauptschnitt. Ist die Einfallsebene dagegen kein Hauptschnitt, so ist sie keine Symmetrieebene der Wellenfläche mehr, weil die vor und hinter der Zeichenebene liegenden Schalen der letzteren nicht mehr symmetrisch sind. Es liegen dann die Punkte, in denen die Tangentialebenen die beiden Schalen berühren, nicht mehr in der Einfallsebene, sondern vor oder hinter ihr. Es ist demnach keiner der beiden Strahlen in der Einfallsebene geblieben, sondern aus ihr seitlich abgelenkt, beide Strahlen sind also extraordinär. Einen seitlich unabgelenkten Strahl erhält man also nur, wenn die Einfallsebene einem der drei Hauptschnitte parallel geht.

Zur Bestimmung der Polarisations- oder Schwingungsebenen

der so abgelenkten Strahlen hat schon Biot eine Regel aufgestellt:

Denkt man sich durch jede optische Achse des Kristalls und den ordentlich gebrochenen Strahl eine Ebene gelegt, ferner eine dritte Ebene durch denselben, welche den Winkel zwischen den beiden ersten halbiert, so schwingen die Lichtteilchen des ordinären Strahls senkrecht zu dieser Ebene, die des aussergewöhnlich gebrochenen Strahls schwingen in der durch ihn und die beiden Achsenebenen definierten Halbierungsebene.

Kapitel III.

Chromatische Polarisation.

Man versteht darunter die Erscheinungen doppelbrechender Kristallplatten im polarisierten Licht. Es muss unterschieden werden, ob die Platten im senkrecht oder im schief auffallenden, im parallelen oder konvergenten Licht untersucht werden, weil die Farbenerscheinungen wesentliche Verschiedenheit dabei zeigen. Die Untersuchung ist nur dann möglich, wenn der Kristall in der Form einer sehr dünnen Platte angewendet wird. Die Benutzung der Kristalle in der Form, wie sie sich direkt durch natürliche oder künstliche Bildung darbieten, ist unmöglich. Solche Kristalle würden absolut keine auffallende Erscheinung zeigen und niemals geeignet sein, den gesetzmässigen Vorgang der Lichtfortpflanzung in ihnen zu enthüllen, weil, wie wir schon früher dargetan haben, die Lichtbewegungen Vorgänge von so ungeheurer Feinheit sind, dass sie dem beobachtenden Auge in sehr grober Materie vollständig verborgen bleiben, weil die Wirkungen vieler Kräfte sich regellos übereinanderlagern und dem Auge keinen andern Eindruck bieten als den der Helligkeit oder Dunkelheit. Die zahlreichen Feinheiten können erst bei der Benutzung sehr dünner Kristallplatten aufgefunden werden. Da die optischen Orientierungen und Eigenschaften eines Kristalls nicht in erster Linie von der Quantität, sondern nur von der Qualität seiner Substanz abhängen, so werden dünne Platten genau dieselben Verhältnisse darbieten wie dicke. Gerade darin liegt der Vorteil der Untersuchung kristallisierter Körper mit optischen Mitteln,

dass sie nur in den kleinsten Mengen notwendig sind, dass grosse Quantitäten in den meisten Fällen vollständig entbehrt werden können.

1. Abschnitt.

Im senkrecht auffallenden Licht.

16. **Allgemeine Sätze.** Die Interferenzerscheinungen, welche planparallele Platten von Kristallen im senkrecht einfallenden polarisierten Licht darbieten, wurden von F. Arago (1811) entdeckt, von Biot (1812) eingehend untersucht und von Fresnel (1816) erklärt.

Versuche über die Interferenzfähigkeit des polarisierten Lichts führten Fresnel und Arago zu folgenden Sätzen:

1. Zwei in derselben Richtung geradlinig polarisierte Strahlen interferieren wie gewöhnliches Licht.

2. Zwei rechtwinklig gegeneinander polarisierte Strahlen interferieren nie.

3. Zwei rechtwinklig gegeneinander polarisierte Strahlen, die von einem gemeinsamen polarisierten Strahle herrühren, interferieren, wenn sie auf dieselbe Polarisationsebene gebracht werden.

4. Zwei rechtwinklig gegeneinander polarisierte Strahlen, die von natürlichem Licht herrühren, interferieren auch dann nicht, wenn sie auf dieselbe Polarisationsebene gebracht werden.

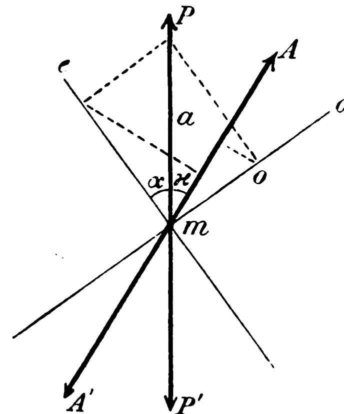
In diesen Sätzen liegt die Erklärung dafür ausgesprochen, dass die charakteristischen Interferenzerscheinungen, welche dünne Platten der Kristalle zu zeigen im stande sind, nur auftreten können, wenn man geradlinig polarisiertes Licht auffallen lässt und dasselbe nach dem Austritt aus der Platte wieder durch einen Apparat schickt, der nur geradlinig polarisiertes Licht durchlässt. Fällt nämlich ein Lichtstrahl auf eine solche Platte, die wir der Einfachheit halber als optisch einachsige annehmen wollen, welche parallel zur optischen Achse geschnitten ist, so werden sich seine Schwingungen nach dem Parallelogramm der Kräfte oder der Bewegungen zerlegen lassen nach einer Richtung parallel der optischen Achse und nach einer dazu senkrechten. Wir haben bei der Ableitung der Strahlenflächen nun gesehen, dass beide

Schwingungen sich mit verschiedener Geschwindigkeit fortpflanzen und deshalb die Kristallplatte mit einem gewissen Unterschied der Phasen verlassen. Wenn sie nun interferierten, so würden sie einmal Dunkelheit, einmal Helligkeit geben können in ähnlicher Weise, wie es bei der Interferenz natürlichen Lichts bei Newtonschen Ringen der Fall ist. Das Auge würde eine Farbenerscheinung beobachten, die von den beiden Geschwindigkeiten der Strahlen abhinge. Um aber eine Interferenz zu ermöglichen, muss, wie die Fresnelschen Sätze zeigen, geradlinig polarisiertes Licht auf die Platte fallen. Dasselbe kann erhalten werden von einem Spiegel, auf den natürliches Licht unter dem Polarisationswinkel auffällt, oder durch Benutzung einer Turmalinplatte. Viel besser noch eignen sich doppelbrechende Kristalle dazu, bei denen, wie wir sahen, die gebrochenen Strahlen vollständig polarisiert sind. Wird nämlich dort der eine Strahl entfernt und nur der andre beibehalten, so liefert dies Licht, das in einer einzigen Ebene schwingt. Wir wollen jeden Apparat, der auf diese Weise geradlinig polarisiertes Licht liefert, wie er auch sonst beschaffen sein mag, Polarisator nennen. Das auf die betrachtete Kristallplatte fallende Licht muss also zuerst durch einen Polarisator gegangen sein. Ferner fanden Fresnel und Arago, dass die Lichtstrahlen nur dann interferieren, wenn sie in derselben Ebene schwingen. Die eine Kristallplatte verlassenden Wellen sind aber senkrecht aufeinander polarisiert, indem die eine parallel, die andre senkrecht zum Hauptschnitt schwingt. Es müssen beide daher vereinigt werden nach einer einzigen Schwingungsrichtung, indem man ihre Resultante nach einer festen Richtung sucht. Dies ist nur möglich, wenn die Strahlen durch einen zweiten Polarisator gehen, welcher nur Schwingungen in einer einzigen Richtung durchlässt. Da derselbe die Analyse des durchgegangenen Lichts gestattet, wird er Analysator genannt. Die Untersuchung unserer Platten ist deshalb nur in einem Apparat möglich, der aus einem Polarisator und einem Analysator besteht, einem sog. Polarisationsapparat, deren im Kapitel XI mehrere beschrieben sind. Die Schwingungsebenen des den Polarisator und Analysator durchsetzenden polarisierten Lichts nennt man Hauptebenen des Polarisationsapparats.

Alle im folgenden zu beschreibenden Erscheinungen gelten sowohl für die optisch einachsigen als für die optisch zweiachsigen Kristalle. Man wird bei beiden in jeder Platte zwei aufeinander senkrechte Richtungen annehmen können, längs denen die optische Elastizität ein Maximum und ein Minimum hat, und kann dann die auffallende geradlinige Schwingung nach diesen beiden Richtungen zerlegen. Es kann daher in allen Fällen, wo die optische Achse einachsiger Kristalle erwähnt wird, auch eine der beiden Mittellinien zweiachsiger Kristalle gesetzt werden.

17. **Herleitung der Intensitätsgleichung.** Ein dünnes, der Einfachheit halber parallel zur optischen Achsenebene geschnittenes Kristallblättchen werde derart zwischen Polarisator und Analysator eines Polarisationsapparats gebracht, dass die Strahlen es normal durchdringen, so dass eine parallele Verschiebung desselben in seiner eigenen Ebene die Erscheinung nicht beeinflusst. Es wird dann im allgemeinen schöne Farben zeigen, die sich ändern, wenn das Blättchen in seiner Ebene herumgedreht wird, oder wenn der Analysator gedreht wird; der Polarisator soll für alle Fälle fest stehen.

Fig. 14.



Eine einfache mathematische Ableitung möge die auftretenden Erscheinungen klar machen.

Es sei PP′ die Richtung der Schwingungsebene des Polarisators und m die Eintrittsstelle eines polarisierten Lichtstrahls auf der Unterseite des Kristallblättchens. Die Hauptachsen oder die Richtungen der optischen Elastizitätsachsen desselben seien durch o und e gegeben; sie mögen mit PP′ den Winkel α und $90 - \alpha$ einschliessen. Die Amplitude oder der grösste Ausschlag des vom Polarisator kommenden Lichts sei a; dann ist der Schwingungszustand des in m in den Kristall eintretenden Aetherteilchens durch $s = a \,.\, \sin 2\pi \frac{t}{T}$ dargestellt, wenn s die zur Zeit t be-

stehende Entfernung des schwingenden Teilchens von seiner Ruhelage bedeutet. Beim Eintritt in das Blättchen kann die Schwingung zerlegt werden in einen nach o und einen nach e schwingenden Teil. Die Amplitude des parallel o schwingenden Strahls, d. h. die Projektion der ursprünglichen Amplitude auf die o-Richtung, ist

$$m o = a \,.\, \sin \alpha$$

die Amplitude des parallel e schwingenden Strahls aber

$$m e = a \,.\, \cos \alpha.$$

Beim Durchlaufen des Kristallblättchens ändern die beiden Schwingungen ihren Schwingungszustand gegeneinander, weil sie sich verschieden rasch fortpflanzen. Man sagt, die beiden an der Oberseite der Platte angekommenen Wellen besitzen einen Gangunterschied, die eine ist der andern um eine bestimmte Anzahl von Wellenlängen vorausgeeilt.

Die Platte habe die Dicke d, und ν_1 und ν_2 seien die Geschwindigkeiten, mit denen die parallel o und parallel e schwingenden Strahlen den Kristall durchlaufen haben. Ist $\mathfrak{v}$ die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichts in Luft, und bedeuten o_1 und o_2 die Dicken der Luftschichten, welche von den beiden Wellen in derselben Zeit durchlaufen werden wie die Kristallplatte, so ist der Schwingungszustand der beiden Wellen an der Oberseite derselben:

$$s_1 = a \,.\, \sin \alpha \,.\, \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{o_1}{\lambda}\right)$$

$$s_2 = a \,.\, \cos \alpha \,.\, \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{o_2}{\lambda}\right)$$

Die Dicken der durchlaufenen Schichten in Luft und dem Kristall verhalten sich nun wie die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten in beiden Substanzen. Also ist

$$\left.\begin{array}{l} o_1 : \mathfrak{v} = d : \nu_1 \\ o_2 : \mathfrak{v} = d : \nu_2 \end{array}\right\} \text{ und } \lambda = \mathfrak{v} \,.\, T$$

daraus

$$o_1 = \frac{d}{\nu_1} \,.\, \frac{\lambda}{T} \text{ und } o_2 = \frac{d}{\nu_2} \,.\, \frac{\lambda}{T}.$$

Wird dies oben eingesetzt, so folgt:

$$s_1 = a \,.\, \sin \alpha \sin \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{d}{\nu_1}\right)$$

$$s_2 = a \,.\, \cos\alpha \,.\, \sin\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{d}{\nu_2}\right) = a \,.\, \cos\alpha \,.\, \sin\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{d}{\nu_1} - \tau\right)$$

wenn der Ausdruck

$$\frac{d}{\nu_2} - \frac{d}{\nu_1} = \tau$$

die Zeitdifferenz der beiden Strahlen im Kristall ist.

Da die beiden Strahlen senkrecht gegeneinander polarisiert sind, so können sie nur dann interferieren, wenn beide auf dieselbe Schwingungsrichtung gebracht werden. Dies geschieht durch den Analysator, dessen Schwingungsebene durch A A′ dargestellt ist. Bilden die beiden Hauptebenen den Winkel $\varkappa$ miteinander, so treten aus dem Analysator folgende Schwingungen aus:

$$\sigma_1 = s_1 \,.\, \sin(\alpha - \varkappa)$$
$$\sigma_2 = s_2 \,.\, \cos(\alpha - \varkappa)$$

Da beide Strahlen nur durch die verschiedene Fortpflanzung innerhalb des Kristalls Gangunterschiede erhalten haben, die für die Interferenzerscheinungen wichtig sind, sich aber in Luft oder im Analysator gleichschnell fortpflanzen, so seien die auf diesem Weg hinzukommenden Veränderungen der Phase, da sie beiden in gleicher Weise zukommen, als unwesentlich fortgelassen. Nach dem Austritt aus dem Analysator können die Strahlen interferieren. Die Gesamtschwingung stellt sich dar durch die Summe der Einzelschwingungen; ihre Bewegung ist also durch

$$S = \sigma_1 + \sigma_2 = s_1 \,.\, \sin(\alpha - \varkappa) + s_2 \cos(\alpha - \varkappa)$$

gegeben.

Wird der Ausdruck gelöst, so geht er über in:

$$S = a \,.\, \sin\alpha \,.\, \sin(\alpha - \varkappa) \sin\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{d}{\nu_1}\right) + a \,.\, \cos\alpha \,.\, \cos(\alpha - \varkappa)$$
$$.\, \sin\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{d}{\nu_1} - \tau\right) = A \,.\, \sin\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{\psi}{\mathfrak{v}}\right),$$

wo ψ sowohl die Dicke als die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten im Kristall enthält. Die Summe stellt sich durch zwei Faktoren dar, deren erster, die Amplitude A, von der Zeit unabhängig ist, deren zweiter den augenblicklichen nur von t abhängigen Schwingungszustand darstellt und somit auf die Intensität des durchtretenden Lichts keinen Einfluss haben kann.

Wie schon früher gezeigt, ist die aus dem Analysator ins Auge tretende Lichtintensität dem Quadrat der Amplitude proportional.

Dieselbe stellt sich dar als:

$$A^2 = a^2 . \Big[\cos^2 \alpha . \cos^2 (\alpha - \varkappa) + \sin^2 \alpha . \sin^2 (\alpha - \varkappa)$$

$$+ 2 . \cos \alpha . \sin \alpha . \cos (\alpha - \varkappa) . \sin (\alpha - \varkappa) . \cos 2\pi \frac{\top}{T}\Big].$$

Weil von diesem Ausdruck die ganze beobachtbare Erscheinung abhängt, muss er eingehend diskutiert werden.

Wir setzen

$$\cos 2\pi \frac{\top}{T} = \cos^2 \pi \frac{\top}{T} - \sin^2 \pi \frac{\top}{T} = 1 - 2 \sin^2 \pi \frac{\top}{T}.$$

Da ausserdem beim Lösen der Klammer die $\cos^2 \alpha$ u. s. w. wegfallen, bleibt

$$A^2 = a^2 \Big[\cos^2 \varkappa - \sin 2\alpha . \sin 2 (\alpha - \varkappa) \sin^2 \pi \frac{\top}{T}\Big].$$

Es war

$$\top = d\left(\frac{1}{\nu_2} - \frac{1}{\nu_1}\right) \text{ und } T = \frac{\lambda}{\mathfrak{v}},$$

daher

$$\frac{\top}{T} = \frac{d}{\lambda}\left(\frac{\mathfrak{v}}{\nu_2} - \frac{\mathfrak{v}}{\nu_1}\right) = \frac{d}{\lambda}(n_2 - n_1),$$

wenn n_2 und n_1 die Brechungsexponenten des Kristalls für Strahlen sind, welche sich in der Richtung der Plattennormalen fortpflanzen und parallel o und e vibrieren. Darnach wird:

$$J = A^2 = a^2 \Big\{\cos^2 \varkappa - \sin 2\alpha . \sin 2 (\alpha - \varkappa) \sin^2 \pi \frac{d (n_2 - n_1)}{\lambda}\Big\}.$$

Man sieht, dass die dem Auge sich bietende Erscheinung abhängig ist von der Differenz der Brechungsexponenten, d. h. von der Grösse der Doppelbrechung der Kristallplatte und ihrer Orientierung gegen die optischen Elastizitätsachsen, von ihrer Dicke und ihrer Lage gegen die Hauptebene des Polarisators α, ferner von der Stellung des beweglichen Analysators und der Wellenlänge des Lichts.

Um einfache Erscheinungen zu haben, wollen wir zuerst

konstante Wellenlänge annehmen, ferner konstante Dicke der Platte.

18. **Homogenes Licht.** Es werde das Gesichtsfeld mit einer Lichtquelle beleuchtet, die nur eine einzige Wellenlänge liefert. Annähernd lässt sich das realisieren durch Anwendung von Flammen, die durch ein eingeführtes Salz gefärbt, oder durch Farbengläser, welche zwischen die weisse Lichtquelle und den Polarisator gehalten werden. Dann ist λ konstant.

1. Es sei der Polarisator- und Analysatorhauptschnitt gekreuzt, $\varkappa = 90^0$.

Die Intensität wird

$$J = a^2 . \sin^2 2\,\alpha . \sin^2 \pi \frac{d\,(n_2 - n_1)}{\lambda}$$

Die Intensität wird Null:

a) wenn $\sin 2\,\alpha = 0$, d. h. $\alpha = 0^0\ 90^0\ 180^0 \ldots$, wenn also die Schwingungsrichtungen des Kristalls mit der Hauptebene des Polarisators Winkel bilden, die ganze Vielfache von 90^0 sind.

b) wenn $\sin^2 \pi \frac{d\,(n_2 - n_1)}{\lambda} = 0$, d. h. $\frac{d}{\lambda}(n_2 - n_1) = 0$, 1, 2, 3 ... ist. Dieser Ausdruck $\frac{d}{\lambda}(n_2 - n_1)$ stellt den Gangunterschied der beiden gebrochenen Strahlen in Wellenlängen dar, d. h. er gibt an, um wieviel Wellenlängen des betreffenden Lichts der eine Strahl dem andern vorausgeeilt ist. Wir wollen $\frac{d}{\lambda}(n_2 - n_1) = \Gamma$ setzen. Das Gesichtsfeld erscheint also dunkel, wenn der eine Strahl dem andern gerade um ein ganzes Vielfaches einer Wellenlänge vorausgeeilt ist. Man sieht, dass dies sowohl abhängig ist von der Dicke d der Platte als von deren Doppelbrechung. Bei Kristallen des regulären Systems gab es nur einen einzigen Brechungsexponenten, war also $(n_2 - n_1) = 0$. Also geben Platten solcher Kristalle zwischen dem gekreuzten und daher dunkel erscheinenden Polarisations-

apparat immer Dunkelheit, weil dieser Ausdruck stets verschwindet.

Auch bei einachsigen Kristallen pflanzen sich Strahlen längs der optischen Achse ohne Doppelbrechung fort; es ist also $(n_2 - n_1) = 0$. Platten, die demnach senkrecht zur optischen Achse geschnitten sind, ändern das Gesichtsfeld auch nicht.

Die Intensität erreicht ihr Maximum:

a) wenn $\sin^2 2\alpha = 1$ oder $\alpha = 45^0\ 135^0 \ldots$ ist, d. h. wenn die Hauptschwingungsrichtungen des Kristalls mit den Hauptebenen des Apparats Winkel von 45^0 bilden.

b) wenn zugleich $\sin^2 \pi \frac{d(n_2 - n_1)}{\lambda} = 1$ wird, oder $\pi \frac{d(n_2 - n_1)}{\lambda} = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2} \ldots$ oder der Gangunterschied $\frac{d}{\lambda}(n_2 - n_1) = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2} \ldots$,

Das Gesichtsfeld erscheint für das Kristallblättchen also in der grössten Helligkeit, wenn der Gangunterschied seiner zwei gebrochenen Strahlen ein ungerades Vielfaches einer halben Wellenlänge beträgt. Für die erwähnten regulären und senkrecht zur Achse geschliffenen optisch einachsigen Kristalle ist dies nie möglich, welches auch die Dicke oder die Wellenlänge sein mag. Diese geben zwischen gekreuzten Hauptebenen also niemals Helligkeit.

Die Beobachtung zeigt in Uebereinstimmung mit den Resultaten der Rechnung:

Das Gesichtsfeld des Polarisationsapparats ist bei gekreuzten Hauptebenen dunkel. Ein dazwischen gebrachtes dünnes doppelbrechendes Kristallblättchen zeigt im monochromatischen oder einfarbigen Licht im allgemeinen Aufhellung des Gesichtsfelds; beim Drehen des Blättchens in seiner Ebene ändert sich die Helligkeit und geht bei zwei um 180^0 voneinander abstehenden Lagen in Dunkelheit über.

Diese bezeichnen die Richtungen der optischen Elastizitätsachsen. Bei etwas dickeren oder dünneren Blättchen ist die Erscheinung dieselbe, ebenso bei anders gefärbten Lichtquellen. Blättchen aus regulären Kristallen geschnitten, oder solche normal zur optischen Achse einachsiger Kristalle verändern das Gesichtsfeld nie.

2. Es sei die Hauptebene des Polarisators derjenigen des Analysators parallel, $\varkappa = 0^0$

Die Intensität wird $J = a^2 . \left\{ 1 - \sin 2\alpha . \sin^2 \pi \frac{d(n_2 - n_1)}{\lambda} \right\}$

Die Intensität wird Null:

a) wenn gleichzeitig $\sin 2\alpha = 1$ und $\sin^2 \pi \frac{d(n_2 - n_1)}{\lambda}$ $= 1$ werden, also für $\alpha = 45^0, 135^0 \ldots$ und $d(n_2 - n_1)$ $= \frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \ldots$ d. h. wenn gleichzeitig der Gangunterschied der beiden Strahlen ein ungerades Vielfaches der halben Wellenlänge beträgt und die Schwingungsrichtung des Kristalls unter 45^0 gegen die Hauptebenen des Apparats geneigt sind.

Die Intensität erreicht ihr Maximum:

a) wenn $\sin 2\alpha = 0$, d. h. $\alpha = 0^0\ 90^0\ 180^0 \ldots$, d. h. wenn eine der Schwingungsebenen im Kristall den Hauptachsen parallel geht, die andre also darauf senkrecht steht.

b) wenn $\sin^2 \pi \frac{d(n_2 - n_1)}{\lambda} = 0$ d. h. $d(n_2 - n_1) = 0, \lambda, 2\lambda \ldots$ d. h. wenn der Gangunterschied der beiden doppelt gebrochenen Strahlen ein ganzes Vielfaches einer Wellenlänge beträgt.

Die Beobachtungen zeigen in Uebereinstimmung mit den Resultaten der Rechnung:

Das Gesichtsfeld des Polarisationsapparats ist bei parallelen Hauptebenen hell in der Farbe der benutzten Lichtquelle. Ein dazwischengebrachtes dünnes, doppelbrechendes Kristallblättchen zeigt im allge-

meinen wieder Helligkeit, die in den meisten Fällen beim Drehen des Blättchens um die Sehrichtung als Achse nur einem Minimum weicht, dagegen selten ganz in Dunkelheit übergeht. Die Lage, für welche das Maximum der Intensität auftritt, gibt wieder die Richtung der beiden optischen Elastizitätsachsen an, indem die eine dieser Lage parallel geht, die andre darauf senkrecht steht.

Eine Kristallplatte erscheint zwischen gekreuzten Hauptebenen gerade in den Lagen im Minimum der Intensität, wo sie bei parallelen Hauptebenen ein Maximum liefert. Man sagt, die Erscheinungen im parallelen Polarisationsapparat seien denen im gekreuzten komplementär.

Die Farbe des Gesichtsfelds ist in allen Fällen identisch mit der Färbung der benutzten Lichtquelle. Eine Drehung der Platte in ihrer Ebene verändert nur die Intensität, dagegen niemals die Farbe.

3. Es bilde die Hauptebene des Analysators mit derjenigen des Polarisators einen beliebigen Winkel, $\varkappa$ variabel.

Die Intensitätsgleichung ist

$$J = a^2 \left\{ \cos^2 \varkappa - \sin 2\alpha \sin 2(\alpha - \varkappa) \sin^2 \pi . \frac{d(n_2 - n_1)}{\lambda} \right\}$$

die Helligkeit des Gesichtsfelds kann in diesem Fall nur verschwinden, wenn

$$\cos^2 \varkappa = \sin 2\alpha . \sin 2(\alpha - \varkappa) \sin^2 \pi \frac{d(n_2 - n_1)}{\lambda}$$

wäre, was im allgemeinen kaum jemals eintreffen würde. Man sieht, dass für den Fall, dass die Schwingungsrichtungen des Kristalls der Hauptebene des Analysators nahezu parallel gehen oder senkrecht darauf stehen und der Analysator gegen den Polarisator immer grössere Winkel bildet, die Intensität immer mehr abnimmt. Eine Drehung des Analysators wird also den Zustand, wie er für parallele Hauptebenen gegeben war, allmählich in denjenigen überführen, der für gekreuzte Hauptebenen galt. Die grösste Helligkeit tritt nur auf für $\varkappa = 0^0$ und $\alpha = 0^0$, 90^0 u. s. w.

19. **Weisses Licht.** Hier werden sich die Erscheinungen von

den schon beschriebenen nur insoweit unterscheiden, als sie von dem Ausdruck $\sin^2 \pi \frac{d(n_2 - n_1)}{\lambda}$ abhängen, welcher jetzt als variabel zu gelten hat für dieselbe Kristallplatte.

Die Intensitätsgleichung S. 54 muss jetzt

$$J = \cos^2 \varkappa \, \Sigma \, a^2 - \sin 2\alpha \, . \sin 2(\alpha - \varkappa) \, . \, \Sigma \, a^2 \sin^2 \pi \frac{\Gamma}{\lambda}$$

geschrieben werden, wo das Summenzeichen die Gesamtheit aller Einzelamplituden darstellen soll.

1. Es sei der Polarisator- und Analysatorhauptschnitt gekreuzt, $\varkappa = 90^0$

$$J = \Sigma \, a^2 \, . \sin^2 2\alpha \sin^2 \pi \frac{d(n_2 - n_1)}{\lambda}.$$

Das Kristallblättchen wird also auch hier in allen Fällen Dunkelheit geben, wo seine Elastizitätsachsen mit der Richtung einer Hauptebene des Apparats zusammenfallen, d. h. für $\sin 2\alpha = o$. In allen andern Lagen aber ist das Gesichtsfeld nicht weiss, sondern gefärbt und zwar in einer den Newtonschen Farben entsprechenden Mischfarbe. Ein Verdrehen des Kristalls verändert die Farbenintensität; bei $\alpha = 45^0$ zeigt sie die grösste Lebhaftigkeit. Das Farbengemisch nun leitet sich aus dem Weiss in einfacher Weise dadurch ab, dass durch Interferenz der beiden sich verschieden rasch fortpflanzenden Strahlen im Kristall manche Farben ausgelöscht werden, andre sich verstärken. Die Erscheinung ist durch die Diskussion des einfachen Ausdrucks $\sin^2 \pi \frac{d(n_2 - n_1)}{\lambda}$ gegeben.

Licht von der Wellenlänge λ wird durch Interferenz ausgelöscht, wenn $\sin^2 \pi \frac{d(n_2 - n_1)}{\lambda} = o$ oder $d(n_2 - n_1) = o, \lambda, 2\lambda \ldots$ Licht von derselben Wellenlänge λ zeigt die grösste Intensität, wenn $\sin^2 \pi \frac{d(n_2 - n_1)}{\lambda} = 1$ oder $d(n_2 - n_1) = \frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2} \ldots$ Ist die Dicke des Blättchens und die brechende Kraft konstant, so ergibt sich, dass für weisses Licht der Gangunterschied zweier Strahlen der einen Farbe vielleicht gerade eine ganze Wellenlänge beträgt, wenn er für eine Farbe mit doppelt so grosser

Wellenlänge erst eine halbe beträgt. Während also die erste Auslöschung erfährt, tritt die andre mit der grössten Intensität auf. Auf diese Weise besteht der ins Auge gelangende Farbenton aus einer Mischung solcher Einzelfarben, die nicht durch Interferenz ausgelöscht wurden, während vom früheren Weiss diejenigen Farben ausgesondert sind, welche einen Gangunterschied von ganzen Vielfachen einer Wellenlänge erlitten haben.

Man sieht, dass die Farben auf dieselbe Weise zu stande kommen wie diejenigen der Newtonschen Ringe. Hier erleiden sie einen Gangunterschied infolge der verschiedenen Weglängen, die sie mit sonst gleicher Geschwindigkeit durchlaufen, in unserm Fall infolge der verschiedenen Geschwindigkeiten, mit denen derselbe Weg, d. h. die Dicke der Platte, durchlaufen wird. Aus der Theorie der Newtonschen Ringe folgt, dass die Kristallplatte mit der Dicke d im polarisierten Licht dieselbe Interferenzfarbe hervorbringt wie eine Luftschicht, deren Dicke $h = \frac{d}{2}(n_2 - n_1)$ ist. Man kann daher die Farbenmischungen für Kristallplatten direkt mit den Newtonschen Farben vergleichen.

2. Es sei die Hauptebene des Polarisators derjenigen des Analysators parallel, $\varkappa = 0°$.

In diesem Fall wird Licht von der Wellenlänge λ ausgelöscht, wenn $d(n_2 - n_1) = \frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2} \ldots$ ist.

Licht von derselben Wellenlänge zeigt dagegen die grösste Intensität, wenn $d(n_2 - n_1) = 0, \lambda, 2\lambda \ldots$ ist.

Hier erscheint gerade diejenige Farbe am hellsten, welche bei gekreuzten Hauptebenen ausgelöscht wurde und umgekehrt. Der im Gesichtsfeld erscheinende Farbenton setzt sich also gerade aus den Farben zusammen, die vorher fehlten, während die vorher hell erscheinenden jetzt ausgelöscht sind. Würden beide Farbenmischungen zusammengebracht, so müssten sie Weiss geben. Die Erscheinungen sind also wieder komplementär.

Die Beobachtung zeigt:

Wird ein dünnes doppelbrechendes Kristallblättchen zwischen den gekreuzten Polarisationsapparat gebracht, so zeigt es im allgemeinen schöne Farben.

die beim Drehen des Blättchens in seiner Ebene allmählich verblassen und bei einer bestimmten Stellung ganz verschwinden. Diese gibt die Orientierung einer optischen Hauptschwingungsrichtung an. Bleibt das Blättchen in seiner Lage, und wird der Analysator gedreht, so verändern sich die Farben allmählich und gehen bei der Parallelstellung der Hauptebenen in die komplementären über.

Diesen allmählichen Farbenübergang leitet die folgende Darstellung ab.

3. Es sei $\varkappa \neq 0$ und $\neq 90^0$.

In diesem Fall wird das Gesichtsfeld nur dann Farben zeigen, wenn der Summand, welcher die Wellenlänge enthält, nicht aus der Intensitätsformel verschwindet. In allen andern Fällen bleibt das Gesichtsfeld weiss, ohne Farben zu zeigen.

a) Ist $\varkappa$ zwischen 0^0 und 90^0 konstant, so gibt es acht Lagen der Kristallplatte, in denen das Gesichtsfeld weiss erscheint. Dieselben sind gegeben für

$$\alpha = 0, \varkappa, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} + \varkappa, \pi, \pi + \varkappa, \frac{2\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} + \varkappa.$$

Die Intensität ist dann durch $J = \cos^2 \varkappa \, . \, \Sigma a^2$ allein dargestellt.

In den andern Lagen ist der Kristall gefärbt, und zwar geht jede Färbung beim Ueberschreiten einer Grenzlage in die komplementäre über; denn der Ausdruck $\sin 2\alpha \, . \sin 2(\alpha - \varkappa)$ wechselt beim Durchgang durch den Wert Null jedesmal sein Zeichen, so dass das, was das eine Mal zur Intensität addiert wird, das zweite Mal subtrahiert werden muss.

Das erste Glied der Intensitätsgleichung hängt nur von der Lage des Analysators gegen den Polarisator ab; das zweite verschwindet für die obigen acht Werte, so dass immer dann weiss erscheint, wenn die Schwingungsebene im Kristall parallel oder senkrecht steht zur Hauptebene des Polarisators oder Analysators.

b) Ist α konstant, und wird der Analysator gedreht, so verschwindet das zweite Glied von J immer für

$\varkappa = \alpha,\ \alpha + \frac{\pi}{2},\ \alpha + \pi,\ \alpha + \frac{3\pi}{2}$. Das Gesichtsfeld erscheint demnach nur in vier Lagen ungefärbt.

In manchen Fällen ist auch die Lage der Hauptschwingungsrichtung α von der Wellenlänge des benutzten Lichts abhängig, indem bei vielen Kristallen, wie sich später zeigt, diese Lage am Kristall mit der Farbe etwas veränderlich ist. Für die bis jetzt erwähnten Untersuchungen ist dies ohne Einfluss gewesen.

20. **Farben Newtonscher Ringe.** Da wir im folgenden näher auf die im weissen Licht auftretenden Farbenerscheinungen der chromatischen Polarisation eingehen, werde die Farbentafel der Newtonschen Ringe angegeben, wie sie Quincke (1866) aufgestellt hat. Dieselbe gestattet die Vergleichung auftretender Mischfarben miteinander und gibt gleichzeitig die Dicke der Luftschicht an, welche im senkrecht auffallenden reflektierten oder durchgehenden Licht die beigeschriebenen Mischfarben zeigt; sie werde mit h bezeichnet. Da nun die frühere Beziehung $\frac{d}{2}(n_2 - n_1)$ besteht, so lässt die Betrachtung der Mischfarben und deren Vergleichung mit denen der Newtonschen Skala sofort einen Schluss zu über die Dicke oder die Stärke der Doppelbrechung der benutzten Kristallplatte. Umgekehrt kann aus ihrer Dicke und Doppelbrechung die notwendig erscheinende Mischfarbe der Tabelle entnommen werden.

h	Reflektiert	Durchgehend
$\frac{mm}{10^6}$	1. Ordnung.	
0	Schwarz	Weiss
20	Eisengrau	Weiss
48	Lavendelgrau	Gelblich Weiss
79	Graublau	Bräunlich Weiss
109	Klareres Grau	Gelbbraun
117	Grünlich Weiss	Braun
129	Fast Weiss	Klares Rot
133	Gelblich Weiss	Karminrot
137	Blass Strohgelb	Dunkel Rotbraun
140	Strohgelb	Dunkel Violett

h	Reflektiert	Durchgehend
$\frac{mm}{10^6}$	**1. Ordnung.**	
153	Klares Gelb	Indigo
166	Lebhaftes Gelb	Blau
215	Braungelb	Graublau
252	Rötlich Orange	Bläulich Grün
268	Warmes Rot	Blass Grün
275	Tieferes Rot	Gelblich Grün
	2. Ordnung.	
282	Purpur	Helleres Grün
287	Violett	Grünlich Gelb
294	Indigo	Goldgelb
332	Himmelblau	Orange
364	Grünlich Blau	Bräunlich Orange
374	Grün	Hell Karminrot
413	Helleres Grün	Purpur
421	Gelblich Grün	Violett-Purpur
433	Grünlich Gelb	Violett
455	Reines Gelb	Indigo
474	Orange	Dunkel Blau
499	Lebhaft rötlich Orange	Grünlich Blau
550	Dunkel Violettrot	Grün
	3. Ordnung.	
564	Hell bläulich Violett	Gelblich Grün
575	Indigo	Unrein Gelb
629	Blau	Fleischfarben
667	Meergrün	Braunrot
688	Glänzend Grün	Violett
713	Grünlich Gelb	Graublau
747	Fleischfarbe	Meergrün
767	Karminrot	Schön Grün
810	Matt Purpur	Matt Meergrün
826	Violett Grau	Gelblich Grün
	4. Ordnung.	
841	Graublau	Grünlich Gelb
855	Matt Meergrün	Gelbgrau

h	Reflektiert	Durchgehend
$\frac{mm}{10^6}$	4. Ordnung.	
872	Bläulich Grün	Malv. Graurot
905	Schön Hellgrün	Karminrot
963	Hell Graugrün	Graurot
1003	Grau, fast Weiss	Graublau
1024	Fleischrot	Grün
	5. Ordnung.	
1169	Matt Blaugrün	Matt Fleischrot
1334	Matt Fleischrot	Matt Blaugrün

21. **Spektrale Zerlegung.** Die quantitative Untersuchung der Interferenzfarben dünner doppelbrechender Kristallplatten ist durch die spektrale Zerlegung derselben gegeben. Es werden im Spektrum überall dort dunkle Stellen auftreten, wo die betreffende Farbe durch Interferenz vernichtet ist. J. Müller liess das aus dem Polarisationsapparat tretende Licht auf ein Prisma fallen und beobachtete das von ihm hervorgebrachte Spektrum. Bei etwas dickeren Kristallplatten war das ganze Farbenspektrum mit vielen Streifen durchzogen; es gelangten zwar von jedem Spektralgebiet annähernd gleiche Mengen Licht ins Auge und riefen dort den Eindruck von Weiss hervor; es musste dies indes von natürlichem Weiss unterschieden werden, weil ja alle die Farben fehlten, welche den dunklen Streifen im Spektrum entsprachen. Dass dickere Platten mehr Interferenzstreifen zeigen als dünnere, erklärt sich daraus, dass bei grösseren Dicken viel mehr Kombinationen der Wellenlängen möglich sind, für welche Auslöschung erfolgt. Die Lagen der Spektralstreifen müssen sich somit aus der Betrachtung der Intensitätsgleichung ergeben.

Für gekreuzte Hauptebenen war

$$J = \sin^2 2\alpha \,.\, \Sigma a^2 \sin^2 \pi \frac{\Gamma}{\lambda}.$$

Es sei der Kristall mit seiner Schwingungsebene unter 45° gegen die Hauptebenen des Apparates gelegt, damit die Farben im Maximum der Helligkeit erscheinen. Dunkle Streifen im Spektrum

treten überall dort auf, wo der Gangunterschied für die betreffenden Lichtsorten eine ganze Anzahl von Wellenlängen beträgt, wo also $\Gamma = d\,(n_2 - n_1) = m\,.\,\lambda$ ist und m jede ganze Zahl bedeutet.

Wird zur Beleuchtung des Apparates Sonnenlicht gebraucht, so erscheinen neben den dunklen Streifen auch die Fraunhoferschen Linien, welche als Fixpunkte benutzt werden können. Um die Anzahl Streifen zwischen den Linien λ und λ' als Grenzen zu finden, müssen die Hauptbrechungsquotienten für die beiden Wellenlängen gegeben sein; dann ist

$$\frac{d}{\lambda}\,(n_2 - n_1) = m$$

$$\frac{d}{\lambda'}\,(n_2' - n_1') = m'.$$

So oft nun die linken Seiten irgend einer ganzen Zahl gleich sind, tritt für diese Wellenlänge Auslöschung ein. Daher werden zwischen den beiden Grenzen so viel dunkle Streifen liegen als ganze Zahlen zwischen m und m'.

Es sei die Anzahl der Linien berechnet und beobachtet, welche eine 1 mm dicke parallel zur optischen Achse geschnittene Kalkspatplatte zwischen den Fraunhoferschen Linien $\lambda_A = 0{,}000\,759$ mm und $\lambda'_G = 0{,}000\,431$ mm zeigt.

Die Brechungsexponenten der beiden in der Richtung der Plattennormalen sich fortpflanzenden Wellen beider Farben sind nach Kohlrausch

$$n_2 = 1{,}650 \quad n_2' = 1{,}676$$
$$n_1 = 1{,}483 \quad n_1' = 1{,}495.$$

Es ist daraus

$$\frac{d\,(n_2 - n_1)}{\lambda} = \frac{0{,}167}{0{,}000\,759} = 220$$

$$\frac{d\,(n_2' - n_1')}{\lambda'} = \frac{0{,}181}{0{,}000\,431} = 419{,}9.$$

Zwischen beiden Werten liegen 199 ganze Zahlen. Wenn aber 199 dunkle Linien im Spektrum gleichmässig verteilt auftreten, zeigt das Gesichtsfeld keine Farben mehr. Es kann also eine 1 mm dicke Kalkspatplatte nur das „Weiss höherer Ordnung“ zeigen.

Ist die Platte nur 0,1 mm dick, so treten immer noch 19 dunkle Streifen auf, auch in diesem Fall ist die Farbenordnung der Platte noch eine sehr hohe, die vom Weiss kaum unterscheidbar ist. Da noch viel dünnere Platten schwierig herstellbar sind, so eignet sich der Kalkspat nicht, die Farbenerscheinungen im parallelen Licht zu zeigen.

Man erkennt nun auch, warum die Benutzung dickerer Kristallplatten nutzlos ist, wie schon früher erwähnt wurde.

Eine zur optischen Achse parallel geschliffene Quarzplatte von 0,2 mm Dicke ist geeignet, Farben zu zeigen.

Berechnen wir die Anzahl der dunklen Streifen zwischen den Grenzen $\lambda_B = 0{,}000\,687$ und $\lambda_G = 0{,}000\,431$ mm, so sind die dazu gehörigen Brechungsexponenten nach Rudberg

$$n_2 = 1{,}5499 \quad n_2' = 1{,}5637$$
$$n_1 = 1{,}5409 \quad n_1' = 1{,}5543.$$

Dann ist

$$\frac{d(n_2 - n_1)}{\lambda} = \frac{0{,}009 \,.\, 0{,}2}{0{,}000\,687} = 2{,}6$$
$$\frac{d(n_2' - n_1')}{\lambda'} = \frac{0{,}0094 \,.\, 0{,}2}{0{,}000\,431} = 4{,}4.$$

Es treten also nur zwei dunkle Interferenzstreifen auf. Um deren genauere Lage zu finden, suchen wir durch Einengung der Grenzen die Spektralgebiete auf, innerhalb welcher sie liegen. Der Ausdruck $\frac{d(n_2 - n_1)}{\lambda}$ ist für die einzelnen Fraunhoferschen Linien im beistehenden berechnet:

Linie	B	2,6	Linie	b	3,52
„	C	2,7	„	F	3,7
„	D	3,08	„	G	4,4
„	E	3,5	„	H	4,5.

Die dunklen Streifen liegen demnach zwischen der C- und D-Linie, und zwar dieser sehr benachbart, und zwischen der F- und G-Linie. Im Farbengemisch ist daher der ganze rotorange Teil des Spektrums, das Grün bis über die F-Linie enthalten, während ein Teil von Gelb und Blau fehlt. Die Farbe wird vorzüglich „Grünlich“ sein, zumal auch noch vorhandenes Blau und Orange sich zu Grün zusammensetzen.

Wenn das benutzte Spektroskop geaicht ist, so lassen sich direkt die Wellenlängen des Lichts angeben, welches vollständig ausgelöscht wird.

22. **Einfluss der brechenden Kraft und der Dicke der Platte.** Für den Fall einer konstanten Wellenlänge ist der Gangunterschied der beiden Strahlen Γ abhängig von der Dicke und der Differenz der Brechungsexponenten vom ordinären und extraordinären Strahl des Kristalls. Ist die Doppelbrechung gross, also $(n_2 - n_1)$ gross, so nimmt der Ausdruck $d\,(n_2 - n_1) = m \,.\, \lambda$ grosse Werte von m an, oder es wird derselbe Gangunterschied erzielt, wenn d kleiner wird. Da das Auge keine Interferenzen mehr wahrnimmt, wenn der Gangunterschied der beiden Strahlen ein sehr grosser ist, so werden die deutlichsten Erscheinungen da auftreten, wo er so klein als möglich bleibt. Für Kristalle

mit grossem Doppelbrechungsvermögen muss deshalb die Dicke sehr klein gewählt werden, damit die Platte im Polarisationsapparat Farben zeigt. Wir sahen schon, dass bei Kalkspat z. B. die Dicke wegen des grossen $(n_2 - n_1)$ schon äusserst gering sein müsste, damit er Farben zeigte. Bei Quarz aber liegen n_2 und n_1 schon so nahe beieinander, dass noch $^1/_2$ mm dicke Platten Farben zeigen. Die Abhängigkeit der erscheinenden Farbe von der Dicke und Doppelbrechung der verschiedenen Kristallplatten ergibt sich sehr deutlich, wenn man z. B. die Dicken der Platten berechnet, welche alle denselben Farbenton geben.

Um z. B. das „Grün 2. Ordnung" zu geben, muss der Gangunterschied der beiden gebrochenen Strahlen 0,000 747 mm betragen, d. h. es muss

$$\frac{d}{2}(n_2 - n_1) = 0{,}000\,374$$

oder

$$d = \frac{0{,}000\,747}{n_2 - n_1}$$

sein. (Siehe die Newtonsche Tabelle.)

Für starke Doppelbrechung wird der Nenner gross, die Dicke der betreffenden Kristalle daher kleiner als für schwache Doppelbrechung.

Die folgenden Kristalle zeigen im gekreuzten Polarisationsapparat, wenn sie parallel zur optischen Achsenebene geschnitten sind, das „Grün 2. Ordnung", wenn sie die angeschriebenen Dicken haben:

Optisch-Einachsig	$n_2 - n_1$	d mm
Apatit (−) $Ca_5Cl(PO_4)_3$ hexag. hemiëdr. . . .	0,0043	0,1737
Beryll (−) $Be_3Al_2(SiO_3)_6$ hexag. prism. . . .	0,0064	0,1167
Korund (−) Al_2O_3 rhomboëdr.	0,0083	0,0900
Quarz (+) SiO_2 hexag. trapez. tetart. . . .	0,0091	0,0820
Turmalin (−) $Al_2BHSi_2O_{10}$ [Na, K, Li, Mg, Fe] rhomboëdr., hemiëdr.	0,0173	0,0432
Zirkon (+) $ZrSiO_4$ tetrag. holoëdr.	0,0500	0,0149
Kalkspat (−) $CaCO_3$ rhomboëdr.	0,1721	0,0043
Rutil (+) TiO_2 tetrag. holoëdr.	0,2871	0,0026
Zinnober (+) HgS trapez. tetartoëdr. . . .	0,3260	0,0023
Quecksilberchlorür (+) Hg_2Cl_2 tetrag., Prismen und Pyram.	0,6400	0,0011

Bei optisch zweiachsigen Kristallen, die parallel zur optischen Achsenebene geschnitten sind, muss die Differenz des grössten und kleinsten Brechungsexponenten in die Rechnung eingeführt werden. Die folgenden Kristalle zeigen im gekreuzten Polarisationsapparat das „Grün 2. Ordnung“, wenn sie die angeschriebenen Dicken haben:

Optisch-Zweiachsig	$n_2 - n_1$	d mm
Cölestin (+) $SrSO_4$ rhombisch	0,0089	0,0839
Topas (+) ($Al[Al, F_2, O]SiO_4$) rhombisch . .	0,0095	0,0786
Gips (—) $CaSO_4$ monosymmetrisch	0,0098	0,0762
Schwerspat (+) $BaSO_4$ rhombisch	0,0117	0,0638
Glimmer (—) ($KH_2Al_3[SiO_4]_3$) monosymmetrisch	0,0388	0,0192
Aragonit (—) $CaCO_3$ rhombisch	0,1557	0,0048

Diese Tabellen geben gleichzeitig eine kleine Charakteristik der meist vorkommenden Kristalltypen.

Bestimmt man nach derselben Methode die Farbe, welche unser benutztes 0,2 mm dickes Quarzblättchen zeigt, so ist in der Beziehung

$$\frac{d}{2}(n_2 - n_1) = h$$

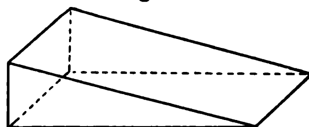
sowohl $d = 0,2$ mm als $n_2 - n_1 = 0,0091$ bekannt, so dass $h = 0,000910$ mm wird. Dies entspricht in der Newtonschen Tabelle dem „Schön Hellgrün“ in Uebereinstimmung mit der im vorigen ausgesprochenen Vermutung.

23. **Keil.** Die Abhängigkeit der Farbenerscheinung von der Dicke der benutzten Platte kann durch einen Keil in übersichtlicher Form gegeben werden. Ein solcher wird hergestellt, indem ein reines, etwa 1/2 mm dickes Kristallblättchen mit dem Finger auf die mit Englischrot belegte und stark feuchte Polierscheibe (siehe Kristallschnitte) gehalten und gegen den einen Rand ein stärkerer Druck ausgeübt wird, während die Scheibe rotiert. Das Schleifen wird so lange fortgesetzt, bis sich der eine Rand des Blättchens ausschleift; dann wird dasselbe mittelst Kanadabalsams zwischen zwei Glasplatten geklebt, um es zu schützen. Die Orientierung des Keilschnitts gegen die Elastizitätsachsen

kann eine verschiedene sein; wir wollen annehmen, dass der Hauptschnitt der Schneide parallel laufe.

Wird ein solcher Keil zwischen gekreuzte Polarisatoren gebracht, so wirkt er ebenso wie viele mit zunehmender Dicke parallel nahe nebeneinander laufende einzelne Kristallplatten. In vier um 90° voneinander abstehenden Lagen wird er Dunkelheit geben, dazwischen aber im weissen Licht Farben, welche nicht mehr über die ganze Fläche des Keils dieselbe Mischung besitzen, sondern deren Mischung eine mit wachsender Keildicke variable ist. Wir sehen parallel der Schneide eine Aufeinanderfolge vieler die Newtonschen Farben zeigenden Streifen. Je weiter dieselben von der Schneide abstehen, desto höher wird ihre Farbenordnung, bis sie mit wachsender Keildicke in Weiss übergehen.

Fig. 15.

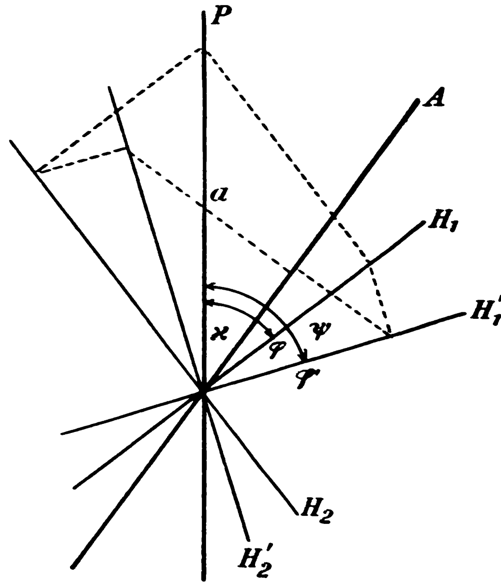


Bei der Beleuchtung mit homogenem Licht können viel mehr Streifen wahrgenommen werden; dieselben sind abwechselnd dunkel und hell und laufen wieder der Schneide parallel, da ja jeder von der Schneide gleichweit abstehende Punkt auf einer zur Schneide parallelen Geraden liegt, welche den Ort aller gleichen Keildicken darstellt. Die Streifen sind um so breiter, je weniger geneigt der Keil ist, um so schmaler, je schiefer dessen Ebene und je stärker seine Doppelbrechung ist. Die Erscheinungen sind aus dem Ausdruck $d(n_2 - n_1) = m \cdot \lambda$ abzuleiten, wenn nur λ und d variabel sind.

24. **Kombination zweier Kristallplatten.** Werden im Polarisationsapparat zwei dünne doppelbrechende Kristallblättchen aufeinandergelegt, so ist die im weissen Licht auftretende Farbe gegen diejenige eines einzigen Blättchens verschieden, sie ändert sich beim Drehen des einen der beiden Blättchen. Liegen beide so aufeinander, dass die Hauptschwingungsrichtung im einen derjenigen im andern parallel geht, so unterscheiden sich beide nicht von einer einzigen Platte, welche die Summe ihrer Dicken besitzt. Der im unteren Blättchen der Hauptrichtung parallel schwingende Strahl tut es auch im oberen mit derselben Geschwindigkeit, wenn die beiden Teile aus gleichem Material sind. Die Verzögerung

oder Beschleunigung dieser Welle gegenüber der andern wird in derselben Weise zunehmen. Dreht man aber die zweite Platte um 90°, so wird wegen der gekreuzten Schwingungsrichtungen der im unteren Teil schneller schwingende im oberen zum langsamer schwingenden und büsst gegen den andern an Gangunterschied umsomehr ein, je dicker das obere Blättchen ist. Sind beide aus demselben Material und gleich dick, so wird die Beschleunigung des einen Strahls gegen den andern in der unteren

Fig. 16.



Hälfte durch die gleich grosse Verzögerung in der oberen Hälfte gerade aufgehoben: die beiden Strahlen besitzen keinen Gangunterschied mehr, und es tritt deshalb keine Interferenzfarbe auf. Die Wirkung ist dieselbe, als wenn kein doppelbrechender Kristall sich im Polarisationsapparat befände. Wären beide Blättchen gleich dick, aber aus verschiedenen Kristallen, so würde die Wirkung des stärker brechenden überwiegen. So würde z. B. eine Kalkspatplatte bei der Kombination mit einer Quarzplatte noch deutliche Doppelbrechung zeigen. Die wirksame Dicke der ersteren

gegen optische Einflüsse, die optische Dicke, ist also trotz gleicher Plattendicke eine grössere.

Wir verstehen deshalb unter der optischen Dicke 1 einer Kristallplatte diejenige Dicke, welche dem ordinären und extraordinären Strahl einen Gangunterschied von einer Wellenlänge erteilt. Allgemein ist die optische Dicke dann $d \cdot (n_2 - n_1)$.

Wegen der Wichtigkeit der betreffenden Erscheinungen lassen wir eine mathematische Formulierung derselben folgen:

Die Hauptebenen des Polarisationsapparats sollen den Winkel $\varkappa$ miteinander bilden, und es werden zwei Kristallplatten, die parallel zur Ebene der optischen Achsen geschnitten sind, aufeinandergelegt. Die Schwingungsebenen H_1H_2 und $H_1'H_2'$ der beiden Platten mögen die Winkel φ und φ' mit der Hauptebene des Polarisators bilden.

Wir nennen weiter $\varphi' - \varphi = \psi$, die Dicken der beiden Platten d und d', die Brechungsexponenten für Wellen, die sich in der Richtung der Plattennormalen, also senkrecht gegen die Ebene der Zeichnung, fortpflanzen n_1 n_2 und n_1' n_2'.

Die Amplitude der Wellen beim Eintritt aus dem Polarisator PP' in die erste Platte ist:

$$\rho \cdot \cos\varphi = a \cdot \cos\varphi \cdot \sin 2\pi \frac{t}{T} \text{ parallel } H_1$$

$$\rho \cdot \sin\varphi = a \cdot \sin\varphi \cdot \sin 2\pi \frac{t}{T} \text{ parallel } H_2.$$

Beim Austritt aus dieser unteren Platte ist:

$$\rho_1 = a \cdot \cos\varphi \cdot \sin \frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{d}{\nu_1}\right) \text{ parallel } H_1$$

$$\rho_2 = a \cdot \sin\varphi \cdot \sin \frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{d}{\nu_1} - \top\right) \text{ parallel } H_2.$$

Die Grösse $\nu_1 = \frac{1}{n_1}$, die Geschwindigkeit, $\top$ die Zeitdifferenz der beiden Strahlen wie früher.

Jede der beiden Schwingungen trifft jetzt auf die zweite oder obere Platte und teilt sich dort wieder in zwei Teile.

Beim Eintritt in dieselbe haben wir:

$$\rho_1 \cdot \cos\psi = a \cdot \cos\varphi \cdot \cos\psi \cdot \sin \frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{d}{\nu_1}\right) \text{ parallel } H_1'$$

$$\rho_1 \cdot \sin\psi = a \cdot \cos\varphi \cdot \sin\psi \cdot \sin \frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{d}{\nu_1}\right) \text{ parallel } H_2'$$

$$\rho_2 \cdot \cos\psi = a \cdot \sin\varphi \cdot \cos\psi \cdot \sin \frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{d}{\nu_1} - \top\right) \text{ parallel } H_2'$$

$$\rho_2 \, . \sin\psi = a \, . \sin\varphi \, . \sin\psi \, . \sin\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{d}{\nu_1} - T\right) \text{ parallel } H_1'.$$

Die jeweils in derselben Richtung schwingenden Wellen können interferieren.

Beim Austritt aus der Platte H_1' H_2' haben wir noch zwei Wellen:

$$R_1 = a\left\{\cos\varphi \, . \cos\psi \, . \sin\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{d}{\nu_1} - \frac{d'}{\nu_1'}\right)\right.$$
$$\left. + \sin\varphi \, . \sin\psi \, . \sin\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{d}{\nu_1} - \frac{d'}{\nu_1'} - T - T'\right)\right\}$$
$$R_2 = a\left\{\cos\varphi \, . \sin\psi \, . \sin\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{d}{\nu_1} - \frac{d'}{\nu_1'}\right)\right.$$
$$\left. + \sin\varphi \, . \cos\psi \, . \sin\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{d}{\nu_1} - \frac{d'}{\nu_1'} - T - T'\right)\right\}.$$

Da nun beide Schwingungen den Analysator in derselben Richtung durchsetzen, so ist R_1 mit $\cos(\varphi' - \varkappa)$ und R_2 mit $\sin(\varphi' - \varkappa)$ zu multiplizieren. Da dann beide Wellen einander parallel laufen, treten sie durch Interferenz zu einer einzigen zusammen. Die austretende Intensität ist proportional dem Quadrat der Amplitude

$$A^2 = a^2\left\{\cos^2\varphi \, . \cos^2\psi \, . \cos^2(\varphi' - \varkappa) + \sin^2\varphi \, . \sin^2\psi \, . \cos^2(\varphi' - \varkappa)\right.$$
$$+ \cos^2\varphi \, . \sin^2\psi \, . \sin^2(\varphi' - \varkappa) + \sin^2\varphi \, . \cos^2\psi \, . \sin^2(\varphi' - \varkappa)$$
$$+ 2\cos\varphi \, . \cos\psi \, . \sin\varphi \, . \sin\psi \, . \cos^2(\varphi' - \varkappa) \, . \cos 2\pi\frac{X}{T}$$
$$\left. + 2\cos\varphi \, . \sin\psi \, . \sin\varphi \, . \cos\psi \, . \sin^2(\varphi' - \varkappa) \, . \cos 2\pi\frac{X}{T}\right\},$$

wo in dem X die Gangunterschiede enthalten sind.

Wird wieder $\varphi' = \psi + \varphi$ gesetzt, so lässt sich zusammenfassen:

$$A^2 = a^2\left\{\cos^2\varphi \, . \cos^2\psi \, . \cos^2(\varphi + \psi - \varkappa) + \sin^2\varphi \, . \sin^2\psi \, . \cos^2(\varphi + \psi - \varkappa)\right.$$
$$+ \cos^2\varphi \, . \sin^2\psi \, . \sin^2(\varphi + \psi - \varkappa) + \sin^2\varphi \, . \cos^2\psi \, . \sin^2(\varphi + \psi - \varkappa)$$
$$\left. + 2\sin\varphi \, . \cos\varphi \, . \sin\psi \, . \cos\psi \, . \cos 2\pi\frac{X}{T}\right\}.$$

Da aber

$$\cos 2\pi\frac{X}{T} = 1 - 2\sin^2\pi\frac{X}{T},$$

ferner

$$\sin 2\varphi = 2\sin\varphi\cos\varphi \text{ und } \cos^2(\varphi + \psi - \varkappa) = \sin^2(\varphi + \psi - \varkappa)$$
$$+ \cos 2(\varphi + \psi - \varkappa)$$

so wird

$$J = A^2 = a^2\left\{\cos^2\varkappa + \cos 2(\varphi + \psi - \varkappa)\sin 2\varphi \, . \sin 2\psi \, . \sin^2\pi\frac{\Gamma}{\lambda}\right.$$
$$- \sin 2(\varphi + \psi - \varkappa) \, . \cos 2\varphi \, . \sin 2\psi \, . \sin^2\pi\frac{\Gamma'}{\lambda}$$

$$- \sin 2 (\varphi + \psi - \varkappa) \sin 2 \varphi . \cos 2 \psi . \sin^2 \pi \frac{\Gamma + \Gamma'}{\lambda}$$

$$+ \sin 2 (\varphi + \psi - \varkappa) \sin 2 \varphi . \sin 2 \psi . \sin^2 \pi \frac{\Gamma - \Gamma'}{\lambda} \Big\} .$$

Dies ist die allgemeine Form für die austretende Intensität, die in unsre bekannten Formen zerlegt werden kann.

a) Geht die Schwingungsebene der unteren Platte der Hauptebene des Polarisators parallel, so ist $\varphi = 0$ und

$$A_1{}^2 = a^2 \Big\{ \cos^2 \varkappa - \sin 2 (\psi - \varkappa) . \sin 2 \psi . \sin^2 \pi \frac{\Gamma'}{\lambda} \Big\} .$$

Die Kombination verhält sich so, wie wenn nur die obere Platte vorhanden wäre, da dieser Ausdruck mit dem für eine einzige Platte früher erhaltenen übereinstimmt (S. 54).

b) Geht die Schwingungsebene der oberen Platte der Hauptebene des Analysators parallel, so ist $\varphi' - \varkappa = \varphi + \psi - \varkappa = 0$ und es wird

$$A_2{}^2 = a^2 \Big\{ \cos^2 \varkappa + \sin 2 \varphi . \sin 2 (\varphi - \varkappa) \sin^2 \pi \frac{\Gamma}{\lambda} \Big\} .$$

Die Kombination verhält sich so, als wenn nur die untere Platte vorhanden wäre.

c) Fallen die gleichwertigen Schwingungsebenen der beiden Platten zusammen, also $H_1 \parallel H_1'$, so ist $\psi = 0$, $\varphi = \varphi'$ und nehmen wir der Einfachheit halber an, dass die Hauptebenen des Apparates gekreuzt seien, also $\varkappa = \frac{\pi}{2}$ ist, so wird die Intensität:

$$J = a^2 . \sin^2 2 \varphi \sin^2 \pi \frac{\Gamma + \Gamma'}{\lambda} .$$

d) Stehen die gleichwertigen Elastizitätsachsen der beiden Platten aufeinander senkrecht, also $H \perp H_1'$, so ist $\varphi = 90 + \varphi'$ und

$$J = a^2 . \sin^2 2 \varphi . \sin^2 \pi \frac{\Gamma - \Gamma'}{\lambda} .$$

Es ergeben sich die wichtigen Sätze:

Zwei Platten mit parallelen Hauptschnitten wirken wie eine einzige Platte mit der Summe der optischen Dicken.

Zwei Platten mit gekreuzten Hauptschnitten wirken

wie eine einzige Platte mit der Differenz der optischen Dicken.

25. **Wiederholung am Gips.** Es seien alle die beschriebenen Erscheinungen am Beispiel des Gipses wiederholt und rechnerisch durchgeführt. Am besten eignet sich der auf dem Montmartre

Fig. 17.

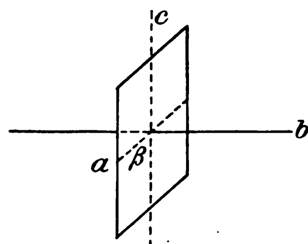
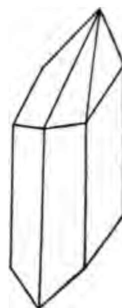
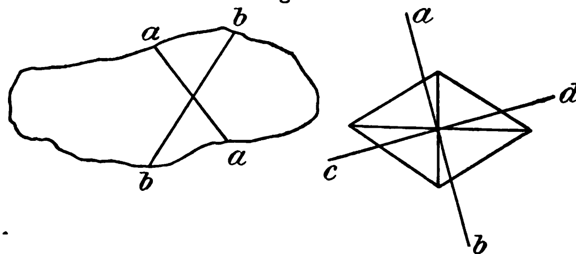


Fig. 18.



in Paris gefundene Gips, der durch seine Durchsichtigkeit und grosse Spaltbarkeit ausgezeichnet ist. Er kristallisiert als $CaSO_4 + 2 H_2O$ im monoklinen Kristallsystem mit dem Achsenverhältnis a : b : c = 0,6895 : 1 : 0,4132; die Vertikalachse c bildet mit der

Fig. 19.



Klinodiagonalen a den Winkel $\beta = 81^0\ 2'$. Er besitzt vollkommene Spaltbarkeit parallel seiner Symmetrieebene oder dem Klinopinakoid ∞ a : b : ∞ c. Ferner ist er deutlich spaltbar nach der Grundpyramide [$\bar{1}$11] und unvollkommen nach [100] oder a : ∞ b : ∞ c, dem vertikalen Orthopinakoid. Da die Ebene des Klinopinakoids der Ebene der optischen Achsen parallel ist, so können sehr leicht

Schnitte parallel zur optischen Achsenebene erhalten werden. Die beiden andern Schnitte haben die Richtungen aa und bb der beigezeichneten Figur, so dass leicht Stücke von der Form eines Parallelogramms ausgeschnitten werden können, in denen die Schwingungsrichtungen ab und cd aufeinander senkrecht stehen und mit den Diagonalen des Blättchens Winkel von etwa 20° bilden. Die abgespaltenen Lamellen kittet man zur Schonung wegen ihrer leichten Zerbrechlichkeit mit Kanadabalsam auf Glasplatten.

Wird nun ein solches Blättchen zwischen den gekreuzten Polarisationsapparat gelegt, so erscheint es in allen Fällen dunkel, in denen die angegebenen Elastizitätsrichtungen einer Hauptebene des Apparates parallel gehen. In jeder andern Lage zeigt es Farben.

Folgende Dicken würden die beigeschriebenen Newtonschen Farben zeigen:

	d mm	Newtons Skala mm . 10^{-6}
1. Ordnung.		
Bläulichweiss	0,027	79
Gelblichbraun	0,037	215
Rot	0,044	275
2. Ordnung.		
Dunkelpurpur	0,065	282
Himmelblau	0,085	332
Gelb	0,102	455
Violettrot	0,116	550
3. Ordnung.		
Hell Bläulichviolett . . .	0,132	564
Blau	0,142	629
Grün	0,157	688
Karminrot	0,178	767.

Zur Bestimmung der Hauptschnittsrichtung im Gipsblättchen wird dasselbe im gekreuzten Polarisationsapparat so lange gedreht, bis das Gesichtsfeld völlig dunkel erscheint. Es kann nun sowohl die der Hauptebene des Analysators parallele als auch die darauf senkrechte Richtung im Blättchen die grössere Elastizitätsachse sein. Wir nehmen an, sie wäre auf eine andre Weise gefunden und falle mit der Richtung des Analysatorhauptschnitts zusammen; ihre Lage werde durch einen Strich mit dem Messer am Rand

bezeichnet. Jetzt kann hiemit die Lage der grösseren Elastizitätsachse für jedes beliebige andre Blättchen gefunden werden. Zuerst dreht man ein solches in die Stellung, in welcher das Gesichtsfeld dunkel erscheint. Dann muss entweder die dem Analysatorhauptschnitt parallele oder die darauf senkrechte Richtung unsre gesuchte sein. Dreht man das Blättchen dann um 45°, so erscheinen die intensivsten Farben. Man versucht nun mit Hilfe der Newtonschen Tabelle die Ordnung der Farbe aufzufinden. Wegen der vielen ähnlichen Nüancen ist ein Irrtum bei der ersten Beurteilung nicht ausgeschlossen; es muss die Richtigkeit deshalb mehrfach kontrolliert werden. Wird z. B. ein gelblicher Farbenton konstatiert, so kann er sowohl der ersten, als auch der zweiten und dritten Ordnung angehören. Die Farben höherer Ordnungen sind immer matt und ohne grosse Lebhaftigkeit; man wird daher sofort schliessen können, ob eine solche vorliegt oder nicht. Wäre unsre Mischfarbe das Strohgelb der ersten Ordnung, so müsste die komplementäre Farbe dunkel violett sein; dasselbe gilt aber auch für das grünlich bis Reingelb der zweiten Ordnung, während der Komplementärton des Grünlichgelb der dritten Ordnung Graublau ist. Durch Drehen des Kristallblättchens um 90° oder durch Drehen des Analysators auf Parallelstellung mit dem Polarisator wird die Farbe des Gipsblättchens in ihre komplementäre übergeführt. Nehmen wir an, es finde sich ein violetter Ton, so kann daraus noch nicht auf die Farbe der einen oder der andern Ordnung geschlossen werden, da beiden diese Komplementärfarbe eigen ist und ohne grosse Uebung in solchen Beobachtungen nicht als mehr der einen oder der andern Ordnung charakteristisch erkannt werden kann. Nun wird das Gipsblättchen in der ursprünglichen Stellung bei gekreuztem Apparat auf den unteren Spiegel des Polarisationsapparats gelegt (siehe Kap. 10 Polarisationsapparate). Da ein in den Apparat einfallender Strahl zuerst auf dem Hinweg zum Spiegel und dann wieder auf dem Rückweg nach dem analysierenden Spiegel das Blättchen durchlaufen muss, so wirkt dasselbe auf ihn mit seiner doppelten Dicke ein, es muss also die Farbe des Gesichtsfeldes erhöht sein. Hatten wir uns für das Strohgelb der ersten Ordnung entschieden, so müsste jetzt ein tiefes Rot oder Purpur

auftreten, da ja 2 . 140 = 280 gibt. Im zweiten Fall müsste ein Bläulichgrün erscheinen, weil 2 . 433 oder 2 . 440 = 866 bis 880 gibt. In diesen Fällen ist eine Entscheidung nicht mehr zweideutig. Eine weitere Kontrolle gibt die Erscheinung im parallelen Polarisationsapparat, wo im ersten Fall Gelblichgrün, im zweiten Graurot auftreten müsste. Wären auch jetzt noch Zweifel gewesen, so hätte man das Blättchen gespalten und daraus die Einzelfarben bestimmt, um durch richtige Kombination endlich die gesuchte zu finden.

Ist auf diese Weise die Farbe nach ihrer Stellung in der Newtonschen Tabelle eindeutig bekannt, so legt man das ursprüngliche Gipsblättchen derart auf das zweite, dass die durch den Messerstrich gegebene Richtung mit einer der Schwingungsrichtungen im zweiten Blättchen zusammenfällt. Wird dann wieder die Ordnung der neuen Mischfarbe bestimmt, und zeigt sich eine Erhöhung der ursprünglichen, so ist auch die grössere Elastizitätsachse des zweiten Blättchens durch die Richtung des Messerstrichs gegeben; zeigt sich eine Erniedrigung, so stehen beide aufeinander senkrecht.

Mit dieser Methode sind alle Schwingungsrichtungen in unbekannten Kristallblättchen auffindbar.

Ausserdem gibt dieses Verfahren ein Mittel, die Dicken solcher Kristallplatten zu bestimmen bis zu einer Genauigkeit, wie sie mit andern Methoden nicht erreichbar ist. Es genügt, die Newtonsche Farbe zu ermitteln, welche das dünne Blättchen im Polarisationsapparat zeigt; liest man hiefür die beigeschriebene Dicke h der Luftschicht ab, welche diese Farbe durch Interferenz weissen Lichts hervorbringt, so ist

$$d = \frac{2h}{n_2 - n_1}$$

infolge der schon mehrmals erwähnten Beziehung.

26. **Gipskeil.** Alle Erscheinungen seien nur für gekreuzte Hauptebenen des Polarisationsapparates dargestellt.

Da der Gips, wie erwähnt, vollkommen spaltbar ist parallel seiner optischen Achsenebene, so erhält man nach dem beschriebenen Verfahren leicht einen Keil, dessen grösste Elastizitätsachse senkrecht steht auf der Schneide und dessen kleinste Achse

der Schneide parallel geht. Es pflanzen sich deshalb Strahlen, welche senkrecht zur Schneide schwingen, am schnellsten, solche, die parallel gegen die Schneide schwingen, am langsamsten fort. Wird ein solcher Keil derart zwischen den Polarisator und Analysator gebracht, dass seine Schneide mit den Hauptebenen 45° bildet, so zeigt er, wie schon erwähnt, parallel der Schneide verlaufende Streifen, die entweder hell und dunkel im monochromatischen oder in den Newtonschen Farben im weissen Licht erscheinen. Der Keil habe eine sehr geringe Neigung — es sei im folgenden 1° angenommen —, die optische Achsenebene soll in die Basis der schiefen Ebene fallen. Dann ist angenähert die Annahme zulässig, dass auch die Achsenebene in die schiefe Ebene selbst fällt, dass sich die Brechungsexponenten beim Durchgang durch den Keil nicht wesentlich ändern.

Die Berechnung der Farbenerscheinungen stützt sich allein auf die für einfache Platten aufgestellte Intensitätsformel, in welcher die Dicke d eine von unsrer Willkür abhängige Variable ist. Zur Aufsuchung der auftretenden Farben und ihrer Lage gegen die Keilschneide werde der Apparat zuerst der Reihe nach mit verschiedenen homogenen Flammen beleuchtet und dann die Wirkung aller summiert; auf diese Weise ist am einfachsten ein augenscheinliches Bild gegeben von den im weissen Licht auftretenden Erscheinungen.

Die Schneide des Keils soll mit den Hauptebenen einen Winkel von 45° einschliessen.

$$\alpha = 45^0,$$

$$J = \Sigma a^2 \sin^2 \pi \frac{d(n_2 - n_1)}{\lambda}.$$

Im homogenen Licht wird:

die Intensität Null für $d(n_2 - n_1) = 0 \ \frac{2\lambda}{2} \ \frac{4\lambda}{2} \ldots$

die Intensität ein Maximum für $d(n_2 - n_1) = \frac{\lambda}{2} \ \frac{3\lambda}{2} \ \frac{5\lambda}{2} \ldots$

Daraus werden jetzt diejenigen Keildicken berechnet, für welche die einfarbig hellen und dunklen Streifen bei verschiedenen Sorten homogenen Lichts auftreten. Die notwendigen Daten sind:

$$\lambda_A = 0{,}000\,7594 \text{ mm und } (n_2 - n_1) = 0{,}0098$$
$$\lambda_D = 0{,}000\,5893 \text{ mm} \quad " \quad = 0{,}0098$$
$$\lambda_E = 0{,}000\,5270 \text{ mm} \quad " \quad = 0{,}0098$$
$$\lambda_G = 0{,}000\,4308 \text{ mm} \quad " \quad = 0{,}0098.$$

In den folgenden Tabellen sind die Keildicken angegeben, für welche unter diesen Annahmen die einzelnen Farben entweder im Maximum der Helligkeit oder gänzlich ausgelöscht erscheinen.

Die Intensität ist Null.

Farbe	Dunkle Streifen					
	1.	2.	3.	4.	5.	6.
A-Linie . .	0,0775	0,1550	0,2324	0,3099	—	—
D-Linie . .	0,0601	0,1202	0,1804	0,2405	0,3006	—
E-Linie . .	0,0538	0,1075	0,1613	0,2151	0,2689	0,3226
G-Linie . .	0,0439	0,0879	0,1319	0,1758	0,2198	0,2637

Die Intensität hat ein Maximum.

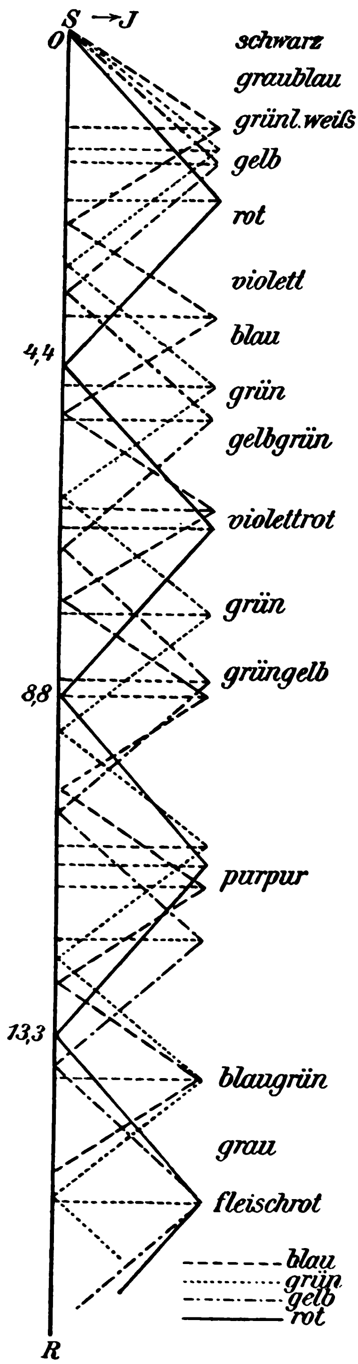
Farbe	Helle Streifen					
	1.	2.	3.	4.	5.	6.
A-Linie . .	0,0387	0,1162	0,1937	0,2712	—	—
D-Linie . .	0,0301	0,0902	0,1503	0,2104	0,2706	0,3307
E-Linie . .	0,0269	0,0806	0,1344	0,1882	0,2420	0,2957
G-Linie . .	0,0219	0,0659	0,1099	0,1538	0,1978	0,2418

Die durch Zusammenstellung aller Rechnungsresultate erhaltenen Werte lassen sich übersichtlicher gestalten durch Einführung der Streifenbreiten, so dass man an Stelle der Dicke die Stelle auf der Keilebene sucht, an welcher eine bestimmte Erscheinung auftritt. Da wir eine Neigung des Keils von 1^0 voraussetzten, so entspricht einer Dickendifferenz von $y_2 - y_1$ eine Hypotenusenbreite

$$a = \frac{y_2 - y_1}{\sin 1^0} = (y_2 - y_1) \,.\, 57{,}306.$$

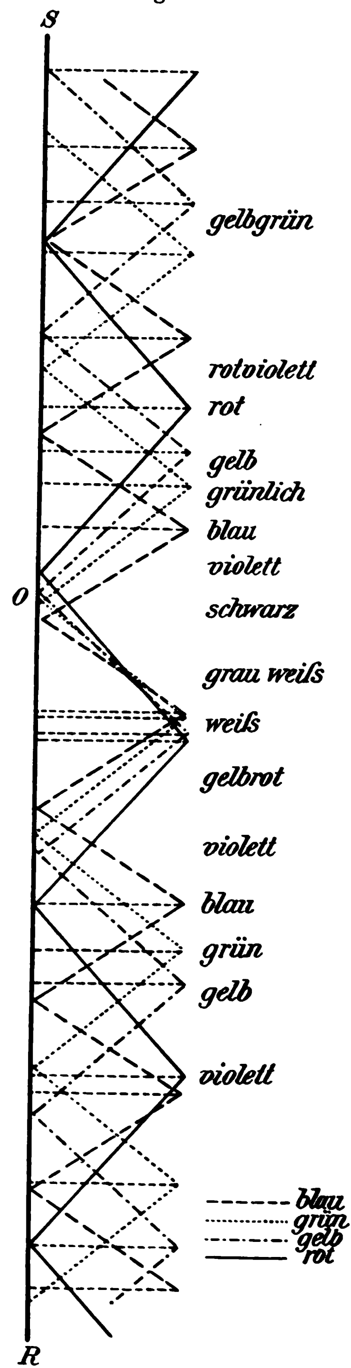
Die auf diese Weise gefundenen Resultate sind in beistehender Figur geometrisch dargestellt, wo SR die obere Keilfläche, S dessen Schneide und R dessen Rücken bedeutet.

Fig. 20.



S → J
0
4,4
8,8
13,3
R
schwarz
graublau
grünl. weiß
gelb
rot
violett
blau
grün
gelbgrün
violettrot
grün
grüngelb
purpur
blaugrün
grau
fleischrot
blau
grün
gelb
rot

Fig. 21.

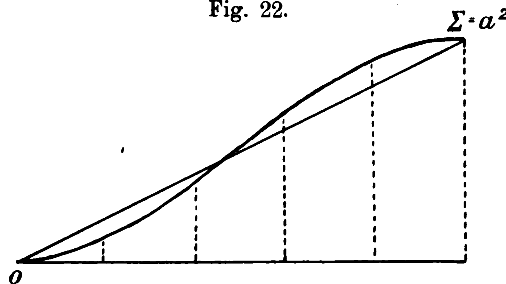


S
0
R
gelbgrün
rotviolett
rot
gelb
grünlich
blau
violett
schwarz
grau weiß
weiß
gelbrot
violett
blau
grün
gelb
violett
blau
grün
gelb
rot

Es ist darauf hinzuweisen, dass die Abhängigkeit der Intensität von der Plattendicke nicht streng durch eine gerade Linie dargestellt wird, wie es in unserer Figur der Fall ist. Die wahre Gestalt der Intensitätskurve ist durch Fig. 22 gegeben. Man sieht daraus, dass für den Zweck der annähernden Beurteilung der auftretenden Farbenmischung unsere Zeichnung genügt. Nur der erste aufsteigende Ast der Intensitätskurve gibt mit der genauen Konstruktion eine wesentlich klarere Vorstellung von der wirklichen Erscheinung; besonders das in der Nähe der Schneide erscheinende „Fast Weiss" ist deutlicher ersichtlich.

Die Figur zeigt, wie die auftretenden Farbenstreifen in der Ordnung der Newtonschen Farben ansteigen, indem sie an einigen Stellen sich vollständig überdecken und Weiss geben, an andern teilweise isoliert auftreten und dadurch die Farbe des Gesichtsfeldes beherrschen. Noch mehr mit der Wirklichkeit übereinstimmend würde die Skizze sein, wenn wir noch mehr verschiedene Wellenlängen ausser den gewählten vier gezeichnet hätten.

Fig. 22.



27. **Kombination eines Gipskeils mit einer dünnen doppelbrechenden Kristallplatte.** Die Berechnung der dabei auftretenden Erscheinungen ist auf die Behandlung der Intensitätsgleichung für zwei Platten beschränkt, wobei die Dicke d' der einen als variabel aufgefasst ist. Werden die Platte und der Keil so auf einander gelegt, dass die Hauptschwingungsrichtung der parallel zur Ebene zweier optischen Elastizitätsachsen geschnittenen Platte derjenigen im Keil parallel geht, so addieren sich die optischen Dicken; der Keil zeigt Farbenstreifen, deren Ordnung gegen die Schneide zu gestiegen ist. Wird die Platte in ihrer Ebene unter dem Keil gedreht, so nimmt die Lebhaftigkeit der Farben ab, und der Keil zeigt nach einer

Drehung der Platte um 45^0 wieder seine ursprünglichen Farben; in dieser Lage fallen nämlich die Schwingungsrichtungen in der Platte mit den Hauptebenen des Apparates zusammen, und die Platte hat keine Wirkung. Eine weitere Drehung der Platte stellt wieder geänderte Farbenstreifen her, die unter Kreuzstellung die grösste Lebhaftigkeit zeigen. Dabei ist das Gesichtsfeld an einer bestimmten Stelle von einem der Keilschneide parallelen dunklen Streifen durchzogen, zu dessen beiden Seiten Farbenstreifen von verschiedener Färbung auftreten. Da bei Kreuzstellung von Platte und Keil die Kombination mit der Differenz der optischen Dicken wirkt, so wird der dunkle Streifen gerade dort erscheinen, wo die Gangunterschiede der beiden gebrochenen Strahlen im Keil und in der Platte entgegengesetzt gleich sind. Dann erfährt ein in der Platte gegenüber dem andern beschleunigter Strahl im Keil genau dieselbe Verzögerung gegen denselben; die Kombination wirkt wie eine isotrope Platte. Man ersieht allerdings, dass diese Nullstellung nicht für alle Farben des weissen Lichts dieselbe sein kann; aus diesem Grunde muss der dunkle Streifen eine gewisse Breite haben und an seinen Rändern farbige Säume zeigen.

Die nun auf der dünneren Seite des Keils vom dunklen Streifen ab erscheinenden Farbenstreifen kommen dadurch zu stande, dass die durchtretenden Strahlen Gangunterschiede besitzen, welche resultieren, wenn vom Gangunterschied, den sie in der Planplatte erleiden, derjenige in der dünnen Keilschicht subtrahiert wird. Die von dunklen Streifen gegen den Keilrücken zu liegenden Farbenstreifen rühren von Gangunterschieden der einzelnen Strahlensorten her, welche erhalten werden, wenn die optische Dicke der Kristallplatte von derjenigen des Keils subtrahiert wird.

Wird der Keil nicht vollständig mit der Kristallplatte bedeckt, so haben wir die Erscheinungen des Keils und der Kombination nebeneinander. An der Grenzstelle wird dort, wo der dunkle Streifen der Kombination liegt, ein Farbenstreifen die Fortsetzung desselben bilden, und dieser wird dieselbe Farbe haben wie das Blättchen im gekreuzten Apparat allein.

Die Berechnung stützt sich auf die allgemeine Intensitäts-

gleichung von S. 72. Dieselbe erleidet durch die besonderen Annahmen, dass die Hauptebenen gekreuzt sein, d. h. $\varkappa = \frac{\pi}{2}$, und die Richtung der Schneide mit der Hauptebene des Polarisators 45°, d. h. $\varphi = 45^0$ $\psi = \frac{\pi}{2}$, bilden sollen, vereinfachende Modifikationen; sie nimmt die Form an:

$$J = \Sigma a^2 . \sin^2 \pi \frac{\Gamma - \Gamma'}{\lambda}.$$

Es sollen die Erscheinungen studiert werden, die bei der Kombination unsres erwähnten **Gipskeils** mit der ebenfalls früher benutzten **0,2 mm dicken Quarzplatte** sichtbar werden.

Das Rechenverfahren entspricht genau dem vorher beschriebenen.

Es gibt

$$\frac{\Gamma - \Gamma'}{\lambda} = \frac{d}{\lambda}(n_2 - n_1) - \frac{d'}{\lambda}(n_2' - n_1') = \pm \frac{2m}{2} \text{ Dunkelheit,}$$

$$\frac{\Gamma - \Gamma'}{\lambda} = \frac{d}{\lambda}(n_2 - n_1) - \frac{d'}{\lambda}(n_2' - n_1') = \pm \frac{2m+1}{2} \text{ Helligkeit.}$$

Die Lage des schwarzen Streifens kann auf zwei Wegen gefunden werden.

a) Nach früheren Berechnungen zeigt das Quarzblättchen im gekreuzten Apparat das „Hellgrün der vierten Ordnung", was einem Gangunterschied von 0,00182 mm entspricht. Der dunkle Streifen tritt dort auf, wo der Keil den beiden ihn durchlaufenden Strahlen denselben Gangunterschied erteilt, wo also

$$\Gamma = d(n_2 - n_1) = 0{,}00182$$

ist. Setzen wir

$$n_2 - n_1 = 0{,}0098,$$

so resultiert die Keildicke d = 0,1857 mm.

b) Der schwarze Streifen wird dort auftreten, wo $\Gamma = \Gamma'$ ist; d. h.

$$\frac{d}{\lambda}(n_2 - n_1) = \frac{d'}{\lambda}(n_2' - n_1')$$

oder

$$d = \frac{n_2' - n_1'}{n_2 - n_1} d' = 0{,}1857 \text{ mm},$$

wenn

$$n_2' - n_1' = 0{,}0091,$$
$$n_2 - n_1 = 0{,}0098$$

gesetzt wird.

Beide Resultate sind identisch.

Wird der Keil über die Quarzplatte fortgeschoben, so verschiebt sich der dunkle Streifen ebenfalls im Gesichtsfeld; er bleibt stets an die Keildicke 0,1857 mm gebunden, während die Quarzplatte überall gleichdick ist.

Die Farbenordnung der andern Streifen und die Breite derselben werde ebenso berechnet wie früher.

Es ist in der Berechnung zu setzen:

Wellenlänge λ	Quarz $(n_2' - n_1')$	Gips $(n_2 - n_1)$
0,0007594	0,0091	0,0098
0,0005893	0,0091	0,0098
0,000527	0,0092	0,0098
0,0004308	0,0094	0,0098

Die Stellen grösster Intensität für diese vier Wellenlängen sind in der folgenden Tabelle angegeben; die Lage des schwarzen Streifens ist dicker gedruckt.

	Helle Streifen	A-Linie mm	D-Linie mm	E-Linie mm	G-Linie mm
Keildicken	3. −	—	0,0357	0,0535	0,0823
	2. −	0,0655	0,0957	0,1072	0,1260
	3. −	0,1429	0,1523	0,1609	0,1699
	schwarz	**0,1816**	**0,1857**	**0,1877**	**0,1918**
	1. +	0,2203	0,2191	0,2145	0,2137
	2. +	0,2977	0,2757	0,2682	0,2576
	3. +	0,3752	0,3357	0,3219	0,3013

Uebersichtlicher stellen sich die Erscheinungen dar, wenn die von der Schneide aus gemessenen Lagen der Streifen auf der Keilfläche bekannt sind. Der dunkle Streifen der D-Linie liegt dann in einem Abstand 10,64 mm von der Schneide dieser parallel.

Wird diese Lage zur Nulllage gemacht, so geben die folgenden Tabellen die Breiten der Streifen an, jeweils gerechnet von dieser Nullstellung ab, gegen die Schneide zu mit negativen, gegen den Rücken zu mit positiven Werten. Auf diese Weise ist auch sofort die auftretende Unsymmetrie der Streifensysteme rechts und links von der Nulllage ersichtlich, die herrührt von der Verschiedenheit der Lage des dunklen Streifens für jede einzelne homogene Farbe.

Intensitätsmaximum.

Farbe	Keilschneide 3. Streifen mm	Keilschneide 2. Streifen mm	Keilschneide 1. Streifen mm		Keilrücken 1. Streifen mm	Keilrücken 2. Streifen mm	Keilrücken 3. Streifen mm
A-Linie . .	—	− 6,908	− 2,459	dunkler Streifen	1,988	6,436	10,890
D-Linie . .	− 8,620	− 5,172	− 1,919		1,919	5,172	8,620
E-Linie . .	− 7,597	− 4,512	− 1,425		1,655	4,741	7,827
G-Linie . .	− 5,942	− 3,431	− 0,908		1,609	4,131	6,643

Intensitätsminimum.

Farbe	Keilschneide 3. Streifen mm	Keilschneide 2. Streifen mm	Keilschneide 1. Streifen mm	Schwarze Mitte	Keilrücken 1. Streifen mm	Keilrücken 2. Streifen mm	Keilrücken 3. Streifen mm
A-Linie . .	—	− 10,13	− 4,68	− 0,235	4,22	8,67	13,12
D-Linie . .	− 10,35	− 6,90	− 3,45	0,000	3,45	6,90	10,35
E-Linie . .	− 9,16	− 6,07	− 2,98	0,115	3,20	6,20	9,38
G-Linie . .	− 7,24	− 4,71	− 2,18	0,350	2,88	5,41	7.94

Daraus folgt, dass der schwarze Streifen etwa 0,58 mm breit ist. Die Erscheinung ist graphisch in Fig. 21, S. 80 gegeben. Man sieht, dass die Farbenfolge auf der linken Seite des dunklen Streifens von den Newtonschen Farben dadurch wesentlich verschieden ist, dass eine Verschiebung der Maxima und Minima der Strahlen mit grösserer Wellenlänge gegen die Keilschneide hin stattgefunden hat, so dass die blauen und violetten direkt den schwarzen Streifen begrenzen. Die Farbenfolge scheint auf diese Weise nach links hin mit der zweiten Ordnung der Newtonschen Ringe zu beginnen. Die Farbenfolge der dem Keilrücken zugewandten Streifen dagegen hat eine Verschiebung der blauen

und violetten Spektralgebiete nach dem Keilrücken hin erfahren, so dass hier in der Nähe des dunklen Streifens besonders die Newtonschen Farben der ersten Ordnung sehr lebhaft auftreten und in kleinem Abstand ein sehr ausgeprägtes Weiss erscheint.

Die Erscheinung ist auf diese Weise nur qualitativ behandelt. Sollte sie quantitativ verfolgt werden, so könnte der Flächeninhalt der von den Kurven Fig. 22 begrenzten Flächenstücke für jede einzelne Farbe berechnet und diese Grösse der Masse der ins Auge gelangenden Lichtmenge proportional gesetzt werden. Dann aber ergibt sich die Mischfarbe jedes Streifengebiets einfach nach dem Maxwellschen Verfahren.

2. Abschnitt.

Im schief auffallenden Licht.

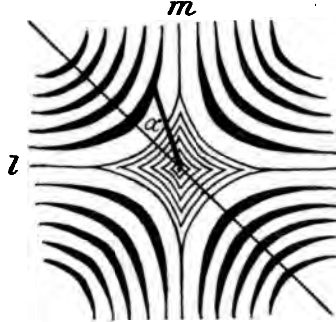
Tritt durch eine Kristallplatte das polarisierte Licht schief hindurch, so werden im weissen Licht nur an den Stellen die gleichen Farben auftreten, für die die beiden gebrochenen Strahlen gleichen Gangunterschied haben. Es wird daher im allgemeinen nicht die ganze Kristallfläche gleichmässig gefärbt sein, sondern es werden zusammenhängende Stellen auftreten, welche dieser Bedingung genügen, andre, welche einer andern Bedingung genügen. Verbindet man alle Punkte der Kristalloberfläche, für welche derselbe Gangunterschied besteht, so liefern sie eine Kurve gleichen Gangunterschieds oder auch, weil solche Kurven gleiche Färbung in allen ihren Punkten haben müssen, eine isochromatische Kurve. Im weissen Licht zeigen sie gleiche Färbung, im homogenen gleiche Helligkeit.

28. **Parallel der optischen Achse geschnittene Kristalle.** Wird eine parallel zur optischen Achse geschnittene Platte eines einachsigen Kristalls zwischen einen Polarisationsapparat gebracht, welcher teilweise schief auffallendes Licht durchlässt, z. B. zwischen zwei Turmalinplatten, die nahe vor das Auge gehalten werden, so treten im monochromatischen Licht Kurven

gleichen Gangunterschieds auf, welche die Gestalt von vier Hyperbelästen haben, wie die Figur es zeigt.

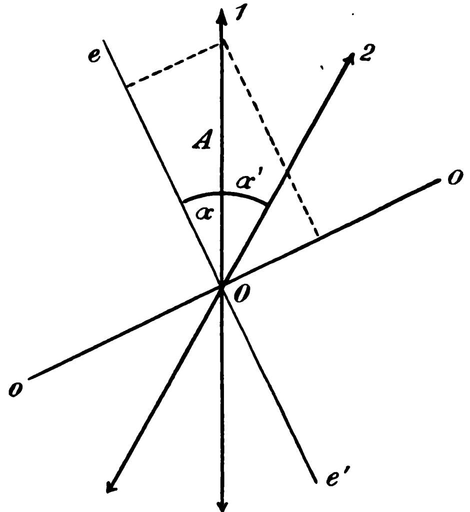
Die Kurven kommen dadurch zu stande, dass Strahlen, welche

Fig. 23.



den Kristall schief durchlaufen, bis zum Auge verschiedene Wege zurücklegen und dadurch interferieren.

Fig. 24.



Es schwinge der ordinäre Strahl in der Richtung O O', der extraordinäre in e e' unter dem Winkel α gegen die Hauptebene des ersten Turmalins; beide Turmaline mögen den Winkel $(\alpha' - \alpha)$ miteinander einschliessen.

Dann gilt im Punkt 0 des Kristalls

$$s_o = A \,.\, \sin \alpha \,.\, \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} \pm \Theta\right)$$

$$s_e = A \,.\, \cos \alpha \,.\, \sin 2\pi \frac{t}{T}.$$

Durch den zweiten Turmalin werden beide Strahlen zur Interferenz gebracht; die Summe ihrer Amplituden ist dann:

$$S = A \left\{ \cos^2 (\alpha - \alpha') - \frac{1}{2} \sin 2\alpha \,.\, \sin 2\alpha' (1 + \cos 2\pi \Theta) \right\}.$$

Sind beide Turmaline parallel, also $\alpha = \alpha' = o$, für den Fall, dass die optische Achse in dieselbe Richtung fällt, dann ist $J = A^2$, und die Intensität wird durch Einschieben des Kristalls nicht geändert, wenn er als vollkommen durchsichtig aufgefasst wird.

Dasselbe tritt ein für $a = \alpha' = 90^0$.

Ist $\alpha = o$ und $\alpha' = 90^0$, so wird $J = o$.

Ist $\alpha = \alpha' = 45^0$, so ist $J = \frac{A^2}{2} \left\{ 1 - \cos 2\pi \Theta \right\}$.

Die Intensität hängt in diesem Fall nur noch vom Gangunterschied der beiden Strahlen ab, d. h. vom Neigungswinkel ihres Einfalls und von der Sehrichtung. Es erübrigt also, den Gangunterschied Θ der beiden den Kristall durchsetzenden Strahlen zu berechnen.

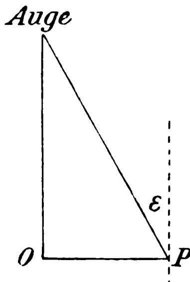
Ist die Ebene der optischen Achse die (x y)-Ebene, so wird ihre Gleichung $z = o$. Der einfallende Strahl bilde mit der Normalen der Ebene den Winkel i, und die Projektion desselben auf die Achsenebene mit der x-Achse den Winkel σ. Dann sind die Gleichungen der Geraden

$$\frac{J}{x} = \operatorname{tg} \sigma.$$

$$\frac{z}{x} = \frac{\operatorname{cotg} i}{\cos \sigma}.$$

Der Gangunterschied der beiden gebrochenen Strahlen stellt sich nun dar als Differenz ihrer ungleichen Längen, ausgedrückt in Wellenlängen. Da die Beleuchtung mit einfarbigem Licht geschehen muss, kann die Wellenlänge zur Einheit genommen werden. Diese Differenz ist nun nicht nur abhängig von der Dicke der Platte und dem Einfallswinkel, sondern auch von der Richtung, in welcher das Auge die Kristalloberfläche betrachtet. Denkt man sich dasselbe an einer festen Stelle senkrecht über O, so kann von jedem Punkt der Kristalloberfläche ein Strahl nach dem Auge gezogen werden, der mit der x-Achse den Winkel σ einschliesst. Alle Punkte P, für welche dann der ordinäre und extraordinäre Strahl gleichen Gangunterschied haben, liegen auf einer Kurve, deren Form vom Ausfallswinkel ε und von der Sehrichtung σ ab-

Fig. 25.



hängt. Man kann sich die Kurve konstruiert denken mit dem Radiusvektor sin i, der mit der x-Achse den variablen Winkel σ bildet. Die geometrische Durchführung des einfachen Problems führt schliesslich zu der Beziehung:

$$\Theta = d \,.\, \left\{ \frac{b-a}{a\,b} - \frac{3 \,.\, \sin^2 i}{2\,b} \left(b - a\right) \left[b - (a + b) \sin^2 \sigma\right] \right\}.$$

Die Grössen a und b bedeuten die Lichtgeschwindigkeiten des ordinären und extraordinären Strahls im Kristall.

Bei positiven Kristallen ist $a > b$, bei negativen $b > a$.

Man erhält hieraus die Kurven gleichen Gangunterschieds, wenn man Θ gleich einer Konstanten k setzt, die von Ort zu Ort als eine von unsrer Willkür abhängige variable Grösse aufgefasst werden kann. Auf diese Weise erhält man unendlich viele Kurven, für deren jede k konstant bleibt; ihre Gleichung ist:

$$d \left\{ \frac{b-a}{a\,b} - \frac{3 \sin^2 i}{2\,b} \left(b - a\right) \left[b - (a + b) \sin^2 \sigma\right] \right\} = k$$

oder vereinfacht:

$$\sin^2 i = \frac{M}{b - (a + b) \sin^2 \sigma},$$

wenn

$$M = \frac{d\,(b - a) - a \,.\, b \,.\, k}{\frac{3}{2}\, a\, d\, (b - a)}$$

gesetzt wird.

Der Vergleich dieser Form mit

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

zeigt, dass dies die Polargleichung einer Hyperbel ist, deren Achsen durch:

$$\pm \sqrt{M} \,.\, \sqrt{\frac{1}{b}}$$

und

$$\pm \sqrt{M} \,.\, \sqrt{\frac{1}{a}}$$

gegeben sind. Die Vorzeichen ergeben, dass sie in zwei Quadranten erscheint. Der Sinus des Winkels, den die Asymptoten mit der Achse der Polarkoordinaten bilden, ist

$$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a + b}}.$$

Man sieht, dass der Winkel, den dann beide Asymptoten miteinander einschliessen, etwas von 90^0 verschieden ist, und zwar ist er bei positiven Kristallen kleiner, bei negativen grösser. Je schwächer aber die Doppelbrechung, desto näher kommt er einem Rechten, weil sich der Sinus für den obigen Ausdruck dann immer mehr dem Wert $\sqrt{\frac{1}{2}}$ oder $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ nähert.

Für Quarz ist z. B. a = 0,649 und b = 0,645; mithin der Asymptotenwinkel 89° 56′.

Man sieht, dass der Gangunterschied nur für parallele Turmaline den Wert Θ annimmt; bei gekreuzten Platten muss dagegen $\Theta + \frac{1}{2}$ gesetzt werden.

Die Breite der das Gesichtsfeld bedeckenden dunklen und hellen Hyperbelästen ist durch den Ausdruck:

$$\sqrt{\frac{2}{3\,d\,(b-a)} + \sin^2 i} - \sin i$$

gegeben; man sieht, dass sie für kleine Einfallswinkel, wo also die Strahlen annähernd normal auffallen, umgekehrt proportional ist der Dicke der benutzten Platten. Bei sehr dünnen Platten sind daher die Ringe so weit, dass ihre Gestalt im Gesichtsfeld nicht übersehen werden kann. Umgekehrt werden sie bei sehr dicken Platten so eng, dass sie mit blossem Auge nicht voneinander getrennt wahrnehmbar werden. Bei der Beleuchtung mit weissem Licht tritt wegen des Zusammenwirkens vieler Farben nur ein unreines Weiss auf. Für grössere Einfallswinkel i wird die Breite der Ringe umso kleiner, je weiter sie vom Mittelpunkt abstehen.

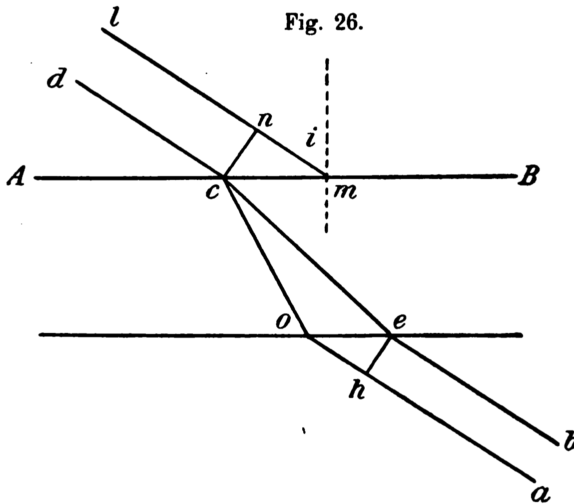
29. **Gekreuzte Platten einachsiger Kristalle**, welche parallel der optischen Achse geschnitten sind, und deren optische Achse 45° mit den Hauptebenen des Apparates bildet, zeigen hyperbolische Kurven, die sich dadurch von den vorhergehenden unterscheiden, dass der Asymptotenwinkel immer 90° beträgt; die Asymptoten fallen in die Hauptebenen der Turmaline.

30. **Kristalle, die unter 45° gegen die Achse geschnitten sind.** Solche Kristallplatten, derart zwischen gekreuzte oder parallele Turmaline gebracht, dass die Projektion ihrer optischen Achse auf die Kristallfläche mit den Hauptebenen 45° bildet, zeigen im homogenen Licht abwechselnd helle und dunkle gerade Streifen, welche auf der Projektion der optischen Achse senkrecht stehen.

Ist AB die Kristallplatte, und betrachten wir den Strahlenverlauf von unten nach oben, so treffen zwei Strahlen ao und be die Platte so, dass der ordinäre Strahl von ao, d. h. oc, und der

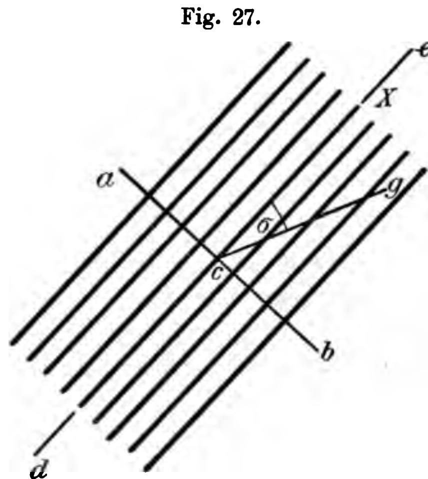
extraordinäre von be, d. h. ec, zusammentreffen und vermöge eines durch die verschiedenen Wege bedingten Hauptunterschiedes

Fig. 26.



interferieren, wenn sie auf dieselbe Schwingungsebene gebracht werden.

Fig. 27.



Der Gangunterschied ist für die Erscheinung massgebend; er wird unter Anwendung der Huyghensschen Konstruktion leicht erhalten.

$$\Theta = P + \frac{D_e}{\lambda_e} - \frac{D_o}{\lambda_o}$$

wenn P die Anzahl Wellenlängen in Luft von h bis o bedeutet; ferner $D_e = ce$ und $D_o = co$.

Unter Einführung der beiden Hauptlichtgeschwindigkeiten a und b wird

$$\Theta = d\left\{\frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} \sin\sigma . \sin i + \frac{2}{\sqrt{2(a^2 + b^2)}} - \frac{1}{a}\right\}.$$

Die isochromatischen Kurven sind wieder durch $\Theta = \text{const.}$ gegeben. Sei c der Fusspunkt des Lots vom Auge auf die Kristalloberfläche und gc die Projektion des einfallenden Strahls auf dieselbe Oberfläche, so ist die Länge von gc bei konstantem Sehwinkel σ der Tangente, bei kleinem Einfallswinkel i auch dem Sinus von i proportional. Dann kann sin i als Radiusvektor aufgefasst werden, der mit der Achse de den Winkel σ einschliesst.

Dann ist

$$\Theta = M . \sin i . \sin\sigma + N = k$$

oder einfacher

$$\Theta = \sin i . \sin\sigma = k$$

die Polargleichung einer Geraden, die auf ab senkrecht steht.

Für

$$\Theta = \frac{2n+1}{2} \text{ wird } J = o$$

vermöge der auch hier geltenden Intensitätsgleichung

$$J = \frac{A^2}{2}(1 - \cos 2\pi\Theta).$$

Es geht also die Helligkeit bei der Zunahme des Θ um 1 vom Minimum über ein Maximum zu einem neuen Minimum über, wenn σ konstant bleibt. Für $\sigma = 90^0$ ist die Zunahme vom Winkel i, damit Θ um die Einheit wächst, gerade dem Sehwinkel für eine ganze Streifenbreite gleich.

$$\sin\alpha = 1 \text{ und } \Theta = d\left\{\frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} \sin i + N\right\}.$$

Wenn nun i um die kleine Grösse ω zunimmt, so kann man für kleine i auch sagen, dass dann sin i um sin ω wächst. Da aber nur der erste Posten unseres Θ veränderlich ist, so entspricht die

Zunahme des Θ um 1 gerade der Zunahme dieses ersten Postens um 1; es muss also

$$d \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} . \sin \omega = 1 \text{ oder } \omega = \arcsin \frac{a^2 + b^2}{d (a^2 - b^2)}$$

das Mass für die Breite der beobachteten Streifen sein.

Die Streifenbreite hängt demnach ab von der Dicke der Platte und den Geschwindigkeiten des ordinären und extraordinären Strahls, dagegen nicht von einer Winkelgrösse; die Breite ist also konstant. Für dicke Platten bleiben die Streifen wegen ihrer grossen Feinheit unsichtbar.

Durch die Mitte des Gesichtsfelds geht bei gekreuzten Turmalinen ein dunkler Streifen, weil dort $\Theta = o$ wird und die Intensität also verschwindet und zwar für alle Farben.

Da in allen andern Fällen Θ von der Wellenlänge abhängt, so erscheinen die geradlinigen Streifen für weisse Beleuchtung in den Newtonschen Farben gefärbt.

31. **Kombination zweier gleich dicken, unter 45° gegen die optischen Achsen geschnittenen einachsigen Kristallplatten.** Im Jahre 1851 fand G. S. Ohm, dass zwei gleichdicke Platten, die aus einem einzigen einachsigen Kristall so geschnitten sind, dass die optischen Achsen mit den Oberflächen 45° bilden, und die so aufeinandergelegt werden, dass ihre Hauptnormalebenen (d. h. die Ebenen durch die optische Achse und die Normale der Oberfläche) ineinanderliegen, die optischen Achsen aber nach entgegengesetzten Seiten von der gemeinsamen Normalen auseinander laufen, zwischen gekreuzten Turmalinen im homogenen Licht betrachtet, ein System von sehr vielen Ellipsen zeigen, deren grosse Achsen der Hauptnormalebene parallel laufen, mit einem dunklen ovalen zentralen Fleck ohne dunkle Achsenkreuze.

Die Erscheinung ist am deutlichsten, wenn die Hauptnormalebene 45° mit den Hauptebenen des Apparates bildet. Gehen die letzteren langsam ineinander über, so verwandelt sich das Bild in ein komplementäres. Bilden sie 45° miteinander, so ist das Gesichtsfeld gleichmässig fahl, was auch eintritt, wenn bei parallelen oder gekreuzten Hauptebenen die optische Achsenrichtung in eine dieser Ebenen fällt.

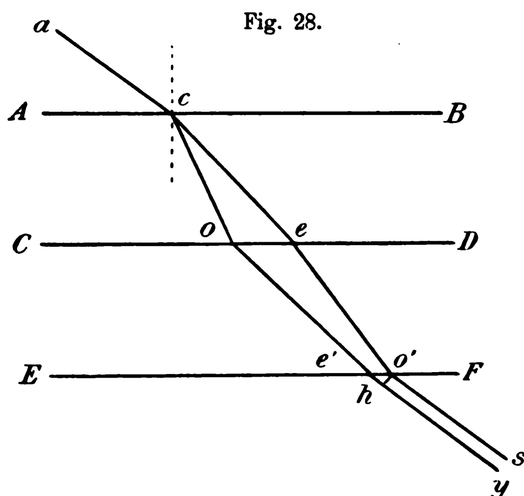
Sind die Platten aus Quarz, so treten ausser den Ellipsen

geradlinige Streifen auf, welche auf den grossen Achsen der Ellipsen senkrecht stehen und je nach der Lage der Hauptnormalebene die Ellipsen an Helligkeit übertreffen oder selbst von ihnen übertroffen werden.

Da die natürlichen Oberflächen des Kalkspatrhomboëders fast genau 45° Neigung gegen die optische Achse besitzen (siehe das Polarisationsprisma von Sénarmont), so zeigen die daraus direkt gespaltenen Blättchen die Erscheinung sehr schön, falls sie nicht zu dick angewendet werden.

32. **Isochromatische Kurven in gekreuzten, einachsigen Kristallplatten, welche unter 45° gegen die optischen Achsen geschnitten**

Fig. 28.



sind (Savarts Polariskop). Es soll die Projektion der optischen Achse der einen Platte senkrecht stehen auf der Projektion der optischen Achse der andern Platte auf dieselbe Kristallfläche. Werden beide kombiniert derart zwischen gekreuzte Turmaline gebracht, dass diese Projektionen unter 45° gegen die Hauptebenen derselben geneigt sind, so sieht man geradlinige farbige oder helle und dunkle Streifen, die zur Schwingungsebene eines der Turmaline parallel laufen.

Der ordinäre Strahl o'e der einen Platte trifft bei e die

zweite, deren Hauptschnitt auf dem der ersteren senkrecht steht, so dass also keine neue Doppelbrechung eintritt; dieser Strahl geht vielmehr als extraordinärer ec weiter in derselben Richtung, wie sie der extraordinäre Strahl gehabt hätte, der parallel so′ direkt aus Luft in e angekommen wäre. Eine andre Welle ye′ sendet ihren extraordinären Strahl nach e′o, der dort ordinär nach oc gebrochen wird. Für die beobachteten Kurven ist wieder der Gangunterschied der beiden Strahlenzüge massgebend. Derselbe wird erhalten, wenn man die Anzahl Wellenlängen auf dem Wege o′ec und he′oc voneinander subtrahiert.

Ist die z-Achse das Einfallslot, die Projektion der optischen Achse der unteren Platte auf die Oberfläche AB die y-Achse, und bildet der Strahl ca mit der z-Achse den Winkel i, seine Projektion auf die Kristalloberfläche mit der x-Achse den Winkel σ, so wird für gleichdicke Platten

$$\Theta = \frac{d\,(a^2 - b^2)}{a^2 + b^2}\,(\sin\sigma \pm \cos\sigma)\,.\,\sin i.$$

Die Gleichung der isochromatischen Kurven $\Theta = \text{const.}$ ist die Polargleichung einer Geraden, die unter 45^0 gegen die x- und y-Achse geneigt ist und zwar das eine Mal im einen, das andre Mal im andern Quadranten.

Der Sehwinkel ω, unter dem das Auge gerade eine Streifenbreite erblickt, ist wie früher

$$\omega = \arcsin\frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{d}.$$

Die Streifenbreite ist wieder von der optischen Dicke der Platten, nicht aber von den Einfallswinkeln abhängig.

33. **Optisch einachsige Kristallplatten, die senkrecht zur optischen Achse geschnitten sind, im konvergenten Licht.** Die Erscheinungen, welche solche Kristallplatten im konvergenten Licht zeigen, wurden von D. Brewster (1813—1818) aufgefunden und von G. B. Airy (1831) und F. E. Neumann (1834) erklärt. Eine geometrische Deutung brachten A. Bertin (1861) durch Einführung der „Oberflächen gleichen Gangunterschieds“ und E. Lommel (1883) durch die Konstruktion der Isogyrenflächen, auf die im folgenden teilweise eingegangen werden wird.

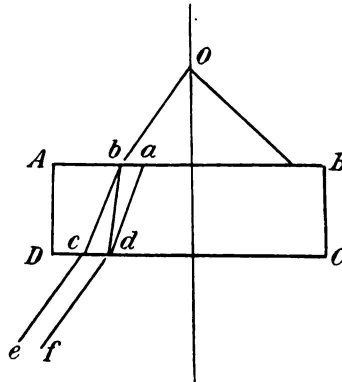
Wird eine einachsige, senkrecht zur Achse geschliffene Kristallplatte zwischen den Polarisationsapparat gebracht, so wird sie bei kleinem Gesichtsfeld, wo die ins Auge gelangenden Strahlen die Platte genau parallel durchsetzen, keinen Einfluss auf die Intensitätsverteilung im Apparat haben. Wird sie aber mit der von Biot benutzten Turmalinzange beobachtet, so treten, wenn das Auge nahe an die hintere Platte gebracht wird, auch solche Strahlen ins Auge, welche schief durch die Kristallplatte gingen. Da alle Strahlen aber, welche genau in der Richtung der optischen Achse fortgepflanzt sind, ungebrochen hindurchgehen, so wirkt der Kristall in dieser Richtung wie ein amorpher Körper, das Gesichtsfeld zeigt keine Veränderungen. Alle schief auffallenden Strahlen aber werden doppelt gebrochen und geben durch Interferenz Anlass zu Farbenerscheinungen. Ist die Platte an allen Stellen gleich dick, und die Beleuchtung derart gewählt, dass die Strahlen symmetrisch zur Sehrichtung einfallen, so wird auch das Farbenbild rings um die Richtung der Plattennormalen symmetrisch sein.

Man stellt künstlich stark konvergentes Licht dadurch her, dass man die vom Polarisator kommenden Strahlen mit Hilfe eines Linsensatzes erst schwächer, dann stark konvergent durch die Kristallplatte schickt, aus welcher sie, durch einen zweiten Linsensatz wieder schwächer konvergent gemacht, durch den Analysator ins Auge gelangen. Solche Polarisationsapparate werden nach Tschermak **Konoskope** genannt. Am geeignetsten ist das Nörrembergsche **Polarisationsmikroskop.**

Um die Erscheinungen zu studieren, seien gekreuzte Hauptebenen vorausgesetzt. Da ein einachsiger Kristall rings um seine Symmetriehauptachse gleiche Eigenschaften hat, so ist eine Drehung desselben in seiner Ebene ohne Bedeutung. Die Mitte des Gesichtsfelds wird dunkel bleiben, weil Strahlen in der Normalenrichtung ungebrochen fortlaufen. Sei nun ein etwas gegen die Normale geneigter Strahl betrachtet, der in b die obere Plattenfläche verlässt, und in der Richtung bO ins Auge gelangt. Dann setzt sich derselbe zusammen aus einem ordinären Teil des Strahls ec und einem extraordinären des dicht daneben liegenden fd, die beide nach b gebrochen werden und den Kristall in der

Richtung b O verlassen. Auf diese Weise kann jeder Punkt der Kristalloberfläche als Vereinigungspunkt zweier Strahlen, eines ordinären und eines extraordinären angesehen werden. Beide durchlaufen verschiedene Wege mit verschiedenen Geschwindigkeiten, erleiden also einen Gangunterschied, der um so grösser sein wird, je schiefer die Strahlen durch die Kristallplatte gehen.

Fig. 29.



Für gekreuzte Polarisationsebenen des Apparats war nun die durchgehende Intensität

$$J = a^2 \sin^2 2\alpha . \sin^2 \pi \frac{\Gamma}{\lambda}$$

(pag. 59). Es hängt also auch hier die Intensität sowohl ab von der Neigung α der Hauptschwingungsrichtungen im Kristall gegen die Hauptebenen des Apparats als vom Gangunterschied der beiden gebrochenen Strahlen. Licht von der Wellenlänge λ wird an allen Stellen b der Platte ausgelöscht, wo der Gangunterschied der beiden Strahlen $\Gamma = 0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda \ldots$ beträgt, es wird mit der grössten Helligkeit durchtreten, wenn $\Gamma = \frac{\lambda}{2} \frac{3\lambda}{2} \ldots$ ist.

Sei die Zeichenebene ein Hauptschnitt, so möge a eine Stelle sein, wo die violetten Strahlen einen Gangunterschied von einer halben Wellenlänge besitzen; dann wird die Stelle b, wo es die roten Strahlen haben, etwas weiter vom Mittelpunkt abstehen. Dort haben aber die violetten Strahlen etwa einen Gangunterschied von einer ganzen Wellenlänge, werden also ausgelöscht, und an der Stelle b herrscht ein roter, an der Stelle a ein violetter Farbenton vor. Nun geht die optische Achse zur Sehrichtung parallel; es wird also jede Einfallsebene auch ein Hauptschnitt sein, die in der Zeichenebene sich abspielende Erscheinung es in derselben Weise in jeder um die optische Achse gedrehten Ebene tun. Alle Strahlen, welche aber gleichgeneigt ins Auge gelangen, haben denselben Gangunterschied. Die Kurven gleichen Gang-

unterschieds sind also Kreise, deren Mittelpunkt die Richtung der optischen Achse auf der Kristallfläche bildet. Das Gesichtsfeld enthält einen mittleren dunklen Fleck, der über Grau in Farbenringe übergeht, die das ganze Sehfeld in der Ordnung der Newtonschen Farben bedecken. Je weiter ein solcher Ring vom Zentrum absteht, desto mehr verschiedene Strahlen treffen an einem Punkt seiner Peripherie zusammen; die Farbe geht nach aussen schliesslich in das Weiss höherer Ordnung über.

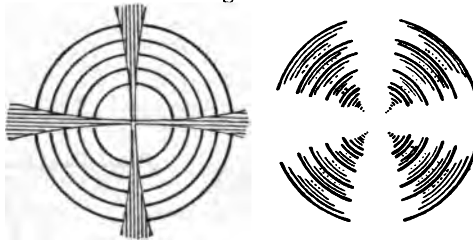
Wird mit homogenem Licht beleuchtet, so erscheinen abwechselnd helle und dunkle Ringe, die hellen dort, wo der Gangunterschied der beiden interferierenden Strahlen ein ungerades Vielfaches einer halben Wellenlänge beträgt, die dunklen dort, wo er ein gerades Vielfaches derselben ist. In diesem Fall können viel mehr Ringe nach aussen hin verfolgt werden, weil kein Weiss höherer Ordnung auftreten kann infolge des Fehlens andrer Farben. Die Durchmesser der blauen Ringe erscheinen kleiner als die der gelben, diese wieder kleiner als die der roten. Die Erscheinung ist demnach derjenigen der Newtonschen Ringe analog. Eine Drehung der Kristallplatte in ihrer Ebene ändert nichts.

Schon früher fanden wir, dass die Intensität nur in den Fällen am grössten ist, wo der Hauptschnitt den Winkel der beiden Hauptebenen des Apparats halbiert. Die Ringe erscheinen also nur in diesen Lagen im Maximum der Helligkeit und werden von da gegen die Richtung der Hauptebenen zu lichtschwächer. Wird jetzt ein Lichtstrahl betrachtet, für den der Hauptschnitt mit der Hauptebene des Polarisators zusammenfällt, so schwingt sein ordinärer Strahl senkrecht zum Hauptschnitt, sein extraordinärer in demselben. Bei dieser Lage der Einfallsebene aber kann nur eine extraordinäre Schwingung zu stande kommen, weil die ordentliche Komponente des einfallenden Lichts verschwindet. Weil aber in dem Fall die extraordinäre Schwingung senkrecht gegen die Hauptebene des Analysators erfolgt, so wird sie nicht durchgelassen. Das Gesichtsfeld erscheint also in der Richtung der Hauptebene des Analysators von einem dunklen, durch die Mitte gehenden Streifen durchzogen. Derselbe Fall tritt aber auch ein, wenn wir einen Strahl betrachten, dessen Hauptschnitt mit der Schwingungsebene des Analysators zusammenfällt. Dann

entsteht nur ein ordinärer Strahl, der vom Analysator wieder nicht durchgelassen wird. Das Gesichtsfeld ist also von zwei aufeinander senkrecht stehenden schwarzen Armen eines Kreuzes durchzogen. Farben kann es keine zeigen, weil die Schwingungsrichtungen für alle Farben dieselben sind. Man nennt solche Kurven, welche die Punkte gleicher Schwingungsrichtung miteinander verbinden, **Kurven gleicher Schwingungsrichtung** oder **Isogyren**. Das Gesichtsfeld erscheint also dunkel für alle Strahlen, deren Schwingungen einer der Hauptebenen des Apparats parallel gehen.

Senkrecht zur optischen Achse geschliffene einachsige Kristalle zeigen zwischen gekreuzten Hauptebenen farbige oder helle und dunkle Ringe, welche von einem schwarzen Kreuz durchschnitten werden,

Fig. 30.



dessen Arme die Richtung der Hauptebenen angeben. Die Kurven gleichen Gangunterschieds sind Kreise; die Kurven gleicher Schwingungsrichtung sind zwei aufeinander senkrecht stehende Geraden.

Es ist ohne weiteres ersichtlich, dass die Erscheinungen zwischen parallelen Hauptebenen des Apparats die komplementären sind. Die in den Komplementärfarben erscheinenden Ringe werden von einem weissen Kreuz durchsetzt, das wieder die Richtung der Hauptebenen bezeichnet.

Die beistehenden Figuren geben beide Fälle für monochromatisches Licht an.

Um im weissen Licht die Ringe der einzelnen Farben getrennt wahrnehmen zu können, legt man auf das Okular des Polarisationsapparats zwei oder mehr gefärbte Gläser derart, dass

sie in der Mitte des Gesichtsfelds zusammenstossen. Ist z. B. die eine Glasplatte aus rotem, die andre aus blauem Glas, so sieht man in der einen Gesichtshälfte nur rote und schwarze, in der andern nur blaue und schwarze Ringe; die letzteren werden enger und mehr nach der Mitte zusammengezogen sein. Auf diese Weise wird es immer möglich sein, die im weissen Licht sich zeigenden Farbenbilder analysiert nebeneinander übersehen zu können.

Abweichungen. Es gibt einachsige Kristalle, für welche die Farbenfolge der Ringe abweichend ist von derjenigen der Newtonschen Ringe. Am auffallendsten ist dies bei einigen Arten Apophyllit, wie sie sich auf den Faröerinseln und in Ostindien finden. Dort erscheinen alle Ringe gleichgefärbt und zwar abwechselnd dunkelviolett und schmutziggelb. Eine Aufklärung

Fig. 31.

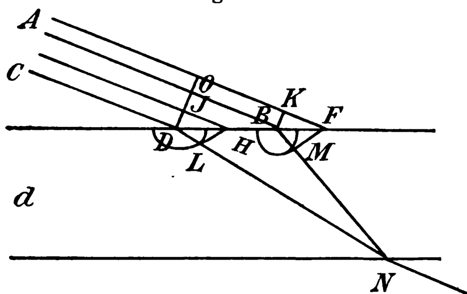
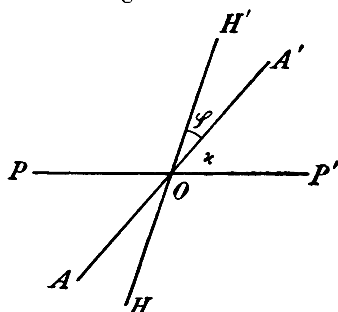


Fig. 32.



dieses Bildes gibt die Betrachtung mit dem roten und blauen Glas. Es zeigt sich, dass die blauen und roten Ringe annähernd die gleichen Durchmesser haben. Und zwar gibt eine nähere Untersuchung, dass die Kristalle für blaues Licht optisch negativ, für rotes optisch positiv sind und für gelbes isotrop.

Unregelmässigkeiten in der Ringform, die von mangelhafter Homogenität im Kristall herrühren, können, da sie keiner Gesetzmässigkeit unterworfen sind, hier nicht behandelt werden.

Quantitative Untersuchung. Airy hat die Erscheinungen einer senkrecht zur optischen Achse geschnittenen Kalkspatplatte im konvergenten Licht mathematisch behandelt. Es sei seine Methode hier durchgeführt, weil sie eine Diskussion der quantitativen Verhältnisse gestattet.

Fallen die beiden Strahlen AB und CD parallel untereinander schief

auf die Kalkspatplatte mit der Dicke d, so soll der ordinäre Strahl von A B und der extraordinäre von C D so gebrochen werden, dass beide die Platte in N gleichgerichtet verlassen. Die Geschwindigkeiten beider seien a und b, so dass:

$$\frac{1}{a} = n_o$$

und

$$\frac{1}{b} = n_e$$

wird. Dann ist ihr Gangunterschied, in Wellenlängen ausgedrückt:

$$\Theta = OB + \frac{BN}{BM} - \frac{LN}{LD},$$

wobei die Punkte L und M durch die Huyghenssche Konstruktion erhalten sind. Der Radius B M des Kreises entspricht einer Wellenlänge im Kristall für den ordinären Strahl, er ist $FK \cdot \frac{1}{n_o}$; ebenso sind die Halbachsen der Ellipse $HJ \cdot \frac{1}{n_o}$ und $HJ \cdot \frac{1}{n_e}$.

Ist i der Einfallswinkel, so beträgt der Gangunterschied:

$$\Theta = \frac{d}{a} \left\{ \sqrt{1 - a^2 \sin^2 i} - \sqrt{1 - b^2 \cdot \sin^2 i} \right\}.$$

Der Ausdruck geht für kleine i annähernd über in

$$\Theta = d \cdot \frac{b^2 - a^2}{2a} \cdot i^2.$$

Ist P P' die Schwingungsrichtung des Polarisators, A A' diejenige des Analysators, und bilden beide den Winkel $\varkappa$ miteinander, so sei H H' die Schwingungsrichtung des ordinären Strahls mit dem Winkel φ gegen den Analysator. Dann ist die Verschiebung der Aetherteilchen bei dem Austritt aus dem Polarisator

$$s = a \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

$$= a \cdot \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x),$$

weil $\frac{1}{T} = n$ und $n \cdot \lambda = v$ ist.

Beim Eintritt in den Kristall tritt eine Zerlegung ein in:

$$s_1 = a \cdot \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x) \cdot \cos(\varkappa + \varphi) \text{ parallel } HH'$$

$$s_2 = a \cdot \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x) \cdot \sin(\varkappa + \varphi) \text{ senkrecht } HH'.$$

Nach dem Passieren der Platte und dem Durchgang durch den Analysator tritt eine Verzögerung des ordinären Strahls gegen den extraordinären ein.

$$s_1' = a \,.\, \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x + \Theta) \,.\, \cos (\varkappa + \varphi) \,.\, \sin \varphi,$$

$$s_2' = a \,.\, \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x) \,.\, \sin (\varkappa + \varphi) \,.\, \cos \varphi.$$

Die Summe beider Ausdrücke wird:

$$s_1' + s_2' = a \sin \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x) \left\{ \sin (\varkappa + \varphi) \cos \varphi + \cos \frac{2\pi}{\lambda} \Theta \,.\, \cos (\varkappa + \varphi) \sin \varphi \right\}$$
$$+ a \cos \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x) \,.\, \sin \frac{2\pi}{\lambda} \Theta \,.\, \cos (\varkappa + \varphi) \,.\, \sin \varphi$$

und die Intensität:

$$J = \frac{a^2}{2} \left\{ 1 + \cos 2 (\varkappa + \varphi) \,.\, \cos 2 \varphi + \cos \frac{2\pi}{\lambda} \Theta \,.\, \sin 2 (\varkappa + \varphi) \,.\, \sin 2 \varphi \right\}.$$

Wird Licht untersucht, das in allen möglichen Richtungen eintritt, so ist Θ und φ variabel bei festgesetztem $\varkappa$.

1. Für gekreuzte Hauptebenen, also $\varkappa = 90^0$, ist

$$J = \frac{a^2}{2} \left\{ \sin^2 2 \varphi - \cos \frac{2\pi}{\lambda} \Theta \,.\, \sin^2 2 \varphi \right\}.$$

Die Abhängigkeit der Intensität von zwei Variablen zeigt an, dass das Gesichtsfeld mit zwei Arten von Kurven bedeckt sein wird, mit solchen, die nur vom Gangunterschied Θ abhängen und mit solchen, die von der Schwingungsrichtung φ abhängig sind.

Das Gesichtsfeld ist dunkel:

α) Für $\varphi = 0^0\ 90^0\ 180^0$ u. s. w. unabhängig von dem Wert von Θ. Das Gesichtsfeld ist also von einem dunklen Kreuz durchzogen. Es stellen diese Ausdrücke $\varphi = o$ u. s. w. die Isogyren dar.

β) Für

$$i^2 = o, \ \frac{2 a \lambda}{d (b^2 - a^2)}, \ \frac{4 a \lambda}{d (b^2 - a^2)} \dots$$

Dies sind Gleichungen von Kreisen; sie stellen die Isochromatischen Kurven dar. Im Zentrum des Gesichtsfelds erscheint ein dunkler Fleck, da dort $\vartheta = o$ und $J = o$ ist. Die Durchmesser der dunklen Ringe verhalten sich wie $\sqrt{\frac{b^2 - a^2}{a}}$ und umgekehrt wie die Dicken der Platten. Die Ringe sind um so kleiner, je grösser die Doppelbrechung und je dicker die Kristallplatten sind. Ausserdem sind sie kleiner für kleinere Wellenlängen.

2. Für parallele Hauptebenen, also $\varkappa = o$, ist

$$J = \frac{a^2}{2} \,.\, \left\{ 1 + \cos^2 2 \varphi + \cos \frac{2\pi}{\lambda} \Theta \,.\, \sin^2 2 \varphi \right\}.$$

Das Gesichtsfeld ist am hellsten:

α) Für $\varphi = 0{,}90^0\ 180^0 \dots$ Dasselbe wird also von einem weissen Kreuz durchschnitten; die Intensität ist von der Farbe unabhängig.

β) Für

$$\varphi = 45^0 \text{ und } i^2 = o, \quad \frac{2\,a\,\lambda}{d\,(b^2 - a^2)}, \ldots$$

Die Erscheinung ist der obigen komplementär, weil hier gerade diejenigen Farben im Maximum der Helligkeit erscheinen, wo sie früher verschwanden, und umgekehrt.

Bleibt das Auge an derselben Stelle, d. h. ist die Vergrösserung des Bildes konstant, so ist der Radius der Ringe $\rho = k \,.\, tg\, i$ oder für kleine Einfallswinkel, d. h. in der unmittelbaren Nähe des Zentrums, $\rho = k \,.\, i$.

Die Durchmesser der Ringe sind also der Grösse des Einfallswinkels proportional.

Bei gekreuzten Hauptebenen verhalten sich die Durchmesser der dunklen Ringe wie $\sqrt{o} : \sqrt{2} : \sqrt{4} : \ldots$, die Durchmesser der hellen Ringe wie $\sqrt{1} : \sqrt{3} : \sqrt{5} \ldots$

Bei parallelen Hauptebenen verhält es sich umgekehrt.

3. Für variable Lage der Hauptebenen, also $\varkappa$ variabel, gibt die Gleichung

$$J = \frac{a^2}{2} \left\{ 1 + \cos 2\,\varkappa \right\},$$

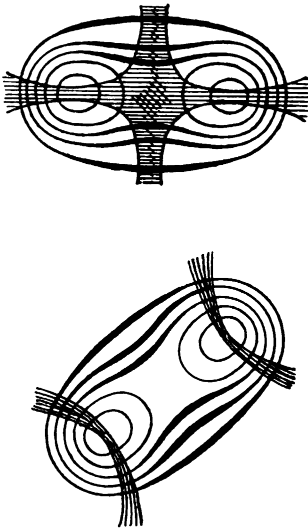
welche durch Einsetzen der Werte $\varphi = 0$, 90^0 u. s. w. erhalten ist, die Aenderung der Intensität mit der Stellung des Analysators für diejenigen Hauptschnitte, welche mit der Hauptebene des Analysators zusammenfallen und senkrecht darauf stehen; d. h. sie zeigt die Veränderung der Isogyren mit der Drehung des Analysators an. Das schwarze Kreuz wird bei der Drehung erst weniger dunkel, dann matt hell und erscheint bei Parallelstellung völlig weiss.

34. **Optisch-zweiachsige Kristalle im konvergenten Licht.** Die komplizierten Erscheinungen, welche zweiachsige Kristalle im konvergenten Licht zeigen, wurden 1844 von Brewster entdeckt und von J. Herschel näher untersucht.

Wird eine senkrecht zur ersten Mittellinie geschnittene Kristallplatte zwischen den gekreuzten Polarisationsapparat gebracht, so zeigen sich um zwei Zentren gruppiert schöne Farbenringe, und ausserdem dunkle Aeste, deren Form und Intensität ebenso wie die Farbe der Kurven bei der Drehung der Kristallplatte variiert. Ist der optische Achsenwinkel α des Kristalls grösser als 20^0, so kann das ganze Farbenbild, wie es die Figur zeigt, nicht mehr zwischen Turmalinplatten übersehen werden. Das Nörrembergsche Polarisationsmikroskop gestattet die übersichtliche Beobachtung bis zu Achsenwinkeln von 70—80^0. Ist der Winkel noch

grösser, so kann das Ringsystem in manchen Fällen dann noch übersehen werden, wenn man den Kristall in eine stärker brechende Flüssigkeit taucht, die die Strahlen konvergent macht.

Fig. 33.



Wir haben hier wieder zwei Kurvensysteme zu trennen, die isochromatischen Kurven und die Isogyren. Nach den Messungen von Herschel sind die ersteren Lemniskaten, d. h. Kurven, für welche das Produkt der Leitstrahlen eines Peripheriepunktes nach den beiden Brennpunkten konstant ist für dieselbe Kurve. Die beiden Brennpunkte sind durch die Fusspunkte der die Kristalloberfläche treffenden beiden optischen Achsen gegeben. Da alle Strahlen, welche den Kristall in der Richtung der optischen Achsen passieren, ungebrochen hindurchgehen, erscheinen diese Fusspunkte zwischen gekreuzten Polarisationsapparaten im allgemeinen dunkel. Um jeden derselben lagern sich einige Lemniskatenhälften in der Form verschobener Ellipsen, welche nach aussen zu ineinander übergehen. Im homogenen Licht erscheinen die Kurven abwechselnd hell und dunkel, im weissen besitzen sie die Newtonschen Farben. Die Weite der Ringe wird kleiner mit der Dicke der benutzten Kristallplatte und mit der Grösse der Doppelbrechung; mit Zunahme der Wellenlänge wächst die Weite.

Für den Fall, dass die Kristallplatte derart zwischen dem gekreuzten Polarisationsapparat liegt, dass die Verbindungslinie der beiden Achsenpunkte mit einer Hauptebene zusammenfällt, bestehen die Kurven gleicher Polarisationsrichtung oder die Isogyren aus zwei aufeinander senkrechten dunklen Aesten, die in den Hauptebenen des Apparates liegen. Der durch die Achsenpunkte gehende Ast ist schmal und scharf begrenzt, der andre viel breiter und nach der Seite verwaschen. Beide werden nach ı zu büschelartig verbreitert.

Dreht man die Kristallplatte in ihrer Ebene, so trennen sich die beiden Aeste im Mittelpunkt, krümmen sich an den Enden und gehen in eine Hyperbel über, deren scharf begrenzte Scheitel durch die Achsenpunkte gehen, während die Aeste nach aussen sich verbreitern und verwaschen werden. Am ausgeprägtesten ist dies Bild, wenn die Verbindungslinie der Achsenpunkte 45^0 mit den Hauptebenen bildet.

Im parallelen Polarisationsapparat gehen die Farbenerscheinungen in die komplementären über, und die Isogyren werden weiss.

Wir haben sonach das Resultat:

Senkrecht zur Halbierungslinie des optischen Achsenwinkels zweiachsiger Kristalle geschnittene Platten zeigen im konvergenten Licht bei gekreuztem Polarisationsapparat farbige oder abwechselnd helle und dunkle Lemniskaten, welche entweder von einem rechtwinkligen dunklen Kreuz oder von zwei Hyperbelästen durchschnitten werden. Im parallelen Polarisationsapparat sind die Bilder komplementär. Die Kurven gleichen Gangunterschieds sind Lemniskaten; die Kurven gleicher Schwingungsrichtung Hyperbeln, welche in zwei Gerade übergehen können.

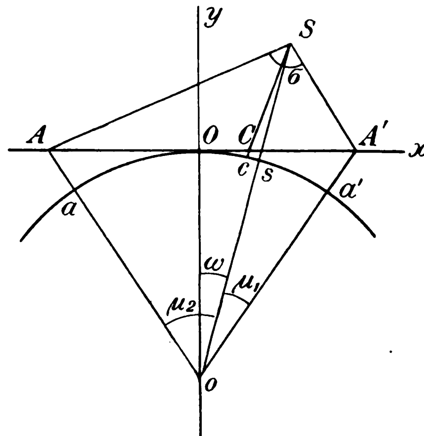
Eine **Erklärung** der ganzen Erscheinung gestaltet sich hier viel komplizierter wie bei einachsigen Kristallen, trotzdem das Prinzip genau dasselbe ist. Es kommt hier hinzu, dass rings um die erste Mittellinie nicht jene Symmetrie herrscht, wie bei einachsigen Kristallen, und infolgedessen die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der beiden gebrochenen Strahlen mit dem Einfallswinkel sich in weniger einfacher Weise ändern. Eine theoretische Ableitung der Kurvensysteme gab zuerst Neumann. Später gelang es Lommel, auf viel einfachere Weise unter mehreren die Herleitung vereinfachenden Annahmen dieselben Resultate zu erhalten.

Es sei hier diese Rechnung kurz durchgeführt:

Sei die [xy]-Ebene die Kristalloberfläche, A A′ die optischen Achsenpunkte, so mögen die Geraden o A und o A′ die Richtung der optischen Achsen vorstellen. Von einem Punkt S der Kristalloberfläche kommen zwei

Strahlen ins Auge, die durch die Oscillationsrichtung und ihre Schwingungsphase voneinander verschieden sind. Die verschiedenen Wege, welche sie im Kristall durchlaufen, sollen, weil sie nur äusserst wenig voneinander verschieden sein werden, als gleich angenommen sein. Um die Kurven gleichen Gangunterschieds zu finden, ist also nur deren Gangunterschied zu berechnen. Ihr Winkel mit der ersten Mittellinie sei ω, die Kristalldicke d, so ist der im Kristall zurückgelegte Weg $\frac{d}{\cos\omega}$. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten seien $v_1 < v_2$, so betragen die Wellenlängen im Kristall $v_1 . \lambda$ und $v_2 . \lambda$, falls die Fortpflanzungsgeschwindigkeit v für Luft gleich 1 gesetzt wird.

Fig. 34.



Die Anzahl Wellenlängen auf dem Wege des ersten Strahls ist $\frac{d}{v_1 . \lambda . \cos\omega}$, des zweiten $\frac{d}{v_2 . \lambda . \cos\omega}$ und der Gangunterschied beider

$$\Theta = \frac{d}{\lambda . \cos\omega}\left\{\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2}\right\}.$$

Sind nun die Winkel, die ein Strahl oS mit den optischen Achsen bildet, mit u_1 und u_2 bezeichnet, so ist, wenn die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten im Kristall $a < b < c$ sind, nach Biot

$$\frac{1}{v_1^2} - \frac{1}{v_2^2} = \frac{c^2 - a^2}{a^2 . c^2} \sin u_1 . \sin u_2$$

(siehe S. 35).

Liegt nun der betrachtete Punkt S sehr nahe bei O, so stimmen die Geschwindigkeiten der in S austretenden Strahlen nahe überein mit denen der in der Richtung der ersten Mittellinie verlaufenden; man kann deshalb angenähert

$$\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

setzen. Dann ist aber, weil

$$\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2} = \frac{\frac{1}{v_1^2} - \frac{1}{v_2^2}}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}}$$

ist, der Gangunterschied

$$\Theta = \frac{d}{\lambda \, . \cos \omega} \, . \, \frac{\frac{1}{a^2} - \frac{1}{c^2}}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} \, . \sin u_1 \, . \sin u_2 .$$

Der Punkt o sei so gewählt, dass er den Schnittpunkt der optischen Achsen vorstellt und gerade auf der unteren Fläche der Kristallplatte liegt, so dass er der Divergenzpunkt der in S austretenden Strahlen ist. Wird um o eine Kugel beschrieben, welche die obere Fläche in O berührt, so seien die Schnittpunkte der Geraden o A, o A′ und o S und der Kugeloberfläche mit a, a′ und s bezeichnet. Betrachtet man das sphärische Dreieck s O a und s O a′, so ist der Bogen

$$a' s = u_1,$$
$$a \; s = u_2,$$
$$O \, s = \omega.$$

Setzt man ferner:

$$\sphericalangle \, O a = \sphericalangle \, O a' = \frac{\alpha}{2}$$
$$\sphericalangle \, a O s = \delta$$
$$\sphericalangle \, a' O s = 180 - \delta,$$

so ist:

$$\cos u_1 = \cos \frac{\alpha}{2} \, . \cos \omega + \sin \frac{\alpha}{2} \, . \sin \omega \, . \cos \delta,$$

$$\cos u_2 = \cos \frac{\alpha}{2} \, . \cos \omega - \sin \frac{\alpha}{2} \, . \sin \omega \, . \cos \delta,$$

$$\cos \omega = \frac{\cos u_1 + \cos u_2}{2 \cos \frac{\alpha}{2}}.$$

Darin ist, wie man sieht, $\frac{\alpha}{2}$ der halbe optische Achsenwinkel. Als solcher ist er darstellbar als Funktion der Brechungsexponenten oder der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten im Kristall. In unserm Fall, wo die z-Achse die grösste Elastizität vorstellt, ist daher

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{\frac{1}{b^2} - \frac{1}{c^2}}{\frac{1}{a^2} - \frac{1}{c^2}}}$$

(vgl. S. 44) und daher der Gangunterschied:

$$\Theta = \frac{2\,d}{\lambda} \cdot \frac{\frac{1}{a^2} - \frac{1}{c^2}}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} \cdot \sqrt{\frac{\frac{1}{b^2} - \frac{1}{c^2}}{\frac{1}{a^2} - \frac{1}{c^2}}} \cdot \frac{\sin u_1 \cdot \sin u_2}{\cos u_1 + \cos u_2}.$$

Diese Formel wird wesentlich einfacher, wenn wir annehmen, dass der Winkel der optischen Achsen und daher auch die Winkel u_1 und u_2 sehr klein sind. Dann wird $\cos u_1 = \cos u_2 = 1$ und $\sin u_1 = u_1$ $\sin u_2 = u_2$. Dann sind u_1 und u_2 die Bogen as und a's oder auch wegen der Kleinheit derselben die Fahrstrahlen AS und A'S. Dann wird einfacher:

$$\Theta = \left[\frac{d}{\lambda}\sqrt{\frac{(c^2-a^2)(c^2-b^2)}{c^2(a+b)}}\right] \cdot u_1 \cdot u_2.$$

Für denselben Kristall und eine homogene Farbe ist der in eckiger Klammer stehende Ausdruck eine Konstante.

Die Kurven gleichen Gangunterschieds besitzen daher die Gleichung:

$$\Theta = K \cdot u_1 \cdot u_2 = K \cdot AS \cdot A'S = \text{konst.}$$

Sie stellen also Lemniskaten vor. Man sieht, dass dieselben um so weiter sind, je grösser die Wellenlänge λ und je kleiner die Dicke d der Platten, weil dann $u_1 \cdot u_2 = k$ einen grösseren Wert annimmt.

Zur Auffindung der Kurven gleicher Schwingungsrichtung genügt die Erkenntnis, dass die Schwingungsebenen der beiden den Kristall in der Richtung oS durchlaufenden Strahlen zusammenfallen mit den zwei Halbierenden des Winkels, welchen die durch oS und die optischen Achsen gelegten Ebenen miteinander bilden. Wird also $\sphericalangle$ S halbiert, so treffe die Halbierungsebene die Grundlinie aa' bei c. Je kleiner nun der optische Achsenwinkel und die Neigung oS gegen die Normale der Platte, desto mehr fällt das sphärische Dreieck asa' mit dem ebenen Dreieck ASA' und die Halbierungslinie mit SC zusammen; SC ist die Durchschnittslinie der Oscillationsebene des einen Strahls mit der Kristallfläche. Ohne grossen Fehler kann dann die zweite Schnittgerade für den andern Strahl senkrecht zu SC angenommen werden. Die Kurve gleicher Schwingungsrichtung ist nun das Kontinuum aller Punkte der Kristalloberfläche, die dieselben zwei aufeinander senkrecht stehenden Oscillationsrichtungen besitzen.

Die Aufgabe reduziert sich so auf die folgende:

Für ein Dreieck mit gegebener Grundlinie AA' = 2p den geometrischen Ort der Spitze S zu suchen, so dass die Halbierungslinie SC des Winkels an der Spitze mit der Grundlinie einen gegebenen festen Winkel ε bildet.

Wenn der Winkel CAS = μ und CA'S = ν ist, so wird

$$\mu + \varepsilon + \frac{\sigma}{2} = 180^0,$$

$$\nu + \frac{\sigma}{2} - \varepsilon = 0,$$

$$2\varepsilon = 180 + \nu - \mu,$$

$$\operatorname{tg} 2\varepsilon = \operatorname{tg}(\nu - \mu).$$

Da aber, falls x und y die variablen Koordinaten des Punktes S sind,

$$\operatorname{tg} \nu = \frac{y}{p + x},$$

$$\operatorname{tg} \mu = \frac{y}{p - x},$$

so folgt

$$\operatorname{tg} (\nu - \mu) = \operatorname{tg} 2\varepsilon = \frac{2xy}{x^2 - y^2 - p^2},$$

oder

$$x^2 - y^2 - 2xy \cdot \operatorname{cotg} 2\varepsilon = p^2.$$

Diese Gleichung stellt für $\varepsilon = 45^0$ eine gleichseitige Hyperbel $x^2 - y^2 = p^2$ dar, welche durch A und A' geht.

Für $2\varepsilon = 0$ zerfällt sie in zwei Gerade, nämlich:

$$\frac{x^2}{\operatorname{cotg} 2\varepsilon} - \frac{y^2}{\operatorname{cotg} 2\varepsilon} - 2xy = \frac{p^2}{\operatorname{cotg} 2\varepsilon}.$$

Hier wird $\operatorname{cotg} 2\varepsilon = \infty$, und es bleibt $xy = 0$, was befriedigt wird, wenn $x = 0$ und $y = 0$ ist. Die Isogyren sind also zwei aufeinander senkrecht stehende Gerade, wie es die Beobachtung gezeigt hat.

Die Rechnung führt nur unter vielen höchst speziellen Annahmen zu Resultaten, welche mit Herschels Messungen übereinstimmend Lemniskaten als isochromatische Kurven liefern.

Wird indes die Rechnung in aller Strenge durchgeführt, so findet man, wie P. Zech (1856) gezeigt hat, dass diese Kurven bei senkrecht zur ersten Mittellinie geschnittenen Kristallen nur angenähert Lemniskaten sind; sie sind für kleine optische Achsenwinkel von Lemniskaten nicht zu unterscheiden, gehen aber für grössere Winkel erheblicher davon ab.

Nach einem Verfahren zur Bestimmung des Gangunterschieds, wie es schon mehrmals durch Zuhilfenahme der Fresnelschen Beziehungen angedeutet wurde, kam Zech zu folgender Gleichung der isochromatischen Kurven:

$$[(n_\alpha^2 - n_\gamma^2)\, x^2 + (n_\beta^2 - n_\gamma^2)\, y^2 + f^2 n_\gamma^2 (n_\alpha^2 - n_\beta^2)]^2 - 4 f^2 n_\gamma^2 (n_\alpha^2 - n_\beta^2)$$

$$(n_\alpha^2 - n_\gamma^2)\, x^2 = 2 f^2 n_\gamma^2 n^2 \frac{\lambda^2}{d^2} [f^2 n_\gamma^2 (n_\alpha^2 + n_\beta^2) - (n_\alpha^2 + n_\gamma^2)\, x^2$$

$$- (n_\beta^2 + n_\gamma^2)\, y^2] - f^4 n_\gamma^4 n^4 \frac{\lambda^4}{d^4} = 0,$$

wo f den Abstand der Kristalloberfläche vom Auge und n eine Zahl bedeutet; und zwar gibt $n = \frac{1}{2}$ die erste, $n = \frac{3}{2}$ die zweite Kurve u. s. w.

Je näher $(n_\alpha^2 - n_\gamma^2)$ an $(n_\beta^2 - n_\gamma^2)$ liegt, und je kleiner der Einfallswinkel i, d. h. je grösser f gegen x und y ist, desto mehr kommt die Gleichung der Form

$$(x^2 + y^2 + p^2) - 4 p^2 x^2 = q^4$$

einer Lemniskate nah.

Ist der Kristall senkrecht zu einer andern Elastizitätsachse geschnitten, so muss nur n_α oder n_β mit n_γ vertauscht werden. An Messungen Rudbergs am Aragonit zeigt Zech, dass die Werte seine Gleichung befriedigen, dass dort wegen des kleinen Achsenwinkels annähernd Lemniskaten auftreten. Für grössere Achsenwinkel, z. B. eine Topasplatte, ist die Uebereinstimmung mit Lemniskaten nur für die allerersten Kurven eine genügende.

35. **Optische Achsenwinkel.** Bezeichnen wir allgemein als Strahl die vom Erregungsmittelpunkt der Welle nach ihrer Oberfläche gezogene Gerade, so gilt für ebene und Kugelwellen immer das Gesetz, dass der Strahl auf der Wellenfläche senkrecht steht. Sobald aber die Wellenfläche eine andre Form hat, ist dies ungültig. Die austretende Welle ist an einem bestimmten Punkt des Raumes durch die Berührende an die Wellenfläche gegeben. Diese steht aber dann nicht in jedem Fall senkrecht auf dem Fahrstrahl nach dem Berührungspunkt. Man hat deshalb bei der Festsetzung der Richtung der optischen Achsen zu unterscheiden zwischen der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der gebrochenen Strahlen und derjenigen der gebrochenen ebenen Wellen. Die erstere ist dargestellt durch den Fahrstrahl nach dem Berührungspunkt, die zweite durch die Länge des vom Erregungspunkt auf die ebene Wellenfläche gefällten Perpendikels.

Die optische Achse gibt nur die Richtung an, in welcher sich die gebrochenen ebenen Wellen mit gleicher Geschwindigkeit fortpflanzen. Um ihre Lage deshalb aufzufinden, muss eine gemeinsame Berührungsebene an die Wellenfläche des ordinären und extraordinären Strahls gelegt werden. Die Senkrechte auf diese Ebene vom Mittelpunkt aus gibt die genaue Richtung der optischen Achse an. Nun steht diese Senkrechte auf der Kugelwelle normal, sie trifft also dort ein, wo die Tangentialebene die Kugelfläche berührt. Da man vier solche Geraden ziehen kann, von denen je zwei aber in eine Richtung fallen, so sind auf diese Weise die optischen Achsen gegeben. Der Winkel zwischen beiden berechnet sich in einfachster Form zu

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{\frac{1}{n_\alpha^2} - \frac{1}{n_\beta^2}}{\frac{1}{n_\beta^2} - \frac{1}{n_\gamma^2}}} \quad \text{wo } n_\alpha > n_\beta > n_\gamma \text{ ist.}$$

Nun stellt die Richtung der Geraden vom Mittelpunkt der Wellenfläche nach den vier trichterförmigen Vertiefungen derselben eine Lage dar, in der der ordinäre und extraordinäre Strahl sich mit gleicher Geschwindigkeit fortpflanzen. Man nennt diese Richtungen die „sekundären optischen Achsen". Ein Unterschied gegenüber der optischen Achse einachsiger Kristalle besteht darin, dass hier die beiden den Strahlen entsprechenden Wellenebenen verschieden gerichtet sind, da die beiden Tangentialebenen in dem Nabelpunkt an die Kugel und an das Ellipsoid gegeneinander geneigt sind. Deshalb sind auch die zwei Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der Wellen ungleich. Es werden also die beiden im Kristall gleichschnell sich fortpflanzenden Strahlen beim Austritt in Luft verschiedene Geschwindigkeiten erhalten und daher doppelt gebrochen. Es ist diese Richtung deshalb nicht mit derjenigen der wahren optischen Achsen identisch. Dieselbe ist durch

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha'}{2} = \frac{a}{c}\sqrt{\frac{b^2 - c^2}{a^2 - b^2}} = \sqrt{\frac{n_\alpha{}^2 - n_\beta{}^2}{n_\beta{}^2 - n_\gamma{}^2}}$$

gegeben. Man sieht, dass sich beide Winkel durch den Faktor $\frac{n_\gamma}{n_\alpha}$ unterscheiden, d. h. durch das Verhältnis der grössten und kleinsten Brechungsexponenten des Kristalls. Für schwach doppelbrechende Substanzen ist dieser Unterschied so gering, dass die beiden Richtungen annähernd miteinander zusammenfallen.

Für Kaliumsulfat wäre der Faktor 0,9968, für Aragonit dagegen 0,9076 und für Salpeter sogar 0,8859. In diesen letzten Fällen ist eine Verschiedenheit der Richtungen also merklich.

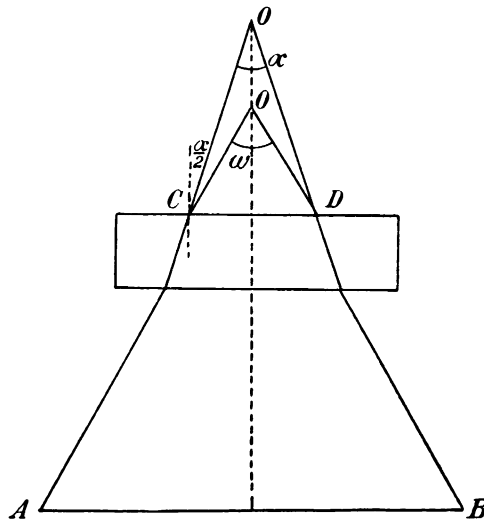
Die optischen Achsenwinkel einiger Substanzen sind für mittlere Lichtstrahlen:

Salpeter . . .	ca.	7° 12′	Feldspat . . .	ca.	64°
Aragonit . . .	„	18° 18′	Kohlensaures Natron	„	70°
Schwerspat . .	„	37° 42′	Seignettesalz . .	„	80°
Zinksulfat . . .	„	44° 4′	Epidot	„	84° 19′
Zucker	„	50°	Eisenvitriol . .	„	90°
Gips	„	57° 30′			

36. **Messung des optischen Achsenwinkels.** Die einfachste Methode, den Winkel der optischen Achsen zu bestimmen, be-

sonders für solche Kristalle, deren Achsenwinkel ziemlich klein ist, besteht darin, dass man die senkrecht zur ersten Mittellinie geschnittene Platte zwischen zwei gekreuzte Turmaline legt, so dass die Lemniskatenfigur erscheint. Stellt man die Verbindungslinie der Achsenzentren unter 45° gegen die Hauptschwingungsrichtungen der Turmaline, so zeigen die scharf gezeichneten Scheitel der Hyperbeln genau die Fusspunkte der optischen Achsen an, auf die eingestellt werden kann. Sieht man jetzt mit dem Auge nahe an der hinteren Platte durch, so erblickt man zwei

Fig. 35.



in einiger Entfernung an der Wand in gemessenem Abstand 2a voneinander angebrachte Marken A und B neben den optischen Achsenpunkten. Entfernt man sich so weit von den Marken, bis sie sich gerade mit den Hyperbelscheiteln decken, so durchlaufen die von A und B kommenden Strahlen den Kristall gerade in der Richtung der optischen Achsen. Wegen der Brechung der Strahlen beim Austritt aus der Platte kann aber auf diese Weise nur der scheinbare Achsenwinkel ω gemessen werden.

Wird die Entfernung des Auges o von den beiden Marken mit s bezeichnet, so ist

$$\frac{\omega}{2} = \text{arctg}\,\frac{a}{s}.$$

Der wahre Achsenwinkel ergibt sich daraus vermöge der Beziehung

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{1}{n}\sin\left(\text{arctg}\,\frac{a}{s}\right).$$

Kann an dem betreffenden Kristall ein zweiter Schnitt senkrecht zur zweiten Mittellinie geführt und auch dort der scheinbare Achsenwinkel ω' gemessen werden, so ergibt sich

$$\text{tg}\,\frac{\alpha}{2} = \frac{\sin\frac{\omega}{2}}{\sin\frac{\omega'}{2}}.$$

Die Kenntnis des Brechungsexponenten n ist in diesem Fall unnötig.

Da aber mit der Turmalinzange keine grossen Achsenwinkel gemessen werden können, haben V. v. Lang, Descloiseaux und E. Ducretet in Paris Achsenwinkelapparate konstruiert, die im wesentlichen aus einem horizontal gestellten Polarisationsmikroskop bestehen. Für sehr grosse Achsenwinkel taucht man die Kristallplatte in einen Trog mit planparallelen Glaswänden, der mit einer Flüssigkeit von grossem Brechungsexponenten gefüllt wird. Der scheinbare Winkel wird dadurch infolge der Annäherung des austretenden Strahls an das Lot verkleinert; er hängt ab von dem Brechungsexponenten des Kristalls und der Flüssigkeit; es wäre

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{n_f}{n_k}\,.\,\sin\frac{\omega}{2},$$

wenn ω den beobachteten scheinbaren Winkel bedeutet.

37. **Dispersion in zweiachsigen Kristallen.** Im vorhergehenden wurde angenommen, dass sowohl die Lage der optischen Elastizitätsachsen als diejenige der optischen Achsen eine für alle Wellenlängen unveränderliche wäre. Dass dies bei den optisch einachsigen Kristallen feste Tatsache ist, folgt unmittelbar aus der Symmetrie dieser Kristalle, die vollkommen zerstört sein würde, wenn die optischen Richtungen mit der Farbe sich veränderten. Dann wäre die ganze Beziehung zwischen kristallo-

graphischem Aufbau und den physikalischen Eigenschaften hinfällig, die in dem streng giltigen Gesetz ausgesprochen ist: Eine kristallographische Symmetrieebene ist auch eine physikalische.

Bei den optisch-zweiachsigen Kristallen aber fallen nicht immer alle optischen ausgezeichneten Richtungen mit kristallographischen zusammen; eine Aenderung deren Lage mit der Farbe des Lichts hat in solchen Fällen keinen Einfluss auf die Symmetrieverhältnisse. Wesentlich bleibt der Satz: Eine optisch ausgezeichnete Richtung bleibt für alle Farben dieselbe, wenn sie mit einer kristallographischen Symmetrieachse zusammenfällt.

a) Dispersion der optischen Achsen (Descloiseaux).

Die Lage der optischen Achsen fällt niemals mit kristallographischen Symmetrieachsen zusammen, sie ist daher mit der Farbe variabel. Es geht dies auch daraus hervor, dass ihre Richtung jeweils gegeben ist durch die Normale vom Zentrum der Wellenfläche auf die Tangentialebene an Kugel und Ellipsoid in der Nähe der Nabelpunkte. Für verschiedene Farben ändert sich nun nicht nur die Grösse der Strahlenfläche, sondern auch die Exzentrizität des ellipsoidischen Teils, wie früher gesehen wurde. Dann ändert auch die Tangentialebene ihre Neigung, und infolgedessen die optischen Achsen. Ein direktes Mass für diese Aenderung gibt die Auswertung der Formel

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{\frac{1}{n_\alpha^2} - \frac{1}{n_\beta^2}}{\frac{1}{n_\beta^2} - \frac{1}{n_\gamma^2}}},$$

welche die Abhängigkeit des Achsenwinkels von den Brechungsexponenten der einzelnen Lichtsorten ausdrückt. Es lässt sich diese Beziehung auch geben in der Form

$$\alpha = A \pm \frac{B}{\lambda^2},$$

also durch eine der Cauchyschen Dispersionsformel ähnliche; und zwar gilt das negative Zeichen für solche Kristalle, deren

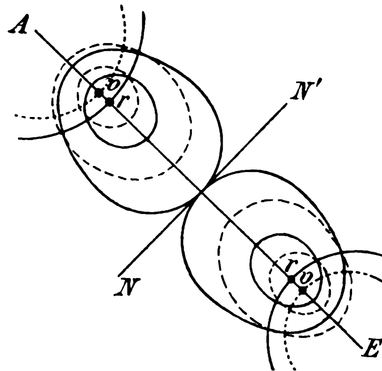
Achsenwinkel mit der Wellenlänge zunimmt, das positive, wenn er abnimmt, vorausgesetzt, dass dann B eine positive Zahl bedeutet. A und B sind zwei Konstanten, welche von den Brechungsexponenten abhängen. Manche Kristalle, wie z. B. der Gips, reihen sich nicht unter diejenigen mit solch einfacher, gesetzmässiger Abhängigkeit des Achsenwinkels von der Farbe, indem für sie der Achsenwinkel bei mittleren Farben, z. B. Gelb, ein Maximum oder Minimum hat und nach beiden Seiten der Spektraltafel zu- oder abnimmt.

Es bleibt aber die Tatsache:

Alle optisch-zweiachsigen Kristalle haben Dispersion der optischen Achsen.

Diese Dispersion zeigt sich dem beobachtenden Auge für senkrecht zur ersten Mittellinie geschnittene Kristalle im konvergenten Licht. Die Ausmündungspunkte der optischen Achsen seien für Rot mit r, für Violett mit v bezeichnet; es sei also der Achsenwinkel für rote Strahlen kleiner als für violette. Dann müssen auch die Lemniskaten der einzelnen Farben, weil sie symmetrisch um ihre Brennpunkte gelagert sind, gegeneinander verschoben sein; die dunklen Stellen für rotes Licht sind also, wie die ausgezogenen Kurven zeigen, gegen die Mitte des Sehfelds verschoben, die dunklen Stellen für violettes sind nach aussen gerückt, wie es die punktierten Lemniskaten andeuten. Verfolgt man daher das Farbenbild von der Mitte des Gesichtsfelds aus in der Richtung der Verbindungsgeraden der optischen Achsenzentren, so zeigt sich eine vollständige Symmetrie der Erscheinung in Bezug auf die Gerade NN′: rechts und links von ihr treten genau dieselben Farbenringe auf, weil ja die Verschiebung der Achsen gegen die erste Mittellinie beiderseits die gleiche sein muss. Die gegen die Mitte zugekehrten Seiten der Ringe aber

Fig. 36.



zeigen eine andre Färbung wie die nach aussen zu liegenden. Da die dunklen Kurven für Rot nach der Mitte verschoben sind, so wird dort das Rot ausgelöscht und ein blauer Ton vorherrschen. Betrachtet man indes die nach aussen gekehrten Ränder, so werden dort die dunklen Ringe für Violett vorherrschen, weil diese nach aussen verschoben sind, es wird also ein roter Farbenton auftreten. Am deutlichsten ist die Erscheinung an den ersten Ringen um die Achsenzentren. Bewegt man sich von diesen gegen die Mitte, so erscheinen die Farben in der Reihenfolge von Rot nach Violett, bewegt man sich nach aussen hin, so erscheinen sie in der Reihenfolge von Violett nach Rot. Dieser Unterschied wird um so deutlicher, je stärker die Dispersion ist, kann aber auch bei sehr starker Dispersion zu einem vollständigen Verschwinden der Lemniskatenfigur führen, weil sich dann die einzelnen Kurven gleicher Gangunterschiede in mannigfaltigster Weise durchkreuzen. Solche Beispiele sind der Titanit, Salpeter oder das Seignettesalz. Es betragen die optischen Achsenwinkel:

für Titanit: $\alpha_r = 55^0$ $\alpha_g = 30^0$ (scheinbare Achsenwinkel).
für Salpeter: $\alpha_r = 6^0\,11'$ $\alpha_g = 7^0\,12'$ $\alpha_v = 10^0\,22'$
für Seignettesalz: $\alpha_r = 62^0$ $\alpha_v = 46^0$

Hierbei sind die Lemniskaten teils ganz verschwunden, teils auf merkwürdig gekrümmte Striche reduziert. Erst die Beobachtung mit mehreren Farbengläsern zeigt die komplizierte Uebereinanderlagerung der einzelnen Lemniskaten.

Das im Gesichtsfeld erscheinende schwarze Kreuz zeigt durch diese Verschiebungen keine Veränderung. Dreht man aber die Platte in die 45^0-Stellung, so dass die beiden Hyperbeläste auftreten, so zeigen die Scheitel derselben ähnliche Unterschiede in der Färbung, wie die Lemniskaten oben. Hätten wir keine Dispersion der optischen Achsen, so würden die Hyperbeläste exakt durch die optischen Achsenpunkte gehen und wegen des Uebereinanderfallens der Auslöschungsrichtung für alle Farben völlig dunkel sein; besonders in der Nähe des Scheitels wären sie sehr scharf begrenzt. Wenn nun die optischen Achsenpunkte für verschiedene Farben an andern Stellen liegen, so müssen auch die hindurchgehenden Hyperbeln gegeneinander verschoben sein. Die Stellen in der Nähe der Scheitel werden breiter und nehmen

Farbensäume an. Geht z. B. in der Figur die dunkle Hyperbel für rote Strahlen durch r, diejenige für violette durch v, so ist die konvexe, gegen die Mitte des Gesichtsfelds gerichtete Seite blau gefärbt, weil das Rot dort ausgelöscht ist, die konkave Seite aber vorherrschend rot gefärbt. Die beiden Hyperbeläste besitzen Farbensäume, welche am konvexen Rand ins Violette, am konkaven ins Rote gehen. Die Reihenfolge der Färbung stimmt mit derjenigen der Lemniskaten überein. Man sieht, dass diese Reihenfolge für die verschiedenen Kristalle eine andre sein kann. Sie gibt also direkt den Sinn der Dispersion an. Ist der optische Achsenwinkel für die roten Strahlen kleiner als für die violetten, so reihen sich die Farben vom Achsenzentrum aus nach der Mitte des Gesichtsfelds zu in der Folge von Rot nach Violett, ist er für die violetten Strahlen kleiner, von Violett nach Rot aneinander, oder kurz: Liegt das Rot mehr gegen die Mitte, so werden die Achsenwinkel für Rot grösser, liegt das Blau gegen die Mitte, so werden sie für Blau grösser.

Die Dispersion der optischen Achsen wahrt die Symmetrie in Bezug auf die Gerade NN′ und AE; nur in Bezug auf eine im optischen Achsenpunkt auf der Achsenebene senkrechte Gerade fehlt die Symmetrie.

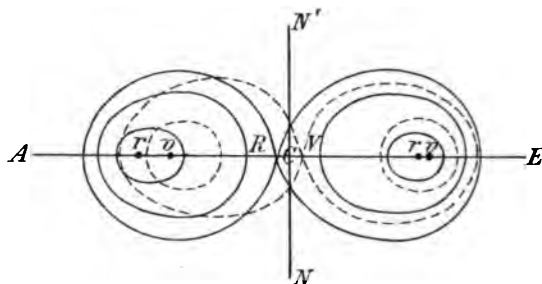
b) Geneigte Dispersion.

Ist die Dispersion für beide optischen Achsen eine verschieden grosse, so rückt auch die Mittellinie von ihrer Stelle; man hat in diesem Fall eine Dispersion der Mittellinien, welche auch geneigte Dispersion genannt wird, weil keine Symmetrie mehr zur Sehrichtung stattfindet. In diesem Fall kann weder die erste noch die zweite Mittellinie mit einer kristallographischen Symmetrieachse zusammenfallen. Dagegen fällt bei dieser Dispersion die optische Normale mit einer solchen zusammen. Dann kann sowohl die Lage der Mittellinien als der optischen Achse variieren, dagegen kann die Lage der optischen Achsenebene nicht verändert werden, weil sie mit einer Symmetrieebene des Kristalls zusammenfällt. Die Verschiebung der Mittellinien und optischen Achsen bleibt deshalb immer in der optischen Achsenebene. Es kann deshalb keine Symmetrie der Farbenerscheinung in Bezug

auf die Gerade AE gestört werden. Das Farbenbild erklärt sich einfach mit Hilfe der gezeichneten Figur, die in ihrer Art der „Physikalischen Kristallographie“ von Groth entnommen ist.

Die optischen Achsenzentren sind verschieden weit voneinander verschoben, sie sind wieder mit r und v für rote und violette Strahlen bezeichnet. Dann seien die Punkte, in denen die erste Mittellinie die Kristalloberfläche schneidet, mit R und V bezeichnet. Da in diesem Fall die Uebereinanderlagerung der Lemniskaten der einen Seite von NN′ eine ganz andre ist als die der andern, so muss die ganze Färbung auf beiden Seiten eine verschiedene sein, also die ganze Symmetrie in Bezug auf NN′ gestört sein. Der Sinn der Dispersion lässt sich, wenn letztere nicht sehr gross ist, wieder aus der Reihenfolge der Farbenkurven entnehmen. In

Fig. 37.



der Figur würde die linke Seite von der Mitte C aus violett erscheinen, die rechte rot, weil dort einmal das Rot, das andre Mal das Violett ausgelöscht ist.

Eine bessere Deutung lassen die Säume der Hyperbeln zu. Da die Achsenpunkte beiderseits verschieden weit auseinander stehen, so müssen auch die Scheitel der Hyperbeln verschieden breit und ungleich lebhaft gefärbt sein. In unserm Beispiel muss der linke Hyperbelast viel breiter sein; da hierbei kaum mehr die Schwingungsrichtungen mehrerer Farben aufeinanderfallen, so zeigt er nicht nur farbige Ränder mit schwarzer Mitte, sondern aufeinanderfolgende Farben, die allerdings an den Rändern am intensivsten sind, und zwar gegen C hin rot, nach aussen hin blau gefärbt. Der rechte Hyperbelast ist viel schärfer begrenzt

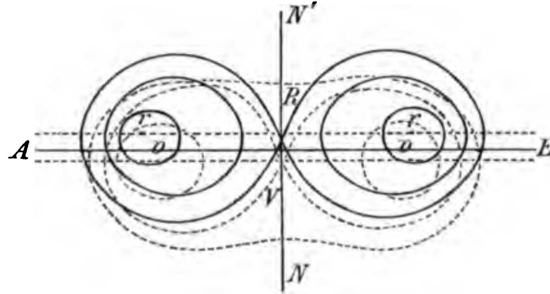
und zeigt in der Mitte dunkel, während der konvexe Rand violett, der konkave rot gesäumt ist. Es ist allerdings bei starker Dispersion der Mittellinien auch möglich, dass die Farbensäume des linken Asts die entgegengesetzten derjenigen des rechten Asts sind.

Die geneigte Dispersion wahrt die Symmetrie in Bezug auf die Ebene der optischen Achsen, dagegen nicht in Bezug auf die dazu Senkrechte.

c) Horizontale Dispersion.

Im obigen Fall musste die optische Achsenebene mit der Symmetrieebene des Kristalls zusammenfallen. Steht sie nun darauf senkrecht, und fällt ihre erste Mittellinie in diese Ebene, so bleibt die Symmetrie der Farbenerscheinung in Bezug auf diese

Fig. 38.



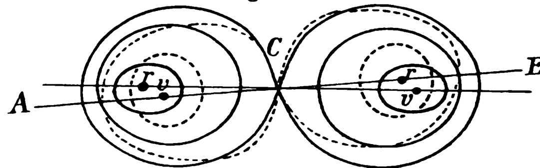
Ebene erhalten. Die stumpfe Mittellinie, welche mit der Kristallachse zusammenfällt, bleibt in ihrer Lage, dagegen kann sich die Ebene der optischen Achsen um sie herumdrehen, in der Zeichnung um eine Linie, welche in einigem Abstand hinter der Zeichenebene der Richtung AE parallel geht. Dann zeigt eine senkrecht zur beweglichen ersten Mittellinie, sagen wir einer mittleren Farbe, geschnittene Platte das gezeichnete Bild. Die Farbenerscheinung ist in Bezug auf die Gerade NN′ erhalten, dagegen oben und unten von AE verschieden. Der Sinn der Dispersion ist aus der Farbenfolge in der Richtung der Geraden NN′ zu entnehmen. In unserm Beispiel würden sich die Farben am oberen Teil von AE in der Ordnung von Rot nach Violett folgen, am unteren Teil aber von Violett nach Rot.

Die horizontale Dispersion wahrt die Symmetrie in Bezug auf die Richtung der optischen Normalen NN′, dagegen nicht in Bezug auf die Richtung AE der zweiten Mittellinie.

d) Gekreuzte Dispersion.

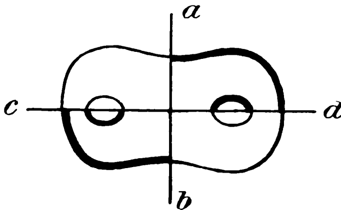
Steht die Ebene der optischen Achsen auf der Symmetrieebene senkrecht und fällt die erste Mittellinie in die Lage der kristallographischen Symmetrieachse, so kann sich deren Stellung nicht ändern. Dagegen kann sich die optische Achsenebene um sie als Axe herumdrehen, wie Fig. 39a es zeigt. Dann sind die

Fig. 39a.



Erscheinungen rechts oberhalb und links unterhalb der Achsenebene AE dieselben, die Symmetrie in Bezug auf alle andern Geraden ist aber verloren. Man hat das in Fig. 39b sich zeigende Kurvenbild. Auch die dunklen Hyperbeln haben Farbensäume, die nun nicht mehr symmetrisch liegen auf den Verbindungslinien ihrer Scheitel, sondern etwas nach oben oder unten auf dem Ast verschoben sind.

Fig. 39b.



Die gekreuzte Dispersion verursacht ein Verschwinden jeder Symmetrie in Bezug auf eine durch das Farbenbild zu legende Gerade. Dagegen sind die Erscheinungen im ersten und dritten und diejenigen im zweiten und vierten Quadranten dieselben.

Eine Symmetrie könnte erhalten werden durch Umklappen der einen Hälfte des Bildes um cd. Herschel und Nörremberg fanden diese Dispersion gleichzeitig am Borax.

In allen diesen Fällen aber besteht gleichzeitig eine mehr

oder weniger deutliche Dispersion der optischen Achsen, welche das Farbenbild sekundär beeinflusst.

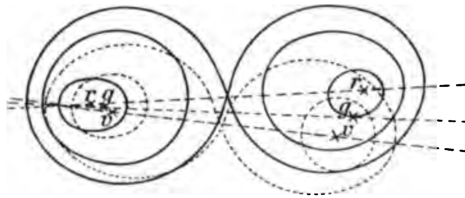
e) Dispersion aller optischen Richtungen.

Wenn ein Kristall keine Symmetrieebene besitzt, so kann sich sowohl die Lage der Achsenebene als auch diejenige der optischen Achsen und der Mittellinien mit der Farbe ändern. Dann wird keine Richtung mehr konstant bleiben und das Farbenbild jede Symmetrie verlieren.

Die **Kristalle des rhombischen Systems** besitzen nur eine Dispersion der optischen Achsen, weil alle Elastizitätsachsen mit Achsen der Symmetrie zusammenfallen.

Die **Kristalle des monoklinen Systems** zeigen in den einzelnen Fällen entweder geneigte, horizontale oder gekreuzte Dispersion,

Fig. 40.



weil sie nur eine einzige Symmetrieachse besitzen, die entweder mit der spitzen oder mit der stumpfen Mittellinie oder endlich mit der optischen Normalen zusammenfällt.

Die **Kristalle des triklinen Systems** zeigen eine Dispersion aller optisch ausgezeichneten Richtungen, weil sie keine einzige Symmetrieachse aufweisen.

38. **Eigenarten einachsiger und zweiachsiger Kristalle.** Für grosse optische Achsenwinkel zeigen Platten, die senkrecht zur einen Achse geschnitten sind, nur ein Ringsystem, was demjenigen einachsiger Kristalle ähnlich ist. Es unterscheidet sich dadurch von ihm, dass nur ein einziger dunkler Ast das Gesichtsfeld durchzieht, der beim Drehen der Kristallplatte seine Lage ändert, und zwar im entgegengesetzten Sinn; er ist in der Regel schwach hyperbolisch gekrümmt, wenn nicht die optische Achsen-

ebene mit einer Hauptebene des Apparats zusammenfällt. Die Farbenringe sind meist elliptisch mit kleiner Exzentrizität.

Steht die optische Achse nicht genau senkrecht zur Schnittfläche, sc erscheint das Achsenbild auf der Seite des Gesichtsfelds und beschreibt beim Drehen der Platte einen Kreis, dessen Radius um so grösser ist, je mehr die Richtung der optischen Achse von der Senkrechten auf der Schnittfläche abweicht.

Es ist nicht ganz leicht, optisch-zweiachsige Kristalle mit kleinem Achsenwinkel noch als solche zu erkennen, da die Farbenbilder denen einachsiger Kristalle sehr nahe kommen, besonders bei dünnen Platten mit weiten Interferenzringen. Besonders die Glimmerarten boten früher einige Schwierigkeit; dieselben wurden oft als einachsig angegeben, nur weil der kleine Winkel der beiden Achsen nicht beobachtet werden konnte.

Für gefärbte Kristalle hat Dove nun ein Mittel zur Bestimmung der Achsenzahl angegeben.

Da linear-polarisiertes Licht nur dann in einem doppelbrechenden Körper Farbenerscheinungen zeigt, wenn es nach dem Austritt analysiert wird, so gibt dies ein Mittel, aus der Wirkung eines unbekannten Analysators auf dessen optischen Charakter zu schliessen. Haben wir eine senkrecht zur optischen Achse geschliffene Turmalinplatte, so wird sie bei keiner Drehung innerhalb ihrer Ebene senkrecht einfallendes, linear-polarisiertes Licht verändern. Ist die optische Achse dagegen geneigt, so wird die Intensität der durchgehenden Strahlen geändert, am stärksten, wenn die Achse der Oberfläche parallel ist. Es wird also nur dann eine Absorption des einen der beiden doppelt gebrochenen Strahlen eintreten, wenn sie unter einem gewissen Winkel gegen die optische Achse laufen. Und zwar wird, wie Babinet zeigte, einmal der ordinäre, das andre Mal der extraordinäre Strahl stärker absorbiert, je nachdem der Kristall einachsig positiv oder negativ ist. Da in zweiachsigen, senkrecht zur ersten Mittellinie geschnittenen, gefärbten Kristallen ein normal auffallender Strahl doppelt gebrochen wird, weil er mit den Achsen kleine Winkel bildet, so können seine beiden Teile auch verschieden stark absorbiert werden; der Kristall kann deshalb als Analysator wirken, indem er vorzugsweise nur den einen der durch Doppelbrechung

darunter gelegten Kristallplatte auftretenden Strahlen durchlässt. Wird auf einen Polarisator eine doppelbrechende Kristallplatte in einer gelegt, so zeigt sie nur dann Farben, wenn die aus ihr austretenden Strahlen analysiert werden. Betrachten wir sie deshalb mit dem auf seine Zweiachsigkeit zu prüfenden Kristall, so werden Farben auftreten, wenn er auch nur äusserst kleine Achsenwinkel besitzt, während ein einachsiger, senkrecht zu dieser Achse geschnittener Kristall keine Farben hervorruft. Die Maxima der Farbenintensität geben zugleich die Ebene der optischen Achsen an.

39. **Konische Refraktion.** Wir haben gesehen, dass in der Richtung der sekundären optischen Achsen zweiachsiger Kristalle

Fig. 41.

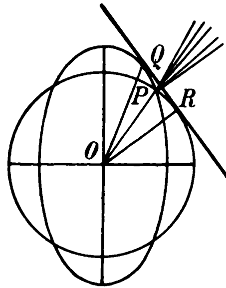
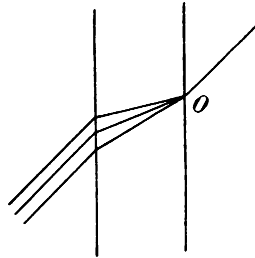


Fig. 42.



zwar die beiden doppelgebrochenen Strahlen gleiche Fortpflanzungsgeschwindigkeit haben, dass ihnen aber verschiedene Wellenebenen angehören. Und zwar sind diese Wellenebenen durch die Gesamtheit aller in dem Nabelpunkt an die Wellenfläche zu legenden Tangentialebenen gegeben. Vermöge der trichterförmigen Vertiefung bei P lassen sich aber unendlich viele Tangentialebenen an das Ellipsoid und die Kugel legen, welche alle um kleine Winkel gegeneinander geneigt sind. Es entspricht also der einen Strahlrichtung O P eine unendliche Zahl ebener Wellen, deren Strahlen auf der Wellenebene senkrecht stehen und daher einen Kegel bilden, dessen Spitze in P liegt. Ein in der Richtung OP den Kristall durchlaufender Strahl teilt sich beim Austritt in Luft in sehr viele Strahlen, die einen Kegel bilden, dessen

Oeffnungswinkel um so grösser ist, je stärker die Doppelbrechung des Kristalls ist. Man nennt diese Erscheinung die äussere konische Refraktion. Sie wird um so schwerer sichtbar, je kleiner der Oeffnungswinkel des Kegels, d. h. je schwächer die Doppelbrechung ist, weil sich dann die Lage der vielen Berührungsebenen sehr derjenigen der gemeinsamen Tangentialebene QR nähert. Lässt man also auf eine senkrecht zur Richtung OP geschnittene zweiachsige Kristallplatte einen Kegel konvergierender Strahlen auffallen, so pflanzen sie sich im Kristall alle in derselben Richtung fort und verlassen ihn wieder in einem gleichen Kegel.

Hamilton folgerte die Erscheinung, wie wir es oben taten, aus der Fresnelschen Theorie, und Lloyd (1832) fand es durch Versuche am Aragonit bestätigt. Hier beträgt der Winkel der optischen Achsen etwa 20°, und die Strahlen des Kegels divergieren unter etwa 3°. Dabei ist die Mitte des Gesichtsfelds dunkel, während ein farbiger Ring den Kegel angibt, der gebildet ist von Strahlen, die alle verschiedene Schwingungsrichtungen haben und zwischen gekreuzten Polarisationsapparaten deshalb nicht verschwinden.

Betrachten wir nun die gemeinsame Tangentialebene QR über den vier Nabelpunkten. Sie stellt die Wellenebene dar für alle Strahlen, welche vom Mittelpunkt O nach dem Berührungskreis auf der Wellenfläche gezogen werden können, und die Normale auf ihr gibt die Richtung aller dieser Strahlen nach dem Austritt aus der Kristallplatte. Lassen wir umgekehrt in der Richtung dieser Normalen, d. h. der optischen Achsen, ein paralleles Strahlenbündel normal auf eine zur optischen Achse senkrecht geschliffene Platte auffallen, so wird es im Innern des Kristalls zu einem Kegel zusammengezogen, dessen Spitze in O liegt, der sich hinter O wieder öffnet und am gegenüberliegenden optischen Achsenpunkt als paralleles Strahlenbündel austritt. Es ist dies die Erscheinung der inneren konischen Refraktion. Der Oeffnungswinkel beträgt in diesem Fall für Aragonit 1° 55′.

Wir haben im einen Fall das Divergieren eines in einer tung sich im Kristall fortpflanzenden Strahls beim Austritt

in Luft, im andern Fall ein Konvergieren eines parallel einfallenden Strahlenbündels im Innern des Kristalls.

Statt des selten in dicken Schichten erhältlichen Aragonits empfiehlt Nodot (1875) die Anwendung von Zucker, doppeltchromsaurem Kali und Weinsäure. Beim Zucker ist eine natürliche Fläche, beim Bichromat eine Spaltungsfläche senkrecht auf einer der optischen Achsen. Die Kegel divergieren hier noch stärker als beim Aragonit.

Kapitel IV.

Zirkulare und elliptische Polarisation.

---

40. **Herleitung elliptischer Schwingungen.** Es wurde bis jetzt immer angenommen, bei der Polarisation schwinge jedes Aetherteilchen nur in einer unabänderlichen, durch die Fortpflanzungsrichtung gelegten Ebene senkrecht zur Strahlrichtung. Während damit alle die vorausgehenden Erscheinungen erklärbar waren, fanden sich aber bald auch solche, die nur dann mit Hilfe der Undulationstheorie erklärt werden konnten, wenn man annahm, dass die Aetherteilchen nicht in einer Geraden, sondern in einer Ellipsen- oder Kreisbahn in einer Ebene senkrecht zum Strahl schwingen. Dass solche Schwingungen denkbar oder möglich sind, war von vornherein anzunehmen, man braucht nur an analoge Vorgänge in der Mechanik zu denken, wo ja das Pendel in seiner Form als geradliniges und Ellipsen- oder Kreispendel der einfachste Beleg dafür ist. Ja die Theorie kam sogar zu dem Resultat, dass die Schwingung in einer elliptischen Bahn die allereinfachste Schwingungsart eines Aetherteilchens darstellt.

In einem Punkt P des Raumes sei die periodische Bewegung eines Aetherteilchens um seine Ruhelage nach drei zueinander senkrechten Richtungen, die wir als Koordinatenachsen annehmen, zerlegt. Dann sind die Verschiebungskomponenten:

$$x = a \,.\, \sin\left(\frac{2\pi t}{T} + p\right),$$

$$y = b \,.\, \sin\left(\frac{2\pi t}{T} + q\right),$$

$$z = c \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{T} + r\right).$$

Für einen natürlichen Lichtstrahl muss man sich die Ausdrücke als Summation aller Einzelschwingungen denken, welche ihn zusammensetzen.

Für die Schwingungsebene folgt durch Elimination der Zeit t die Gleichung:

$$\frac{x}{a} \cdot \sin(q - r) + \frac{y}{b} \sin(r - p) + \frac{z}{c} \sin(p - q) = 0.$$

Wird die Zeit t aus zwei Gleichungen eliminiert, so gibt das Resultat die Form der Schwingungsbahn für jede der drei Koordinatenebenen.

In der [x y]-Ebene ist dieselbe

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{2xy}{ab} \cdot \cos(p - q) = \sin^2(p - q).$$

Analog werden sie für die beiden andern Koordinatenebenen. Man sieht, dass also die allgemeinste, ohne einschränkende Annahmen erhaltene Form der Schwingungskurve eines Aetherteilchens die elliptische ist. Sie geht in einen Kreis über, wenn $(p - q) = \frac{\pi}{2}$ und $a = b$ ist.

Das natürliche Licht lässt sich ebenfalls darstellen als solches mit elliptischen Schwingungen seiner einzelnen Teilchen. Da sich aber ein solcher Strahl nach allen Seiten gleich verhält, da er keine sog. Pole hat, so muss angenommen werden, dass diese Ellipse sehr rasch um die Strahlrichtung als Achse rotiert. Das elliptisch polarisierte Licht unterscheidet sich dadurch von ihm, dass die Ellipse eine unabänderliche Lage beibehält, mit der grossen Achse immer nach der einen, mit der kleinen nach einer andern festen Richtung zeigt. Dann kann der Strahl nach verschiedenen Seiten verschiedene Eigenschaften zeigen, weil die Ausschläge seiner Teilchen mit der Richtung variabel sind.

Wie man solches Licht erzeugen kann, zeigt das folgende: Nehmen wir an, ein natürlicher Lichtstrahl werde durch einen Polarisator geradlinig polarisiert auf eine Kristallplatte von der Dicke d, welche parallel der optischen Achse A B geschliffen ist,

Kapitel IV.

Zirkulare und elliptische Polarisation.

40. **Herleitung elliptischer Schwingungen.** Es wurde bis jetzt immer angenommen, bei der Polarisation schwinge jedes Aetherteilchen nur in einer unabänderlichen, durch die Fortpflanzungsrichtung gelegten Ebene senkrecht zur Strahlrichtung. Während damit alle die vorausgehenden Erscheinungen erklärbar waren, fanden sich aber bald auch solche, die nur dann mit Hilfe der Undulationstheorie erklärt werden konnten, wenn man annahm, dass die Aetherteilchen nicht in einer Geraden, sondern in einer Ellipsen- oder Kreisbahn in einer Ebene senkrecht zum Strahl schwingen. Dass solche Schwingungen denkbar oder möglich sind, war von vornherein anzunehmen, man braucht nur an analoge Vorgänge in der Mechanik zu denken, wo ja das Pendel in seiner Form als geradliniges und Ellipsen- oder Kreispendel der einfachste Beleg dafür ist. Ja die Theorie kam sogar zu dem Resultat, dass die Schwingung in einer elliptischen Bahn die allereinfachste Schwingungsart eines Aetherteilchens darstellt.

In einem Punkt P des Raumes sei die periodische Bewegung eines Aetherteilchens um seine Ruhelage nach drei zueinander senkrechten Richtungen, die wir als Koordinatenachsen annehmen, zerlegt. Dann sind die Verschiebungskomponenten:

$$x = a \, . \sin\left(\frac{2\pi t}{T} + p\right),$$

$$y = b \, . \sin\left(\frac{2\pi t}{T} + q\right),$$

$$z = c \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{T} + r\right).$$

Für einen natürlichen Lichtstrahl muss man sich die Ausdrücke als Summation aller Einzelschwingungen denken, welche ihn zusammensetzen.

Für die Schwingungsebene folgt durch Elimination der Zeit t die Gleichung:

$$\frac{x}{a} \cdot \sin(q - r) + \frac{y}{b} \sin(r - p) + \frac{z}{c} \sin(p - q) = 0.$$

Wird die Zeit t aus zwei Gleichungen eliminiert, so gibt das Resultat die Form der Schwingungsbahn für jede der drei Koordinatenebenen.

In der [xy]-Ebene ist dieselbe

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{2xy}{ab} \cdot \cos(p - q) = \sin^2(p - q).$$

Analog werden sie für die beiden andern Koordinatenebenen. Man sieht, dass also die allgemeinste, ohne einschränkende Annahmen erhaltene Form der Schwingungskurve eines Aetherteilchens die elliptische ist. Sie geht in einen Kreis über, wenn $(p - q) = \frac{\pi}{2}$ und $a = b$ ist.

Das natürliche Licht lässt sich ebenfalls darstellen als solches mit elliptischen Schwingungen seiner einzelnen Teilchen. Da sich aber ein solcher Strahl nach allen Seiten gleich verhält, da er keine sog. Pole hat, so muss angenommen werden, dass diese Ellipse sehr rasch um die Strahlrichtung als Achse rotiert. Das elliptisch polarisierte Licht unterscheidet sich dadurch von ihm, dass die Ellipse eine unabänderliche Lage beibehält, mit der grossen Achse immer nach der einen, mit der kleinen nach einer andern festen Richtung zeigt. Dann kann der Strahl nach verschiedenen Seiten verschiedene Eigenschaften zeigen, weil die Ausschläge seiner Teilchen mit der Richtung variabel sind.

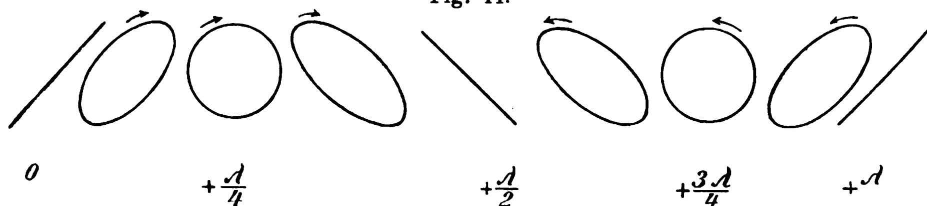
Wie man solches Licht erzeugen kann, zeigt das folgende: Nehmen wir an, ein natürlicher Lichtstrahl werde durch einen Polarisator geradlinig polarisiert auf eine Kristallplatte von der Dicke d, welche parallel der optischen Achse AB geschliffen ist,

Da eine Welle innerhalb einer ganzen Schwingungsdauer gerade um eine ganze Wellenlänge weitereilt, so entspricht 1 T gerade 1 λ, und wir können schliessen:

Eine Kristallplatte verwandelt linear polarisiert auffallendes Licht dann in elliptisch polarisiertes, wenn sie den beiden Strahlen einen Gangunterschied von $\frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \ldots \frac{2n+1}{4}\lambda$ erteilt.

Die Fortpflanzung einer Welle elliptisch polarisierten Lichts hat man sich derart zu denken, dass jedes Aetherteilchen eine Ellipse oder einen Kreis beschreibt senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung, dabei aber jedes folgende seine Bewegung etwas später beginnt, so dass nach Verlauf einer Schwingungsdauer nicht alle entsprechenden Aetherteilchen direkt aneinandergrenzender Ellipsen

Fig. 44.



übereinanderliegen, sondern jedes weiter abstehende gegen das vorhergehende in seiner Bahn etwas zurück ist. Alle zusammengehörigen Teilchen bilden daher eine Schraubenlinie, deren Radius gleich ist dem Radius der einzelnen Ellipsen oder Kreise, und für welche ein Schraubengang, d. h. der Abstand übereinanderstehender, im gleichen Schwingungszustand befindlicher Teilchen, eine Wellenlänge beträgt. Denkt man sich nun diese Schraubenlinie mit einer derartigen Geschwindigkeit um den Strahl rotieren, dass sie in der Zeit, während welcher eine ganze Schwingung ausgeführt wird, einen Umlauf macht, so ist auf diese Weise eine richtige Vorstellung von der Art solcher Schwingungen vorhanden (Fig. 45).

41. **Kreispendel.** Eine nochmalige Erläuterung des ganzen Vorgangs sei durch kurze Behandlung des Kreispendels versucht: An einem vertikal über C aufgehängten Faden hänge eine kleine

2. Für $\varepsilon = \pi,\ 3\pi,\ 5\pi \ldots$

ist $\frac{\sigma_o}{\sigma_e} = -\frac{q}{p} = -\operatorname{tg}\varphi$.

Es ist dies wieder eine Gerade, welche eine Drehung um 2φ erlitten hat.

3. Für $\varepsilon = \frac{\pi}{2}$

ist $\sigma_o = q \, . \sin \omega$,

$\sigma_e = p \, . \cos \omega$ und

$$\frac{\sigma_o^2}{q^2} + \frac{\sigma_e^2}{p^2} = 1.$$

Für diesen Fall schwingen die Aetherteilchen in einer Ellipse; man nennt solches Licht elliptisch polarisiertes.

4. Wird $p = q$, $\operatorname{tg}\varphi = 1$, d. h. $\varphi = 45^0$, so resultiert die Gleichung eines Kreises; man nennt dieses Licht zirkular polarisiertes. Es entsteht dadurch, wenn die Kristallplatte, für welche $\varepsilon = \frac{\pi}{2}$ ist, mit ihrer optischen Achse unter 45^0 gegen die Schwingungsebene des Polarisators geneigt ist.

5. Für $\varepsilon = \frac{3\pi}{2}$ entsteht wieder eine Ellipse, welche aber im umgekehrten Sinn von den Aetherteilchen durchlaufen wird.

Unsre charakteristische Grösse ε war $\frac{2\pi}{T}\left(\frac{d}{\mathfrak{v}_o} - \frac{d}{\mathfrak{v}_e}\right)$; sie hängt ab von der Schwingungsdauer, d. h. der Farbe des Lichts und dem Gangunterschied der beiden den Kristall durchsetzenden Strahlen. Dieser ist für den Schwingungszustand des aus der Platte tretenden Lichts ausschlaggebend.

Für $\varepsilon = o,\ \frac{\pi}{2},\ \frac{2\pi}{2},\ \frac{3\pi}{2},\ \frac{4\pi}{2} \ldots$

ist $\Gamma = o,\ \frac{T}{4},\ \frac{T}{2},\ \frac{3T}{4},\ \ T \ldots$

Ist demnach die Zeitdifferenz der beiden Strahlen Null, so haben wir geradlinig polarisiertes Licht; beträgt sie eine Viertel-Schwingungsdauer, so haben wir elliptisch oder zirkular polarisiertes Licht, für eine halbe Schwingungsdauer geradlinig polarisiertes, um 2φ gedrehtes Licht u. s. w.

1. $\Delta = 0$. Die Pendelkugel wird gleichstark und gleichzeitig nach der Richtung CE und CA getrieben. In derselben Zeit, in welcher sie unter der Wirkung einer Kraft allein nach 4 gekommen wäre, käme sie unter der Wirkung der andern Kraft allein nach 1; sie beschreibt unter gleichzeitiger Einwirkung beider Kräfte die Diagonale des erhaltenen Rechtecks. Die Kugel schwingt in einer um 45° gegen die Kraftrichtungen geneigten Geraden hin und her.

2. $\Delta = \frac{2}{16}$ T. Die Kugel ist in der Lage 5 angelangt in dem Augenblick, wo die Vertikalbewegung nach oben einsetzt; sie kommt demnach in derselben Zeit nach 6 und 1, nach einer weiteren $^1/_{16}$-Schwingungsdauer nach E und 2, nach 6 und 3 u. s. w.; d. h. die Kugel beschreibt eine Ellipse im umgekehrten Sinn des Uhrzeigers, die um 45° gegen die Kraftrichtungen geneigt ist.

3. $\Delta = \frac{4}{16}$ T. Die Kugel wird von C nach E gelangen, ehe die vertikale Kraft wirkt. In dem Augenblick aber, wo sie in E ankommt, erhält sie eine Einwirkung der zweiten Kraft nach oben; sie wird vermöge der nun in umgekehrter Richtung wirkenden horizontalen Kraft nach 6 kommen, wo sie vermöge der Vertikalkraft in 1 anlangt; die horizontale Lage bei 5 entspricht der vertikalen bei 2 u. s. w. Die Kugel beschreibt einen Kreis im umgekehrten Sinn des Uhrzeigers über EADB.

4. $\Delta = \frac{6}{16}$ T. Die Kugel durchläuft wieder eine Ellipse, die um 90° gegen die vorhergehende gedreht ist.

5. $\Delta = \frac{8}{16}$ T. Die Aufwärtsbewegung beginnt erst in dem Augenblick, wo sie den Weg CE hin und her zurückgelegt hat und im Begriffe steht, sich gegen CD zu bewegen. Sie beschreibt also eine Gerade, die gegen die frühere um 90° gedreht ist.

6. $\Delta = \frac{10}{16}$ T. Die Kugel durchläuft eine Ellipse im Sinne des Uhrzeigers.

7. $\Delta = \frac{12}{16}$ T. Die elliptische ist in eine Kreisbewegung übergegangen.

8. $\Delta = \frac{14}{16}$ T. Es resultiert die frühere nach rechts geneigte Ellipse, die aber jetzt im Sinne des Uhrzeigers durchlaufen wird.

9. $\Delta = \frac{16}{16}$ T. Wir haben die ursprüngliche geradlinige Schwingung.

Man ersieht, dass die Erscheinungen hier vollkommen analog sind denjenigen im elliptisch und geradlinig polarisierten Licht. Man hat nur dort die Kristallplatte in die 45°-Stellung zu drehen. Die beiden aufeinander normalen Kraftrichtungen sind identisch mit den beiden Schwingungsrichtungen im Kristallblättchen; sie sind nur dann vollkommen gleichwertig, wenn sie mit der Schwingungsebene des Polarisators einen Winkel von 45° bilden; diese ist durch CF dargestellt. Der Gangunterschied wird hervorgebracht durch die ungleichen Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der aufeinander senkrechten Vibrationen.

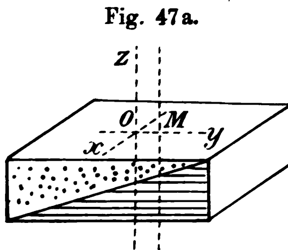
42. **Glimmer** ist zweiachsig negativ, d. h. seine grösste Elastizitätsachse halbiert den spitzen Winkel der optischen Achsen. Fast genau senkrecht zu dieser Richtung ist er am vollkommensten spaltbar, und zwar in so dünne Blättchen, dass sie den beiden Strahlen einen Gangunterschied von $\frac{\lambda}{4}$ geben können. Man erhält so Spaltstücke, welche die Achse der mittleren und kleinsten Elastizität enthalten. Schneidet man die Grenzkanten so, dass die Längsrichtung des Blättchens der kleinsten Elastizitätsachse parallel geht, die Querrichtung darauf senkrecht steht, so geben diese Richtungen direkt die Schwingungsrichtungen der parallel der grössten Elastizitätsachse einfallenden Strahlen an. Man nennt eine solche Platte „Viertel-Undulationsglimmer“ oder einfach „$\frac{\lambda}{4}$-Platte“.

Ein Glimmerblättchen gibt also immer dann elliptisch polarisiertes Licht, wenn der Gangunterschied seines ordinären und

extraordinären Strahls $\frac{\lambda}{4}$ beträgt. Es kann dies streng immer nur für eine einzige Wellenlänge eintreffen, und man hat die Untersuchungen daher im einfarbigen Licht vorzunehmen. Werden $\frac{\lambda}{4}$-Blättchen für weisses Licht benutzt, so spaltet man sie so, dass sie elliptisch polarisiertes Licht für die hellsten, mittleren Lichtsorten des Spektrums liefern. Ein derartiges Blättchen muss 0,032 mm dick sein; für die roten Strahlen wäre dies etwas zu klein, für die violetten zu gross, so dass nur das mittlere Licht genau elliptisch polarisiert die Platte verlässt. Man erkennt die geeigneten Blättchen daran, dass sie, auf den unteren Spiegel des Nörrembergschen Polarisationsapparates gelegt, die charakteristischen Farben Purpurrot und das komplementäre Grünlichgelb zeigen.

43. **Der Kompensator von Babinet** stellt eine andre Anordnung dar zur Erzeugung elliptisch polarisierten Lichts. Er besteht aus zwei mit einer gemeinsamen Ebene aufeinanderliegenden Keilen eines einachsigen Kristalls, meist Quarz, die so geschnitten sind, dass die Ebene der optischen Achsen in die gemeinsame Berührungsebene fällt, während im einen Keil die optische Achse parallel der Schneide, im andern senkrecht darauf ist. Die Hauptschnitte der beiden Keile kreuzen sich demnach, und der Gangunterschied der die Doppelplatte verlassenden Strahlen ist gleich der Differenz der optischen Dicken der einzelnen Keile an jeder Stelle. Dort, wo beide mit gleichen Dicken aufeinanderliegen, ist der Gangunterschied Null, nach der Schneide und dem Rücken zu wird er beiderseits grösser. Man hat also eine ähnliche Erscheinung wie sie früher für die Kombination eines Gipskeils mit einer Quarzplatte ausführlich behandelt wurde, nur werden die Asymmetrien der Farbenstreifen geschwunden sein.

Fig. 47a.



Schaltet man den Kompensator zwischen den gekreuzten Polarisationsapparat ein, so bleibt er in den vier Stellungen dunkel, in denen seine Hauptschnittsrichtungen mit einer Haupt-

ebene des Apparates zusammenfallen. In jeder andern Lage dagegen, am ausgeprägtesten in einer Stellung von 45° gegen die Hauptebenen, erblickt das Auge im homogenen Licht eine Anzahl dunkler und heller Streifen, die den Kanten der Keile parallel laufen und immer gleichen Abstand voneinander haben. Im weissen Licht dagegen erscheint nur in der Mitte der Platten, d. h. dort, wo der Gangunterschied beider Strahlen verschwunden ist, ein schwarzer Streifen, während alle andern Streifen sich in der Ordnung der Newtonschen Farben aneinanderreihen. Die Erscheinung lässt sich, wie früher, vollständig durch die Diskussion des Ausdrucks für den Gangunterschied

$$\Gamma = d_1 (n_o - n_e) - d_2 (n_o - n_e) = (n_o - n_e) (d_1 - d_2)$$

erklären, wo nur beide Dicken Variable bedeuten; die Brechungsexponenten aber sind für beide Keilhälften dieselben.

Durch beliebige Wahl der Keildicken sind wir in der Lage, die verschiedensten Gangunterschiede zu erhalten. Betrachten wir die Stelle zwischen zwei dunklen Streifen im homogenen Licht, so erscheinen diese letzteren dort, wo der Gangunterschied der beiden doppelt gebrochenen Strahlen gerade eine ganze Wellenlänge beträgt. Der helle Zwischenraum wird daher Strahlen enthalten, für die der Gangunterschied einmal $\frac{\lambda}{2}$, einmal $\frac{\lambda}{4}$ oder $(2m+1)\frac{\lambda}{4}$ beträgt; an diesen Orten aber tritt elliptisch polarisiertes Licht aus dem Kompensator. Nun ist man bei der Untersuchung nicht daran gebunden, diese Lagen einzeln auszusuchen. Wird ein Streifen des Kompensators parallel zur Schneide freigelassen, so kann, wenn alles andre durch schwarzes Papier verdeckt ist, angenommen werden — besonders in den Fällen, wo die Neigung der Keile sehr gering ist —, dass der Gangunterschied aller Strahlen an dieser Stelle derselbe ist. Man kann nun alle möglichen Gangunterschiede an dieser Stelle dadurch erzielen, dass man die beiden Keile gegeneinander verschiebt. Handelt es sich um die Untersuchung im elliptisch polarisierten Licht, so werden wir also gerade so weit verschieben, bis der Gangunterschied der beiden austretenden Strahlen $\frac{\lambda}{4}$ beträgt. Um aber

diese und alle möglichen andern Schwingungszustände von Strahlen mit dem Kompensator quantitativ untersuchen zu können, ist die Verschiebung des einen der beiden Keile gegen den andern feststehenden mit Hilfe einer feinen Mikrometerschraube ermöglicht, welche eine Messung der Gangunterschiede gestattet. Wird der bewegliche Keil um die Strecke ξ von O nach M verschoben, so ist $d_2 - d_1 = \xi \, . \, \mathrm{tg}\, \alpha$, wenn α der Neigungswinkel ist. Verschieben wir gerade um so viel, dass an Stelle des schwarzen Streifens, der im Fadenkreuz eines zur Beobachtung dienenden Okulars eingestellt ist, gerade der erste farbige Streifen in das Fadenkreuz tritt, so entspricht bei gekreuzten Hauptebenen des Polarisationsapparates die Dickendifferenz $d_2 - d_1$ an dieser Stelle gerade einem Gangunterschied einer Wellenlänge derjenigen Farbe, welche dort genau ausgelöscht wird. Es ist dann:

$$d_2 - d_1 = \frac{\lambda}{n_o - n_e} = \xi \, . \, \mathrm{tg}\, \alpha$$

oder

$$\xi = \frac{\lambda}{n_o - n_e} \, . \, \mathrm{cotg}\, \alpha.$$

Hierin ist $\mathrm{cotg}\, \alpha$ eine für denselben Kompensator unveränderliche Konstante, die Verschiebung also direkt proportional der Wellenlänge und umgekehrt proportional der Differenz der Brechungsexponenten.

Diese letztere Grösse lässt sich demnach mit dem Kompensator bestimmen. Ausserdem kann aber auch die Differenz der Brechungsexponenten einer andern Kristallplatte für beliebige Orientierung ihrer optischen Achsen gefunden werden. Man bringt den Kompensator in die Nullstellung, dass der schwarze Streifen in die Mitte des Fadenkreuzes fällt, und schiebt die doppelbrechende Kristallplatte derart ein, dass ihre Schwingungsrichtungen den optischen Achsen der Keile parallel liegen. Dann tritt eine Verschiebung der Streifen ein, weil die optischen Dicken der Keilhälften durch diejenige der Platte verändert werden. Wenn der bewegliche Keil um die Grösse χ verschoben wird, bis wieder der schwarze Streifen im Fadenkreuz erscheint, so muss der Gangunterschied $\Gamma = \frac{\lambda \cdot \chi}{\xi}$ sein. Für die Kristallplatte mit der Dicke d ist daher

$$d(n_2 - n_1) = \Gamma = \lambda \frac{\chi}{\xi}$$

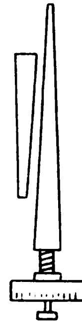
oder

$$n_2 - n_1 = \frac{\lambda}{d} \cdot \frac{\chi}{\xi}.$$

Gewöhnlich zeigt der Kompensator nicht direkt die lineare Verschiebung an; dieselbe wird vielmehr an der Drehung der Mikrometerschraube in Trommelteilen indirekt abgelesen. Man hat zur Messung dann nur die Konstanten des Instruments empirisch zu bestimmen.

Ist die Trommelstellung für den Fall, dass ein dunkler Streifen im Fadenkreuz steht, p_1, die Stellung, bis der nächste im homogenen Licht erscheinende dunkle Streifen dieselbe Lage einnimmt, p_2, so entspricht der Trommelunterschied $p_2 - p_1$ gerade einer Wellenlänge dieser Strahlenart, d. h. die Verschiebung um einen Trommelteil ist $\frac{1}{p_2 - p_1}$ in Wellenlängen Gangunterschied.

Fig. 47b.



Im Zwischenraum zwischen zwei dunklen Streifen treten alle möglichen Gangunterschiede und deshalb Schwingungsformen auf, wie sie in Fig. 44 skizziert sind.

Die Richtung des Durchlaufens der Schwingungsellipsen hängt von dem Zeichen der Doppelbrechung der betreffenden zirkularpolarisierenden Platten ab. Bilden die Hauptschwingungsrichtungen des Kristalls mit den Hauptebenen $+45^0$, so gilt:

Für negative Platten ist bei $\Gamma = \frac{4m+1}{4}\lambda$ von rechts nach links

" " " " " $\Gamma = \frac{4m-1}{4}\lambda$ " links nach rechts

" positive " " " $\Gamma = \frac{4m+1}{4}\lambda$ " links nach rechts

" " " " " $\Gamma = \frac{4m-1}{4}\lambda$ " rechts nach links.

Alle diese Schwingungen lassen sich mit dem Kompensator

auffinden. Da er indes sehr genaue Messungen notwendig macht, so müssen auch sämtliche Fehlerquellen, die er einführen kann, elliminiert sein.

Es ist nötig, dass jeder der beiden Quarzkeile durch Stellschrauben genau gegen den anderen orientiert werden kann, weil sonst leicht grosse Fehler auftreten.

Ferner muss die Schlittenführung des beweglichen Keils sehr genau gearbeitet sein.

Ausserdem sind Fehlerquellen zu beseitigen, welche durch benützte Linsen auftreten, welche alle mehr oder weniger doppelbrechend sind.

Die vorteilhafteste Grösse des Keilwinkels beträgt 0.5^0.

44. **Analyse des elliptisch- und zirkularpolarisierten Lichts.** Eine $\frac{\lambda}{4}$-Glimmerplatte zeigt zwischen gekreuzten Hauptebenen im homogenen Licht nie Dunkelheit, da die Schwingungen der Aetherteilchen nicht eine feste geradlinige Richtung beibehalten. Nur im weissen Licht zeigt sie bläuliche Färbung, weil sie dort nicht alle Wellenlängen elliptisch polarisiert. Bleiben wir daher bei homogenem Licht, das vollständig elliptisch polarisiert ist, so wird auch keine Drehung des Analysators Dunkelheit im Gesichtsfeld hervorrufen; aber es verändert sich dabei die Intensität des Sehfelds und erreicht bei einer gewissen Analysatorstellung ein Maximum, in einer um 90^0 davon abweichenden Lage ein Minimum. Da jeweils die Intensität eines Lichtstrahles dem Quadrat der Amplitude seiner Schwingung proportional ist, so liegt der Gedanke nahe, dass die grösste Intensität dort eintreten wird, wo die Schwingungsrichtung des Analysators der grossen Achse der Ellipse parallel geht, das Minimum dagegen dort, wo sie der kleinen Achse parallel geht.

Es geht das auch aus einer kleinen theoretischen Betrachtung hervor. Die elliptische Polarisation besitzt die Bewegungsgleichungen

$$x = \pm \alpha \, . \cos \frac{2\pi \, . \, t}{T}$$

$$y = b \, . \sin \frac{2\pi t}{T},$$

worin a und b die Halbachsen der Ellipse sind, nehmen wir an, es sei $a > b$.

Ist nun der Winkel, den der Analysator mit der x-Achse der Ellipse bildet, α, so geht von dem parallel x schwingenden Licht die Komponente $x \cdot \cos \alpha$, von dem parallel y schwingenden die Komponente $y \cdot \sin \alpha$ durch. Die Gesamtintensität ist daher $J = a^2 \cdot \cos^2 \alpha + b^2 \cdot \sin^2 \alpha$, welche für keinen Wert von α den Wert Null annehmen kann.

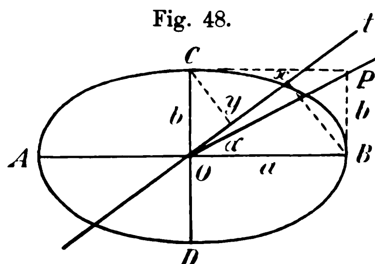
Das Maximum von J tritt für $\alpha = 0$ ein, dort ist $J = a^2$.

Das Minimum von J tritt für $\alpha = 90^0$ ein, dort ist $J = b^2$.

Die Intensität bewegt sich also zwischen den extremen Werten a^2 und b^2 hin und her, sie hat ihr Maximum, wenn die Lage des Analysators der grossen Achse der Ellipse parallel steht, in 90^0 Abstand dagegen ein Minimum.

Wird nun noch eine $\lambda/4$-Platte eingeschaltet und so gelegt, dass ihre Hauptschwingungsrichtung mit der Maximumstellung des Analysators zusammenfällt, so gibt es eine neue Lage des Analysators, für welche das Gesichtsfeld vollständig dunkel wird. Nehmen wir an, AB und CD seien die Achsen unserer Schwingungsellipse und t die Hauptebene des Analysators, so kann man sich die Ellipse entstanden denken durch die beiden rechtwinkligen Komponenten OB und OC mit der Phasendifferenz $\frac{\lambda}{4}$ oder $\frac{3}{4} \lambda$ in genau derselben Weise, wie es beim Kreispendel durchgeführt wurde. Wird jetzt eine $\frac{\lambda}{4}$-Platte eingeschaltet und mit der Längsrichtung parallel zur Maximumstellung des Analysators, also parallel zu OB gelegt, so verschwindet die Phasendifferenz oder sie geht in $\frac{\lambda}{2}$ über. In beiden Fällen erfolgen die Schwingungen gleichzeitig von O nach B und von O nach C. In diesem Fall lassen sie sich zusammensetzen in eine einzige Schwingung parallel

Fig. 48.



zur Analysatorrichtung t. Die Projektionen von OB und OC auf t sind Ox und Oy; ihre Summe ist, falls t den Winkel α mit der grossen Achse OB einschliesst,

$$Ox + Oy = a \cdot \cos \alpha + b \cdot \sin \alpha = A.$$

Das Maximum der Intensität tritt jetzt ein für $dA = 0$, d. h. wenn

$$b \cdot \cos \alpha = a \cdot \sin \alpha \text{ oder } \operatorname{tg} \alpha = \frac{b}{a} \text{ ist.}$$

Fällt also die Hauptebene t des Analysators mit der Diagonalen OP des ergänzten Rechtecks a . b zusammen, so tritt die grösste Intensität im Gesichtsfeld auf, steht dagegen t auf dieser Richtung senkrecht, so wird

$$\operatorname{tg}(90 + \alpha) = -\frac{a}{b},$$

und die durch

$$a^2 \cos^2 \alpha + b^2 \cdot \sin^2 \alpha + 2\, ab \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

ausgedrückte Intensität verschwindet; dann herrscht völlige Dunkelheit im Gesichtsfeld, während das Maximum durch $J = a^2 + b^2$ dargestellt ist. Man sieht, dass nach Einschalten der $\frac{\lambda}{4}$-Platte die Lage des ursprünglichen Maximums verdreht wurde um einen zu messenden Winkel α. Wir haben:

Die Lage der Halbachsen der Schwingungsellipse sind durch die Maximum- und Minimumstellungen des Analysators gegeben. Das Verhältnis der Längen der Halbachsen oder die Exzentrizität der Ellipse ist durch die Tangente des Winkels gegeben, um welche die erste Maximumstellung gegen die nach Einschalten einer $\frac{\lambda}{4}$-Platte auftretende verdreht ist, oder welcher das ursprüngliche Minimum der Helligkeit in völlige Dunkelheit überführt.

Für einen Kreis wird $\frac{a}{b} = 1$ und $\alpha = 45^0$. Hat man zirkularpolarisiertes Licht, so wird eine Drehung des Analysators keine Aenderung der Helligkeit des Gesichtsfeldes hervorrufen, weil beide Halbachsen einander gleich werden. Wird aber eine $\frac{\lambda}{4}$-Platte

eingeschaltet, so führt eine Drehung des Analysators um 45^0 die Helligkeit in völlige Dunkelheit über.

Je mehr die Ellipse sich also dem Kreis nähert, desto weniger werden Intensitätsänderungen beim Drehen des Analysators auftreten können, und desto grösser wird der Winkel, um den nach Einschalten der $\frac{\lambda}{4}$-Platte gedreht werden muss, um völlige Dunkelheit im Gesichtsfeld zu haben.

Ist die Ellipse sehr langgestreckt, so treten grosse Intensitätsänderungen ein, und der charakteristische Winkel α bleibt klein. Haben wir endlich geradlinig polarisiertes Licht, d. h. also eine Ellipse mit verschwindender Vertikalachse, so bleibt das Minimum der Helligkeit auch nach Einschalten einer $\frac{\lambda}{4}$-Platte an seiner Stelle, d. h. so war das Gesichtsfeld von vornherein bei einer gewissen Stellung vollkommen dunkel.

Auch mit dem Babinetschen Kompensator lassen sich die beschriebenen Operationen ausführen. Um die Lage der Achsen der Schwingungsellipse zu finden, wird derselbe mit der Trommel auf $\frac{\lambda}{4}$ eingestellt, was ja, nachdem der Apparat geaicht ist, wie früher angegeben, direkt an der Trommelteilung abgelesen werden kann. Dann richtet man den Kompensator auf das zu untersuchende Licht und dreht ihn langsam um seine Sehrichtung als Achse; dann addieren oder subtrahieren sich entsprechende Gangunterschiede im Kompensator und im elliptisch polarisierten Licht, das untersucht werden soll, und deshalb wird der benachbarte dunkle Streifen, für den der Gangunterschied der Strahlen im Quarz 0 oder λ beträgt, wandern; man drehe so lange, bis er auf den Beobachtungsfaden im Okular fällt. In dieser Lage fallen die beiden Hauptschnitte des Kompensators mit den beiden Achsen der Schwingungsellipse zusammen, genau wie es oben mit dem Glimmerblättchen der Fall war. Die beiden Gangunterschiede im Kompensator und dem elliptisch polarisierten Licht subtrahieren sich und geben für diese Lage Null oder $\frac{\lambda}{2}$, d. h. es muss dort zwischen gekreuzten Polarisatoren Dunkelheit auftreten.

Im vorhergehenden Verfahren mit dem Glimmerblättchen blieb die Lage der Schwingungsellipse unverändert, und der Analysator wurde verdreht. Lässt man aber die Hauptebenen des Polarisationsapparats beständig in gekreuzter Stellung, so kann das die elliptische Polarisation liefernde Glimmerblättchen mit dem zur Untersuchung hinzugefügten zweiten $\frac{\lambda}{4}$-Blättchen so lange verdreht werden, bis gleichwertige Schwingungsrichtungen einander und einer Hauptebene des Apparates parallel sind. Dann summieren sich die Gangunterschiede zu $\frac{\lambda}{2}$, so dass das nun resultirende linear polarisierte Licht Dunkelheit gibt. Werden die Schwingungsebenen beider Blättchen gekreuzt, so dass der Gangunterschied beider Strahlen verschwindet, so ändern sie zwischen den gekreuzten Polarisatoren die Intensität des Gesichtsfeldes in keiner Lage. Auf diese Weise lässt sich also ebenfalls die Richtung der Achsen der Ellipse feststellen.

Um zu unterscheiden, ob das Licht rechts oder links herum polarisiert ist, kombiniert man mit der $\frac{\lambda}{4}$-Platte ein unter 45° im Polarisationsapparat lebhafte Farben zeigendes Gipsblättchen, für das die Schwingungsrichtungen des ordinären und extraordinären Strahls bekannt sind. Während beim rechts polarisierten Licht der ordinäre Strahl dem extraordinären um $\frac{\lambda}{4}$ vorauseilt, ist es beim linkspolarisierten gerade umgekehrt. Es wird also bei der Kombination mit der Gipsplatte das eine Mal deren Gangunterschied um $\frac{\lambda}{4}$ vermehrt, das andere Mal um $\frac{\lambda}{4}$ vermindert: in den beiden Fällen entstehen komplementäre Farben.

45. **Unterscheidung der verschiedenen Polarisationsarten.**

Fresnel sah das natürliche Licht an als bestehend aus Transversalvibrationen, bei denen die Schwingungsbahnen Ellipsen sind, die sehr rasch ihre Form und Lage ändern, während die Schwingungsdauer und Intensität konstant ist. Man kann sich dasselbe auch aus geradlinigen Schwingungen bestehend denken, die ihre Polarisationsebene rasch um die Strahlrichtung als Achse

rotieren. Dove bewies, dass das aus einem schnell rotierenden Polarisator austretende Licht alle Eigenschaften des natürlichen aufweist. Man könnte aber auch annehmen, dass der Schwingungszustand einer Lichtquelle sehr rasche Veränderungen an einander sehr benachbarten Stellen der Flamme erleidet, so dass sich die einem jeden Molekül eigenen Schwingungen kompensieren. Es könnte dann für sehr kurze Zeit die Schwingungsweise einer Lichtquelle konstant sein. Trotzdem zeigt aber das Licht der äusserst kurz dauernden elektrischen Funken keine Polarisation. Airy sieht einen natürlichen Lichtstrahl an als zusammengesetzt aus zwei entgegengesetzt zirkularpolarisierten Wellen von verschiedener Schwingungsdauer, und zwar wären die Schwingungszahlen

$$\frac{1}{T} + \frac{\nu}{2\pi} \text{ und } \frac{1}{T} - \frac{\nu}{2\pi},$$

wenn ν durch die Beziehung $\alpha = \mu + \nu t$ gegeben ist, wo α den Drehungswinkel der Vibration um die Achse bedeutet, der proportional der Zeit wächst.

Diese und andere Vorstellungsarten kommen hier nur insofern in Betracht, als sie für die Erklärung der Erscheinungen von Bedeutung sind. Es genügt hier vollkommen, sich zu sagen, dass die Vibrationen des natürlichen Lichts Transversalschwingungen irgend welcher Art sind, so zwar, dass sie sich nach allen Seiten rings um den Strahl genau gleich verhalten.

Eine Uebersicht über die Erscheinungen, welche die Unterscheidung der einzelnen Polarisationsarten ermöglichen, gibt die folgende Tabelle; sie zeigt den einfachsten Weg an, auf dem die Schwingungsart jedes beliebigen Strahls unter Zuhilfenahme einer $\frac{\lambda}{4}$-Undulationsglimmerplatte mit dem Analysator untersucht werden kann.

46. **Optischer Charakter senkrecht zur Achsenebene geschnittener Kristalle.** Zur Bestimmung des optischen Charakters einer senkrecht zur optischen Achsenebene geschnittenen Kristallplatte, d. h. zur Untersuchung des Zeichens der Doppelbrechung, bedient man sich am häufigsten einer Viertel-Undulationsglimmerplatte.

1. **Optisch einachsige Kristalle.** Wird eine senkrecht zur optischen Achse geschliffene Kalkspatplatte zwischen die ge-

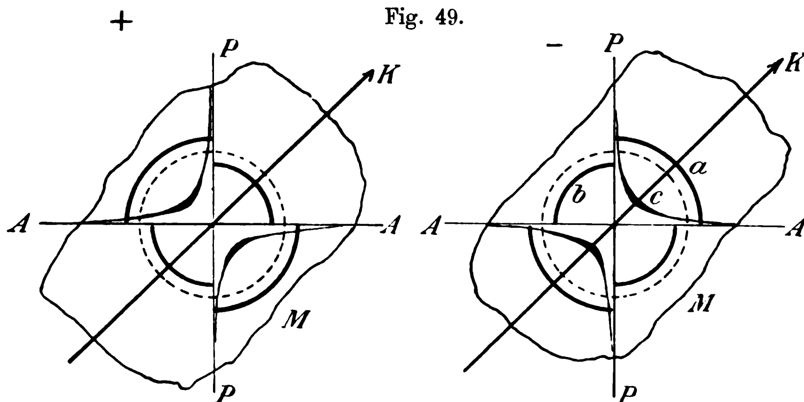
Tabelle.

Das Licht zeigt bei der Untersuchung:

A. Mit dem Analysator allein **kein** Intensitätsminimum.			B. Mit dem Analysator allein **ein** Intensitätsminimum.			
I. Bei Einschaltung eines $\frac{\lambda}{4}$-Blättchens auch kein Intensitätsminimum.	II. Bei Einschaltung eines $\frac{\lambda}{4}$-Blättchens ein Intensitätsminimum.		I. Das Minimum ist Null.	II. Das Minimum ist nie Null.		
				Bei Einschaltung einer $\frac{\lambda}{4}$-Platte vor dem Analysator mit der Längsrichtung parallel zur Maximumstellung oder senkrecht zur Minimumstellung des Analysators.		
	1. Und bei einer bestimmten Analysatorstellung die Intensität Null.	2. Und bei **keiner** Stellung des Analysators die Intensität Null.		1. Gibt es eine Analysatorstellung mit der Intensität Null.	2. Gibt es **keine** Analysatorstellung mit der Intensität Null.	
					a) Aber dieselbe Analysatorstellung wie vorher ist die Minimumstellung.	b) Aber eine andere Analysatorstellung wie vorher ist die Minimumstellung.
Natürliches Licht.	Zirkular polarisiertes Licht.	Teilweise zirkular polarisiertes Licht.	Linear polarisiertes Licht.	Elliptisch polarisiertes Licht.	Partiell linear polarisiertes Licht.	Partiell elliptisch polarisiertes Licht.

kreuzten Schwingungsrichtungen des Polarisationsapparats gebracht, so treten im konvergenten Licht die charakteristischen Farbenringe auf, die von einem schwarzen Kreuz mit senkrechten Aesten durchschnitten sind. Schiebt man nun die $\frac{\lambda}{4}$-Platte so zwischen Kalkspatplatte und Analysator ein, dass ihre Längsrichtung, d. h. die Richtung der kleinsten Elastizitätsachse den Winkel der Kreuzesarme halbiert, so verschwinden die schwarzen Arme an den vom Glimmer bedeckten Stellen, und die Ringe sind in aneinander grenzenden Quadranten gegeneinander verschoben, so wie es die beistehende Figur zeigt. Und zwar treten dieselben Erscheinungen, die bei optisch positiven Platten im ersten und

Fig. 49.



dritten Quadranten wahrgenommen werden, bei optisch negativen Platten im zweiten und vierten Quadranten auf und umgekehrt.

Nehmen wir homogenes Licht, welches vom Glimmerblättchen genau elliptisch polarisiert wird. K sei die Richtung der kleinsten, M die der grössten Elastizität und AA und PP die gekreuzten Hauptebenen des Polarisationsapparats. Der erste schwarze Ring der Kalkspatplatte, also eines negativen Kristalls, liegt gerade an der Stelle, wo der Gangunterschied der beiden doppelt gebrochenen Strahlen eine ganze Wellenlänge λ beträgt; er ist punktiert gezeichnet. Und zwar kommt derselbe dadurch zu stande, dass der stärker gebrochene ordinäre Strahl, welcher senkrecht zum Hauptschnitt schwingt, um eine Wellenlänge

gegenüber dem schneller sich fortpflanzenden extraordinären Strahl, der im Hauptschnitt schwingt, verzögert wird. Wird jetzt die $\frac{\lambda}{4}$-Platte in der angedeuteten Orientierung auf die Kristallplatte gelegt, so ändert sie die Gangunterschiede der beiden Strahlen und dadurch das Gesamtbild der Erscheinung. Betrachten wir im ersten Quadranten eine Stelle a, wo der Gangunterschied der beiden Strahlen etwas mehr als eine Wellenlänge beträgt, sagen wir $\frac{5}{4}$ Wellenlängen, so wird dort Helligkeit herrschen. Der extraordinäre parallel dem betrachteten Hauptschnitt K schwingende Strahl ist im Kalkspat dort gerade um $\frac{5}{4}\lambda$ dem ordinären vorausgeeilt. Treten nun beide in den Glimmer ein, so schwingt der extraordinäre parallel der kleinsten Achse der Elastizität, erhält also eine Verzögerung um $\frac{\lambda}{4}$, so dass beide Strahlen nach dem Austritt aus dem Glimmer an jener Stelle nur noch einen Gangunterschied von λ besitzen werden. Dann treffen sie aber mit entgegengesetzten Phasen zusammen und vernichten sich. Der dunkle Ring erscheint also nach aussen gerückt, weil die beiden interferierenden Strahlen nach Hinzufügen der $\frac{\lambda}{4}$-Platte erst in grösserem Abstand vom Mittelpunkt eine ganze Wellenlänge Gangunterschied haben.

Betrachten wir im zweiten Quadranten eine Stelle b, wo beide Strahlen im Kalkspat erst $\frac{3}{4}\lambda$ Gangunterschied haben, so schwingt für diesen Hauptschnitt der extraordinäre Strahl senkrecht zur kleinen Elastizitätsachse K im Glimmer und erhält dadurch eine weitere Beschleunigung um $\frac{\lambda}{4}$, so dass beide nach dem Austritt an einer gegen die Mitte näher liegenden Stelle schon einen Gangunterschied von einer ganzen Wellenlänge besitzen. Die dunklen Ringe sind in diesem und ebenso im gegenüberliegenden vierten Quadranten um eine Viertel-Ringbreite nach der Mitte verschoben. In zwei nebeneinander liegenden Quadranten stehen also die dunklen

Ringe gerade um eine halbe Ringbreite voneinander ab; der dunkle Ring des einen bildet die Fortsetzung des hellen im andern Quadranten. Die Mitte des Gesichtsfeldes wird hell sein, weil dort elliptisch polarisiertes Licht durch die Glimmerplatte vorhanden ist. An einer Stelle c aber, wo vorher beide Strahlen um $\frac{\lambda}{4}$ voneinander abwichen, tritt jetzt ein dunkler Fleck auf, weil die Beschleunigung des extraordinären Strahls im Kalkspat durch die gleichgrosse Verzögerung im Glimmer aufgehoben wird und dort der Gangunterschied Null herrscht. Wir haben also einen dunklen Fleck im ersten und dritten Quadranten, dazu eine Erweiterung der Ringe; im zweiten und vierten Quadranten eine Verengerung der Ringe ohne dunklen Fleck.

Dass die Erscheinung bei positiven Kristallen um 90^0 verschoben sein muss, folgt sofort aus der Erkenntnis, dass dort der im Hauptschnitt vibrierende extraordinäre Strahl langsamer sich fortpflanzt als der ordinäre. Es folgt:

Schiebt man zwischen eine senkrecht zur optischen Achse geschnittene Kristallplatte und den Analysator eines Polarisationsmikroskops ein Viertelundulationsglimmerblättchen so ein, dass seine Längsrichtung den Winkel der schwarzen Kreuzesarme halbiert, so verengern sich die Ringe für positive Kristalle in den von der Achse der kleinsten Elastizität halbierten Quadranten, und die Verbindungslinie der auftretenden dunklen Flecke in der Nähe der Mitte des Gesichtsfeldes steht auf dieser Achse senkrecht.

Für negative Kristalle erweitern sich die Ringe in den von der kleinsten Elastizitätsachse durchschnittenen Quadranten, und die dunklen Flecke liegen in denselben Quadranten.

Wird der Glimmer um 90^0 gedreht, dass die Achse der mittleren Elastizität an der Stelle der kleinen Achse liegt, so kehren sich die Erscheinungen um; es treten dann für positive Kristalle dieselben Verschiebungen der Ringe auf wie früher für negative.

In gleicher Weise lassen sich die Erscheinungen deuten für den Fall, dass der Glimmer zwischen Polarisator und Kristallplatte liegt.

gegenüber dem schneller sich fortpflanzenden extraordinären Strahl, der im Hauptschnitt schwingt, verzögert wird. Wird jetzt die $\frac{\lambda}{4}$-Platte in der angedeuteten Orientierung auf die Kristallplatte gelegt, so ändert sie die Gangunterschiede der beiden Strahlen und dadurch das Gesamtbild der Erscheinung. Betrachten wir im ersten Quadranten eine Stelle a, wo der Gangunterschied der beiden Strahlen etwas mehr als eine Wellenlänge beträgt, sagen wir $\frac{5}{4}$ Wellenlängen, so wird dort Helligkeit herrschen. Der extraordinäre parallel dem betrachteten Hauptschnitt K schwingende Strahl ist im Kalkspat dort gerade um $\frac{5}{4}\lambda$ dem ordinären vorausgeeilt. Treten nun beide in den Glimmer ein, so schwingt der extraordinäre parallel der kleinsten Achse der Elastizität, erhält also eine Verzögerung um $\frac{\lambda}{4}$, so dass beide Strahlen nach dem Austritt aus dem Glimmer an jener Stelle nur noch einen Gangunterschied von λ besitzen werden. Dann treffen sie aber mit entgegengesetzten Phasen zusammen und vernichten sich. Der dunkle Ring erscheint also nach aussen gerückt, weil die beiden interferierenden Strahlen nach Hinzufügen der $\frac{\lambda}{4}$-Platte erst in grösserem Abstand vom Mittelpunkt eine ganze Wellenlänge Gangunterschied haben.

Betrachten wir im zweiten Quadranten eine Stelle b, wo beide Strahlen im Kalkspat erst $\frac{3}{4}\lambda$ Gangunterschied haben, so schwingt für diesen Hauptschnitt der extraordinäre Strahl senkrecht zur kleinen Elastizitätsachse K im Glimmer und erhält dadurch eine weitere Beschleunigung um $\frac{\lambda}{4}$, so dass beide nach dem Austritt an einer gegen die Mitte näher liegenden Stelle schon einen Gangunterschied von einer ganzen Wellenlänge besitzen. Die dunklen Ringe sind in diesem und ebenso im gegenüberliegenden vierten Quadranten um eine Viertel-Ringbreite nach der Mitte verschoben. In zwei nebeneinander liegenden Quadranten stehen also die dunklen

Um die Amplitude der Gesamtwelle zu erhalten, muss die Vibrationsgeschwindigkeit auf die Form

$$U = \sigma_1 + \sigma_2 = A \,.\, \sin(\mu - \beta)$$

gebracht werden, wo β den Gangunterschied der beiden Wellen bezeichnet. Lösen wir zu dem Zweck auf, so entsteht, wenn

$$2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{0_1}{\lambda}\right) = \mu$$

gesetzt ist,

$$A \,.\, \sin\mu \cos\beta - A \,.\, \cos\mu \,.\, \sin\beta = -\frac{a}{\sqrt{2}}\cos\alpha \,.\, \cos\mu + \frac{a}{\sqrt{2}} \,.\, \sin\alpha \,.\, \sin(\mu - 2\pi\Gamma).$$

Durch Gleichsetzen der Faktoren von $\sin\mu$ und $\cos\mu$ beiderseits erhält man die Intensität des Lichts als Quadrat der Amplitude

$$J = \frac{a^2}{2}\left\{1 - \sin 2\alpha \,.\, \sin 2\pi\left(\frac{0_2}{\lambda} - \frac{0_1}{\lambda}\right)\right\}$$

Vollkommene Dunkelheit zeigt das Gesichtsfeld dort, wo $J = o$ ist, d. h. wo gleichzeitig α und

$$2\pi \,.\left(\frac{0_2}{\lambda} - \frac{0_1}{\lambda}\right) = 2\pi\Gamma$$

bestimmte Werte annehmen, die in beistehender Tabelle angegeben sind:

α	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{\pi}{4}$
$2\pi\Gamma$	$+\frac{4n+1}{2}\pi$	$\frac{4n-1}{2}\pi$	$-\frac{4n+1}{2}\pi$	$-\frac{4n-1}{2}\pi$
$\Gamma \,.\, \lambda$	$(4n+1)\frac{\lambda}{4}$	$(4n-1)\frac{\lambda}{4}$	$-(4n+1)\frac{\lambda}{4}$	$-(4n-1)\frac{\lambda}{4}$

Die Gleichungen $\alpha = \frac{\pi}{4}$ . . . stellen Gerade,

$\Gamma \,.\, \lambda = (4n+1)\frac{\lambda}{4}$ . . . stellen Kreise dar.

Vollständige Dunkelheit, d. h. die beiden dunklen Flecke erscheinen dort, wo Kreis und Gerade sich schneiden, weil dort beide gleichzeitig gelten.

Diese Beziehungen werden sehr klar ausgedrückt durch eine kleine von **Airy** gegebene theoretische Ableitung.

Der Schwingungszustand des Lichts beim Eintritt in die Kristallplatte sei durch

$$\rho = \frac{a}{\sqrt{2}} \sin 2\pi \frac{t}{T}$$

gegeben. Nach dem Verlassen derselben ist die Vibration:

$$\rho_1 = \frac{a}{\sqrt{2}} \,.\, \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{0_1}{\lambda}\right)$$

parallel dem Hauptschnitt K.

$$\rho_2 = \frac{a}{\sqrt{2}} \,.\, \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{0_2}{\lambda}\right)$$

senkrecht zum Hauptschnitt K.

Darin bedeuten 0_1 und 0_2 die Dicken der Luftschichten, welche in derselben Zeit durchlaufen werden wie der Kristall.

Von hier tritt die Welle in die Glimmerplatte ein, deren Längsrichtung in den Hauptschnitt falle. Der im Hauptschnitt schwingende Strahl erhält auf diese Weise eine Verzögerung um $\frac{\lambda}{4}$ und es wird beim Austritt aus dem Glimmer und dem Durchgang durch den um den Winkel α vom betrachteten Hauptschnitt abstehenden Analysator

$$\sigma_1 = \frac{a}{\sqrt{2}} \,.\, \cos\alpha \,.\, \sin\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{0_1}{\lambda}\right) - \frac{\pi}{2}\right]$$

$$= - \frac{a}{\sqrt{2}} \cos\alpha \,.\, \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{0_1}{\lambda}\right) \text{ parallel K.}$$

$$\sigma_2 = \frac{a}{\sqrt{2}} \,.\, \sin\alpha \,.\, \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{0_2}{\lambda}\right) \text{ parallel M.}$$

Wird

$$\frac{0_2}{\lambda} - \frac{0_1}{\lambda} = \Gamma$$

gesetzt, so resultiert:

$$\sigma_1 = - \frac{a}{\sqrt{2}} \,.\, \cos\alpha \,.\, \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{0_1}{\lambda}\right)$$

$$\sigma_2 = \frac{a}{\sqrt{2}} \,.\, \sin\alpha \,.\, \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{0_1}{\lambda} - \Gamma\right).$$

Um die Amplitude der Gesamtwelle zu erhalten, muss die Vibrationsgeschwindigkeit auf die Form

$$U = \sigma_1 + \sigma_2 = A \,.\, \sin(\mu - \beta)$$

gebracht werden, wo β den Gangunterschied der beiden Wellen bezeichnet. Lösen wir zu dem Zweck auf, so entsteht, wenn

$$2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{0_1}{\lambda}\right) = \mu$$

gesetzt ist,

$$A \,.\, \sin\mu \cos\beta - A \,.\, \cos\mu \,.\, \sin\beta = -\frac{a}{\sqrt{2}} \cos\alpha \,.\, \cos\mu + \frac{a}{\sqrt{2}} \,.$$

$$\sin\alpha \,.\, \sin(\mu - 2\pi\Gamma).$$

Durch Gleichsetzen der Faktoren von $\sin\mu$ und $\cos\mu$ beiderseits erhält man die Intensität des Lichts als Quadrat der Amplitude

$$J = \frac{a^2}{2}\left\{1 - \sin 2\alpha \,.\, \sin 2\pi\left(\frac{0_2}{\lambda} - \frac{0_1}{\lambda}\right)\right\}$$

Vollkommene Dunkelheit zeigt das Gesichtsfeld dort, wo $J = o$ ist, d. h. wo gleichzeitig α und

$$2\pi \,.\left(\frac{0_2}{\lambda} - \frac{0_1}{\lambda}\right) = 2\pi\,\Gamma$$

bestimmte Werte annehmen, die in beistehender Tabelle angegeben sind:

α	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{\pi}{4}$
$2\pi\Gamma$	$+\frac{4n+1}{2}\pi$	$\frac{4n-1}{2}\pi$	$-\frac{4n+1}{2}\pi$	$-\frac{4n-1}{2}\pi$
$\Gamma \,.\, \lambda$	$(4n+1)\frac{\lambda}{4}$	$(4n-1)\frac{\lambda}{4}$	$-(4n+1)\frac{\lambda}{4}$	$-(4n-1)\frac{\lambda}{4}$

Die Gleichungen $\alpha = \frac{\pi}{4} \ldots$ stellen Gerade,

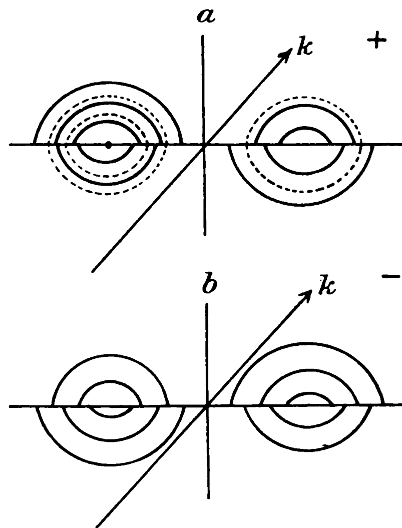
$$\Gamma \,.\, \lambda = (4n+1)\frac{\lambda}{4} \ldots \text{ stellen Kreise dar.}$$

Vollständige Dunkelheit, d. h. die beiden dunklen Flecke erscheinen dort, wo Kreis und Gerade sich schneiden, weil dort beide gleichzeitig gelten.

Bei **positiven Kristallen** pflanzt sich der im Hauptschnitt, parallel K, schwingende extraordinäre Strahl langsamer fort als der ordinäre, der Gangunterschied Γ wird negativ, weil $0_1 > 0_2$ ist. Dies entspricht dem Wert $\alpha = \frac{3\pi}{4}$, d. h. die dunklen Flecke, welche dem Gangunterschied $\frac{\lambda}{4}$ entsprechen, liegen in der Richtung senkrecht zu K.

Bei **negativen Kristallen** pflanzt sich der im Hauptschnitt

Fig. 50.



schwingende Strahl schneller fort als der ordinäre, der Gangunterschied Γ wird positiv, weil $0_1 < 0_2$ ist. Dies entspricht dem Wert $\alpha = \frac{\pi}{4}$, d. h. die dunklen Flecken liegen auf der Längsrichtung K.

2. **Optisch zweiachsige Kristalle.** Das Verfahren zur Aufsuchung des Zeichens der Doppelbrechung solcher Kristalle ist dasselbe, wie oben beschrieben. Ist die Kristallplatte senkrecht zur ersten Mittellinie geschnitten, und fügt man das $\frac{\lambda}{4}$-Blättchen

so zwischen Platte und Analysator ein, dass seine Längsrichtung den Winkel der beiden dunklen Balken im konvergenten Licht halbiert, so verschwinden diese, und die Ringe sind wieder in benachbarten Quadranten verschoben, wie es die Figuren zeigen. Diese Verschiebung gibt auch hier das Zeichen der Doppelbrechung an und zwar:

Bei zweiachsig positiven Kristallen **erweitern** sich die Ringe in denjenigen Quadranten, durch welche die Längsrichtung des Glimmers **nicht** geht.

Bei zweiachsig-negativen Kristallen **verengern** sich die Ringe in den Quadranten, durch welche die Längsrichtung des Glimmers **nicht** geht.

Sind die Kristalle senkrecht zur zweiten Mittellinie geschnitten, so kehren sich die Erscheinungen um.

Kapitel V.

Drehung der Polarisationsebene.

---

47. **Erscheinungen beim Quarz.** Während alle einachsigen Kristalle, die senkrecht zur optischen Achse geschnitten sind, einen in der Richtung der Achse sie durchsetzenden Strahl ungebrochen hindurchlassen und sich in dieser Richtung wie einfachbrechende Körper verhalten, fand Arago 1811, dass der Bergkristall davon eine Ausnahme macht. Wird eine senkrecht zur optischen Achse geschliffene Quarzplatte zwischen die gekreuzten Hauptebenen des Polarisationsapparats gebracht, so zeigt sie im weissen Licht nicht Dunkelheit wie die andern einachsigen Kristalle, sondern das Gesichtsfeld erscheint in prächtigen Farben, die sich beim Drehen des Analysators verändern, bei keiner Stellung aber in Dunkelheit übergehen. Wird die Platte nun im homogenen Licht betrachtet, so erscheint sie zwischen den gekreuzten Hauptebenen hell in der Farbe der Lichtquelle. Wird dann die Platte gedreht, so ändert dies an dem Bild nichts; wird aber der Analysator gedreht im einen oder andern Sinn, so ändert sich die Intensität des Lichts und verschwindet bei einer gewissen Lage vollständig, um bei weiterer Drehung abermals zu erscheinen. Erst nach einer Drehung um 180° tritt wieder Dunkelheit ein. Nun kann ein Analysator nur in den Fällen vollständige Auslöschung des auf ihn auffallenden Lichts bewirken, wo dasselbe linear polarisiert war; es verschwindet dann in den Stellungen, wo die Hauptebene des Analysators auf seiner Schwingungsrich-

tung senkrecht steht. Man muss also annehmen, dass das aus der Quarzplatte kommende Licht geradlinig polarisiert ist, dass aber seine Polarisationsebene nicht mit derjenigen des Polarisators zusammenfällt, weil sonst bei gekreuzten Hauptebenen Dunkelheit eintreten müsste. Der Quarz muss die Polarisationsebene um einen bestimmten Winkel herumgedreht haben, der direkt gemessen wird durch die Verdrehung des Analysators von der Kreuzstellung bis zum Auftreten von Dunkelheit im Gesichtsfeld.

Wird der Drehungswinkel für verschiedene homogene Lichtarten gemessen, so findet sich, dass derselbe mit der Farbe stark variiert, dass er für Rot am kleinsten ist, für Gelb grösser und für Violett noch grösser wird.

Nach den alten Messungen von Broch beträgt die Drehung einer 1 mm dicken Quarzplatte für einige Fraunhofersche Linien:

B	C	D	E	F	G
15,3°	17,24°	21,67°	27,46°	32,5°	42,2°

Zeichnet man unter diesen Winkeln Radien um das Zentrum eines Kreises, so geben die von einer festen Anfangslage aus erhaltenen Sektoren jeweils die Grösse des Gesichtsfeldes für die einzelnen Farben an.

Wird also zur Beleuchtung weisses Licht verwendet, so werden seine einzelnen Bestandteile verschieden stark dispergiert, die einzelnen Farben werden mehrfach übereinander gelagert, so dass ihre Mischung im Analysator gerade jenen prächtigen Farbenton liefert, der eingangs beschrieben wurde. Man nennt diese Auseinanderlegung der Farben nach verschiedenen aufeinanderfolgenden Schwingungsrichtungen Rotationsdispersion.

Ein Verdrehen des Analysators ändert die Farbe des Gesichtsfeldes, indem er jedesmal nur diejenigen Strahlensorten auslöscht, deren gedrehte Polarisationsebene in dem Augenblick gerade auf derjenigen des Analysators senkrecht steht. Es ist auf diese Weise möglich, die Drehung der Polarisationsebene für jede beliebige Spektralfarbe unter Benützung von weissem Licht zu bestimmen. Wird nämlich das im Gesichtsfeld erscheinende Farbengemisch durch ein Glasprisma spektral zerlegt, so werden überall dort dunkle Streifen im Spektrum auftreten, wo eine Wellenlänge ausgelöscht wird. Ein Drehen des Analysators lässt die Streifen

wandern. Es wird nun die Lage des dunklen Streifens an der geaichten Skala des Spektralapparats, mit dem die Dispersion beobachtet wird, direkt die Wellenlänge des Lichts angeben, die der gerade fixierten Drehlage des Analysators entspricht; dessen Drehungswinkel ist also gleich dem Drehungswinkel der Polarisationsebene dieser Wellenlänge.

Man kann von vornherein die Anzahl im Spektrum sichtbarer Streifen berechnen, wenn die Drehungswinkel des Quarzes für die äussersten sichtbaren Grenzstrahlen des Spektrums bekannt sind. Es seien die Hauptebenen von Analysator und Polarisator einander parallel, so löscht ersterer aus dem weissen Licht alle Farben aus, deren Polarisationsebenen um ungerade Vielfache von 90^0 gedreht werden. Für solche Wellenlängen treten im Spektrum dunkle Streifen auf. Rechnen wir das sichtbare Spektrum von der A- bis zur H-Linie, so beträgt der Drehungswinkel der ersteren Linie etwa $\frac{1}{7}$, derjenige der zweiten etwa $\frac{5}{9}$ von 90^0 für 1 mm dicke Platten. Es werden deshalb im Spektrum so viele dunkle Streifen sichtbar werden, als ungerade Zahlen zwischen $\frac{1}{7} \cdot d$ und $\frac{5}{9} \cdot d$ liegen, falls d die Plattendicke bedeutet.

Ist z. B. d = 6 mm, so wird die Polarisationsebene der B-Linie um $91{,}8^0$, diejenige der G-Linie um $255{,}6^0$, der h-Linie um 285^0 gedreht. Da aber völlige Auslöschung für die um 90^0 und 270^0 gedrehten Polarisationsebenen vorhanden ist, so erscheint also ein dunkler Streifen ganz in der Nähe der B-Linie und zwischen der G- und der h-Linie. Beide werden verbreitert sein, weil ja auch die in der Nähe liegenden Farben nur noch sehr wenig vom Analysator durchgelassen werden. Die Rechnung ergibt:

$$\frac{1}{7} \cdot 6 \qquad\qquad \frac{5}{9} \cdot 6$$
$$\frac{6}{7} \quad 1 \quad 3 \quad 3\frac{3}{9}.$$

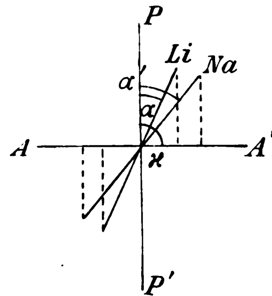
Dass nur dann die Drehung des Analysators die Helligkeit des Gesichtsfeldes in Dunkelheit überführen kann, wenn die Beleuchtung durch eine homogene Lichtquelle gegeben ist, ist sehr erklärlich. Es seien nur zwei Strahlenarten vorhanden, sagen wir Lithium- und Natriumlicht, deren gedrehte Schwingungsebenen

durch Li und Na bezeichnet sind; PP′ sei die Schwingungsebene des Polarisators, diejenige des Analysators AA′ bilde mit ihr den variablen Winkel $\varkappa$. Die Summe der nach der Analysatorrichtung genommenen Amplituden der beiden Strahlenarten ist dann

$$A = i \cdot \cos(\varkappa - \alpha) + a \cdot \cos(\varkappa - \alpha').$$

Man sieht, dass dieser Ausdruck für keinen Wert von $\varkappa$ verschwindet. Für $\varkappa = \alpha$ geht die ganze Intensität des Lithiumlichts hindurch, für $\varkappa = \alpha'$ diejenige des Natronlichts.

Fig. 51.



Steht die Hauptebene AA′ auf der Schwingungsrichtung Li senkrecht, so ist $\varkappa = 90 + \alpha$, und die Lithiumstrahlen werden völlig ausgelöscht; dagegen bleibt ein Teil der Intensität des Natronlichts vorhanden. Ist $\varkappa = 90 + \alpha'$, so wird letzteres ausgelöscht, und es bleibt ersteres teilweise vorhanden. Bei jeder anderen Stellung tritt ein Gemisch beider ins Auge.

Man hat gefunden, dass es sowohl Quarze gibt, bei denen der Analysator von rechts nach links gedreht werden muss, eine bestimmte Farbe auszulöschen, als solche, bei denen er von links nach rechts gedreht werden muss. Und zwar ist diese Drehung nach den beiden Richtungen für gleichdicke Quarzplatten genau dieselbe bei derselben Farbe. Haben wir weisses Licht, so erkennt man eine solche Verschiedenheit in der Drehrichtung daran, dass bei der einen Sorte von Quarz eine Drehung des Analysators im einen Sinn die auftretenden Farben einmal von Rot über Gelb, Grün in Blau verändert, dass also dabei gewissermassen die einzelnen gedrehten Polarisationsebenen so am Auge vorüberziehen, dass zuerst diejenige des Rot, dann des Gelb u. s. w. erscheint, während bei der anderen Sorte von Quarz dieselbe Analysatordrehung die Farbenwanderung von Blau über Grün, Gelb in Rot hervorbringt.

Nehmen wir an, der Analysator werde im Sinne des Pfeiles, also nach rechts gedreht, so wird diejenige Farbe am intensivsten

auftreten, deren Schwingungsebene der Analysator parallel ist, und diejenige verschwinden, auf deren Schwingungsebene er senkrecht steht. Es sei der Einfachheit halber angenommen, dass die Einzelamplituden der Strahlen im weissen Licht einander gleich sind. Die Schwingungsebene des Rot werde vom Polarisator weg um α_r, des Grün um α_g, des Blau um α_b gedreht, so sind die parallel AA′ genommenen Amplituden $A = a \cdot \cos(\alpha_r - \varkappa) + a \cos(\alpha_g - \varkappa) + a \cdot \cos(\alpha_b - \varkappa)$.

Die Drehung des Analysators im Sinne des Pfeiles führt zuerst den Fall herbei, dass $\varkappa = \alpha_r$ wird; dann tritt das Rot mit grösster Intensität ins Auge. Drehen wir weiter, bis $\varkappa = \alpha_g$ wird, so herrscht das Grün vor, bei $\varkappa = \alpha_b$ das Blau.

Fig. 52a.

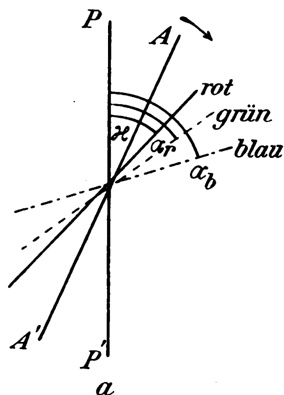
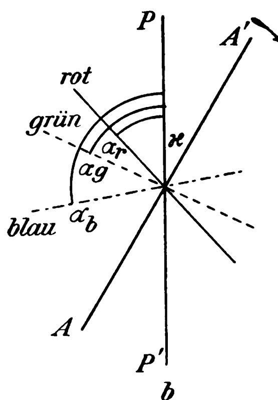


Fig. 52b.



Es ist dabei natürlich nicht notwendig, dass das Gesichtsfeld zu Beginn der Drehung eine rötliche Färbung habe; beginnen wir z. B. mit gekreuzten Hauptebenen, so wird zuerst eine bläuliche Färbung auftreten, die aber bei der Drehung nach rechts in Rot, dann Gelb u. s. w. übergeht. Es kommt also nur auf den Sinn an, in welchem der Farbenkreis Rot, Orange, Gelb, Grün, Blau, Indigo, Violett-Rot durchlaufen wird.

Dreht man den Analysator im entgegengesetzten Sinn des Uhrzeigers, so wird der Farbenkreis in der entgegengesetzten Richtung durchlaufen.

Es erklärt sich demnach die besprochene Erscheinung durch

die Annahme, dass die Polarisationsebenen aller Farben für diesen Quarz nach rechts gedreht seien.

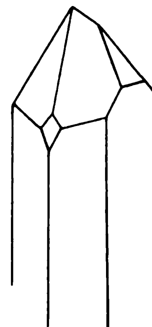
Nehmen wir aber an, dass diese Ebenen nach links gedreht seien, und drehen wir den Analysator im entgegengesetzten Sinn des Uhrzeigers, also im Sinne der Quarzdrehung, so ergibt sich durch dieselbe Betrachtung wie oben, dass der Farbenkreis von Rot nach Gelb, Blau durchlaufen wird; drehen wir im Sinne des angegebenen Pfeils, so wird er im umgekehrten Sinn durchlaufen.

Die beiden verschiedenen Erscheinungen wurden an verschiedenen Quarzsorten beobachtet. Man muss deshalb festsetzen, dass es zweierlei Arten von Quarz gibt, von denen die eine Art die Polarisationsebene nach links, die andere nach rechts dreht, so dass wir **Rechtsdrehenden** und **Linksdrehenden Quarz** zu unterscheiden haben.

Die Unterscheidung beider ist im weissen Licht durch die ausgeführten Ueberlegungen ermöglicht. Im homogenen Licht ist die Unterscheidung eine viel schwierigere, weil man hier sowohl im einen als im anderen Sinn drehen kann, um auf gleiche Weise Dunkelheit zu erhalten. Die beiden Drehungswinkel werden zwar um 90^0 voneinander verschieden sein; es ist aber von vornherein nicht zu erkennen, welcher von beiden nun der wahre Drehungswinkel ist.

Herschel fand, dass man an den einzelnen Quarzkristallen sofort ersehen kann, ob dieselben rechts- oder linksdrehend sind, dass sich nämlich die optische Asymmetrie in einer kristallographischen wiederholt.

Fig. 53.



Quarz ist wasserfreie Kieselsäure und kristallisiert hexagonal. Die Kristalle sind begrenzt vom hexagonalen Prisma, dessen Flächen horizontal gestreift sind, und einer scheinbaren Pyramide; weil deren Flächen physikalisch verschieden sind, so muss sie als zwei Rhomboeder aufgefasst werden. Dies wäre die Gestalt des einfachsten Quarzkristalls. Bei den meisten Individuen aber tritt noch eine grössere Zahl weiterer Flächen hinzu. Bei einigermassen regelrechter Ausbildung finden sich meist über den Kanten vom Prisma

kleine rhombenförmige und trapezförmige Flächen; die ersteren rühren von Halbflächnern einer Pyramide zweiter Stellung her, die Trapezflächen gehören einer dihexagonalen Pyramide an, die nur mit dem vierten Teil ihrer Flächen auftritt. Man sagt, dass Quarz tetartoedrisch kristallisiert. Diese nur an den abwechselnden Ecken an einfachen Kristallen auftretenden Trapez- und Rhombenflächen geben nach *Herschel* ein Kriterium ab für den Drehungssinn des Quarzes. Liegen diese Abstumpfungsflächen *oben links* und *unten rechts*, so haben wir einen *optisch linksdrehenden*, im andern Fall, d. h. *oben rechts* und *unten links*, einen *optisch rechtsdrehenden* Kristall. Treten dagegen die Flächen an allen aufeinanderfolgenden Ecken auf, so ist der Quarz ein Zwilling. Man kennt solche Zwillinge, die als eine Kombination von rechts- und linksdrehendem Quarz anzusehen sind, in verschiedenen Variationen. Es gibt rechtsdrehende Kristalle mit Stellen, wo sie sich wie positiv einachsige Kristalle ohne Drehung verhalten, ebenso linksdrehende mit solchen Eigenschaften. Ferner existieren *Amethyste*, welche sich an bestimmten Stellen wie rechtsdrehende, an andern wie linksdrehende, an den Uebergangsstellen aber wie positive einachsige Kristalle verhalten. Sie zeigen im konvergenten Licht sowohl das Ringsystem der letzteren mit dunklem Kreuz als die später zu beschreibenden Ringsysteme drehender Substanzen.

48. **Dispersionsformeln.** Werden mit Hilfe der spektralen Zerlegung die Drehungswinkel des Quarzes für alle möglichen Wellenlängen und die dazu berechneten Brechungsexponenten der einzelnen Lichtsorten bestimmt, so findet sich, dass gleichen Unterschieden der Brechungsexponenten auch gleiche Unterschiede der Drehungswinkel entsprechen. Stellen wir z. B. die Differenzen aufeinanderfolgender Brechungsexponenten und Drehungswinkel von der B- bis zur G-Linie zusammen,

Brechungsexponenten		0,0009	0,0024	0,0029	0,0025	0,0046
	Verhältnis:	2,66	1,21	0,86	1,84	
Drehungswinkel		1,94°	4,43°	5,79°	5,04°	9,70°
	Verhältnis:	2,28	1,30	0,87	1,92,	

so ist die Uebereinstimmung mit Rücksicht auf die der Berechnung der Drehungswinkeldifferenzen zu Grunde gelegten nicht

vollständig genauen Brochschen Zahlenwerten eine genügende. Es müssen also die Brechungsexponenten und die Drehungswinkel gleichartige Funktionen der Wellenlänge sein. Es müssen deshalb für die Abhängigkeit der Drehungswinkel von der letzteren analoge Dispersionsformeln gelten, wie sie für die gewöhnliche Brechung von Cauchy (1836), Briot, Lommel, Ketteler, Helmholtz und vielen anderen (siehe Dispersionstheorien!) aufgestellt wurden.

Der erste, der unabhängig davon auf Grund seiner Messungen der Drehungswinkel eine Dispersionsformel für Quarz aufstellte, war Biot; er fand, dass für eine konstante Plattendicke der Drehungswinkel dem Quadrat der Wellenlänge umgekehrt proportional ist, dass also $\alpha = \frac{B}{\lambda^2}$.

Broch führte genauere Messungen aus und fand aus graphischen Darstellungen, dass noch ein konstantes Glied A hinzugefügt werden müsse.

Wird nämlich die Biotsche Formel derart graphisch aufgetragen, dass die umgekehrten Quadrate der Wellenlängen, Abscissen, die Drehungswinkel Ordinaten sind, so liegen die erhaltenen Punkte auf einer Geraden, welche durch den O-Punkt geht. Als Broch in derselben Weise seine erhaltenen Werte auftrug, fand er, dass die erhaltene Gerade nicht durch den Anfangspunkt der Koordinaten ging, dass die Formel also die Gestalt $\alpha = A + \frac{B}{\lambda^2}$ haben müsse.

Aus den Messungen von Broch berechnete Stefan die Gleichung

$$\alpha = -1{,}581 + \frac{8{,}06}{10^6 \cdot \lambda^2}.$$

Aus seinen eigenen Messungen aber folgerte er die Gleichung

$$\alpha = -1{,}753 + \frac{8{,}16}{10^6 \cdot \lambda^2}.$$

Genauere spätere Messungen der Drehungswinkel für Quarz mit Hilfe eines Fraunhoferschen Gitters gaben die Werte:

B	C	D	E	F	G	H
15,55°	17,22°	21,67°	27,46°	32,69°	42,37°	50,98°

Daraus sind die beiden Konstanten der Dispersionsformel

$$A = -1{,}697 \text{ und } B = 8{,}1088 \,.\, 10^{-6}.$$

Im Jahre 1874 hat Boltzmann die Formel

$$\alpha = \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} + \ldots \text{ aufgestellt.}$$

Dieselbe stimmt, auf die zwei ersten Glieder reduziert, mit den Stefanschen Messungen gut überein.

J. L. Soret und E. Sarasin suchten die Beobachtungsgrenzen weiter auszudehnen. Die von ihnen beobachteten und ausserdem aus der Boltzmannschen Formel berechneten Drehungswinkel sind in der beigeschriebenen Tabelle angeführt:

Fraunhofersche Linie	beobachtet α	berechnet α
A	12,68°	12,74°
B	15,76°	15,74°
C	17,35°	17,31°
D	21,80°	21,74°
E	27,61°	27,55°
F	32,85°	32,78°
G	42,63°	42,60°
h	47,52°	47,58°
H	51,22°	51,22°
L	55,88°	55,83°
M	59,04°	59,00°
N	64,47°	64,63°.

Die Drehungswinkel beziehen sich auf Quarzplatten von 1 mm Dicke. Es ist gleichgültig, ob sie rechts- oder linksdrehend sind.

49. **Dicke der Platte.** Werden die Dicken der Quarzplatten variiert, so findet sich, dass die Drehungswinkel für dieselbe Farbe den Dicken genau proportional sind. Man nennt spezifische Drehung die von einer 1 mm dicken Schicht bewirkte.

Eine Kombination von im gleichen Sinn drehenden Platten wirkt mit der Summe der Dicken.

Eine Kombination von in entgegengesetztem Sinn drehenden Platten wirkt mit der Differenz der Dicken.

Ist die Grösse der Drehung annähernd bekannt, so hat die Bestimmung des Drehungswinkels im homogenen Licht für dünne

Platten (etwa ½ mm) keine Schwierigkeit, da nur eine kleine Drehung des Analysators notwendig ist, um Auslöschung zu geben. Allerdings wird bei dünnen Platten die Genauigkeit des erhaltenen Resultats beeinflusst durch Einstellungsfehler, welche besonders ohne Verwendung eines Polariskops (siehe dieses!) im Verhältnis zu den kleinen Drehungswinkeln bedeutend sein können. Obwohl nun bei sehr dicken Platten ein Einstellungsfehler viel weniger ins Gesicht fällt, ist die Schwierigkeit, den wahren Achsenwinkel aufzufinden, weit schwieriger, wenn man nicht von vornherein Anhaltspunkte dafür hat, weil in solchen Fällen die Polarisationsebene um viel mehr als 180° gedreht ist, eine Verdrehung des Analysators aber notwendig schon bei kleineren Winkeln Dunkelheit gibt. Zuerst ist die Bestimmung des Drehungssinns der Platte vorzunehmen, es ist dies wie früher mit weissem Licht vorzunehmen. Indes bieten sich auch dabei Schwierigkeiten, wenn man es mit sehr dicken Platten zu tun hat (sagen wir z. B. 20 mm). Eine solche würde das Rot um etwa 300°, das Gelb um 430° und das Violett sogar um 850° drehen. An jeder Stelle des Gesichtsfeldes befände sich ein Gemisch von allen Spektralfarben, das durch Drehen des Analysators nur unwesentlich geändert werden kann, so dass das Weiss höherer Ordnung aufträte. In diesem Fall könnte also keine Farbenwandlung verfolgt werden. Wird aber mit dieser Platte eine etwas dünnere, sagen wir 15 mm dicke, kombiniert, so subtrahieren sich die Dicken, wenn sie im entgegengesetzten Sinne dreht, und es bleibt eine im alten Sinn drehende 5 mm dicke wirksame Schicht übrig. Eine solche zeigt wieder Mischfarben und kann daher auf ihren Drehungssinn untersucht werden. Natürlich kann das Auffinden einer entgegengesetzt drehenden Platte nur durch Probieren möglich sein. Ohne diese Kombination mit einer solchen Platte kann nur ein Zerschneiden der zu untersuchenden Platte zum Ziel führen.

Ist der Drehungssinn bekannt, so wird der Analysator bei monochromatischer Beleuchtung in diesem Sinn gedreht, bis völlige Dunkelheit auftritt. Der gesuchte Drehungswinkel α ist dann gleich dem gemessenen $\varphi_1 + m_1 . 180^0$, wo m_1 eine ganze Zahl bedeutet. Um m_1 zu finden, kombiniert man damit eine andere Platte, sei sie rechts- oder linksdrehend, und misst wieder

$\varphi_2 + m_2 . 180^0$. Beide Werte sind, wenn sie auf dieselbe Dicke reduziert sind, einander gleich. Also

$$\frac{\varphi_1 + m_1 . 180}{d_1} = \frac{\varphi_2 + m_2 . 180}{d_2}$$

In der Regel genügen eine oder wenig mehr Kombinationen, um die m zu finden.

50. **Andere optisch aktive Kristalle.** Man fasst sämtliche Substanzen mit Drehvermögen unter der Bezeichnung optisch-aktiver Körper zusammen. Man hat lange geglaubt, dass nur der Quarz diese Eigenschaft besässe. Es zeigte sich indes, dass auch andere Körper die Polarisationsebene des Lichts drehen, und zwar sowohl kristallisierte als amorphe im festen, flüssigen und gasförmigen Aggregatzustand. Man teilt diese Körper deshalb ein in:

1. Körper, die nur kristallisiert drehen.
   [Reguläre und optisch einachsige.]
2. Körper, die nur amorph drehen.
   [Flüssigkeiten, viele organische Substanzen.]
3. Körper, die kristallisiert und gelöst drehen.
   [Nur Strychninsulfat und Amylaminalaun bekannt.]

Von den amorphen Körpern drehen alle die Polarisationsebene im festen, flüssigen oder dampfförmigen Zustand nach Biot gleichstark. Das Strychninsulfat dreht im festen Zustand etwa 25mal so stark als im gelösten (Descloiseaux).

Hier kann nur auf die kristallisierten Körper eingegangen werden. Optisch zweiachsige Kristalle besitzen kein Drehvermögen, weil sie keine Hauptsymmetrieachse haben, um welche herum gleiche Eigenschaft der Aetherkonstitution möglich ist.

Von den vielen als optisch aktiv erkannten Kristallen seien nur die bekannteren angeführt.

a) Reguläre Kristalle.

Man kennt bis jetzt 4 optisch aktive reguläre Kristalle. Sie zeichnen sich dadurch aus, dass die Drehung in jeder Richtung der Fortpflanzung dieselbe ist.

1. Chlorsaures Natrium (Marbach) besteht aus einer Kombination von parallel- und geneigtflächigen hemiëdrischen Formen, des Tetraëders und Pyritoëders. Die Kristalle, welche die linke Kombination beider haben, drehen links, die anderen gleichstark

rechts. Die Drehung ist unabhängig von der Richtung der auffallenden Strahlen und beträgt für Natronlicht $\alpha_D = 3{,}67^0$. Alle Individuen, welche nicht eine Kombination der beiden hemiëdrischen Formen sind, drehen nicht.

2. Bromsaures Natrium dreht die Polarisationsebene des Natronlichts nach allen Richtungen um $\alpha_D = 2{,}8^0$.

3. Essigsaures Uranylnatrium ist eine Kombination eines Tetraëders mit dem Rhombendodekaëder und dreht $\alpha_D = 1{,}8^0$.

4. Natriumsulfantimoniat $[SbS_4Na_3, 9H_2O]$ kristallisiert als Kombination von Tetraëder und Pentagondodekaëder und dreht $\alpha_D = 2{,}7^0$.

b) Hexagonale Kristalle drehen nur in der Richtung der optischen Achse.

1. Zinnober (HgS) kristallisiert tetartoëdrisch wie der Quarz; er kommt zwar selten in deutlichen Kristallen vor. Seine Drehung ist nach Descloiseaux (1857) etwa 15mal so stark wie die des Quarzes. $\alpha_D = 325^0$.

2. Ueberjodsaures Natron $(NaJO_4 + 3H_2O)$ kristallisiert im Hauptrhomboëder, dessen Polkanten durch das erste stumpfere Rhomboëder — ½ R abgestumpft sind. Ausserdem stumpft das Grundrhomboëder selbst vom ersten spitzeren — 2 R die Kanten ab. Bei rechtsdrehenden Kristallen kommen dazu Flächen eines positiven, bei linksdrehenden solche eines negativen Skalenoëders vor. Die Drehung ist etwas stärker als beim Quarz.

Linie $D = 23{,}3^0$
— $E = 28{,}5^0$
— $F = 34{,}2^0$
— $G = 47{,}1^0$.

3. Unterschwefelsaures Kalium $(K_2S_2O_6 \,.\, 4H_2O)$ dreht

$$D = 8{,}4^0 \quad E = 10{,}5^0 \quad F = 12{,}3^0.$$

4. Unterschwefelsaures Blei $(PbS_2O_6 \,.\, 4H_2O)$ dreht noch schwächer: $D = 5{,}5^0$ $E = 7{,}2^0$ $F = 8{,}9^0$.

5. Unterschwefelsaures Calcium dreht $E = 2{,}1^0$.

6. Benzil $(C_6H_5—CO—CO—C_6H_5)$ kristallisiert in hexagonalen Prismen tetardoëdrisch. $\alpha_D = 25{,}0^0$.

c) Quadratische Kristalle besitzen auch nur in der Richtung der optischen Achse drehende Eigenschaften.

1. Kohlensaures Guanidin $[CNH(NH_2)_2]_2H_2CO_3$ kristallisiert in quadratischen Säulen.

$\alpha_{Li} = 12^{\circ}35'$ $\alpha_{Na} = 14^{\circ}34'$ $\alpha_{Tl} = 17^{\circ}4'$.

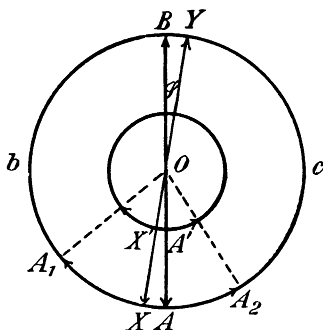
2. Strychninsulfat gehört ebenfalls zur trapezoëdrischen Klasse und dreht nur links, für Rot $\alpha = 9^{\circ}$.

3. Schwefelsaures Aethylendiamin dreht $\alpha_D = 15,5^{\circ}$. Alle diese drehenden Kristalle zeichnen sich dadurch aus, dass sie schon durch ihren kristallographischen Aufbau eine Unsymmetrie des inneren Gefüges verraten, welche sie befähigt, die Polarisationsebene im einen Sinn um die Achse herumzudrehen.

51. **Erklärung der Rotationspolarisation.** Fresnel suchte die Erscheinung der Drehung der Polarisationsebene des Lichts durch Zuhilfenahme elliptischer Schwingungen zu erklären. Er denkt sich, dass ein linear polarisierter Strahl beim Eintritt in eine senkrecht zur optischen Achse geschnittene Quarzplatte in zwei zirkularpolarisierte Strahlen zerfällt, die beide gleiche Intensität und gleiche Umlaufszeit, aber entgegengesetzte Rotationsrichtung haben, von denen sich der eine im Quarz schneller fortpflanzt als der andere.

Denken wir uns den Kreis Ab Bc als Projektion der Schraubenlinie, von oben auf die Zeichenebene, welche die Aetherteilchen durchlaufen, und eine in O senkrechte Gerade sei die Richtung der Fortpflanzung. Ist A B die Schwingungsrichtung des vom Polarisator kommenden Lichts, so zerlegt sich die Vibration beim Eintritt in den Quarz in zwei entgegengesetzt zirkularschwingende Teile. Das Aetherteilchen A wird daher von zwei entgegengesetzten Kräften nach der Richtung b und c gleichzeitig geschoben. Wirkt zuerst nur die nach b gerichtete Kraft, so möge das Aetherteilchen in einem kleinen Zeitintervall nach A_1 kommen; wirkt aber nur die entgegen-

Fig. 54.



gesetzt gerichtete Kraft, so möge es in derselben Zeit nach A_2 gelangen. Wurde die im Sinne des Uhrzeigers stattfindende Rotation schneller fortgepflanzt als die andere, so ist AA_1 grösser als AA_2. Wirken sonach beide Kräfte gleichzeitig, so erreicht das Aetherteilchen die Mitte X von A_1 und A_2, weil die beiderseits wirkenden Kräfte als gleich gross angenommen wurden. — Hätte sich das Aetherteilchen im Moment des Eintritts in den Quarz noch nicht am Ende A seiner geradlinigen Bahn befunden, sondern erst in A′, so wäre es wieder von zwei entgegengesetzt gerichteten Kräften erfasst und nach der Richtung getrieben worden, nach welcher die grösste Fortpflanzung stattfindet. Da bei der zirkularen Polarisation die Winkelgeschwindigkeit aller Teilchen dieselbe sein muss, so wäre das Teilchen in demselben Zeitpunkt wie vorher nach X′ gekommen. Da aber ein linearpolarisierter Lichtstrahl eine Aufeinanderfolge vieler linearen Schwingungen in der Richtung AB bedeutet, so werden alle gleichzeitig nach der einen Richtung seitlich verschoben. Die Verbindungslinie aller in gleicher Phase befindlichen Teilchen stellt eine Gerade dar, die durch das Zentrum des Schwingungskreises geht und um einen Winkel α gegen die ursprüngliche Schwingungsrichtung gedreht ist. Während vorher jedes Teilchen den Weg AB zurücklegte, wird es jetzt längs XY hin und her schwingen und zwar mit derselben Geschwindigkeit. Die Polarisationsebene erscheint um den Winkel α nach rechts gedreht.

Nach dieser Auffassung wird ein rechtsdrehender Quarz dem rechtszirkularen Strahl eine grössere, dem linkszirkularen eine kleinere Geschwindigkeit erteilen.

Es sei die z-Achse die Richtung der optischen Achse des Quarzes, in welcher geradlinig polarisiertes Licht vom Schwingungszustand

$$x = a \,.\, \sin 2\pi \frac{t}{T} = a \,.\, \sin \xi$$

auf die Platte von der Dicke d auffällt.

Dann lässt sich diese Vibration in zwei entgegengesetzt zirkulare zerlegen, von denen die rechtsrotierende

$$x' = \frac{a}{2} \,.\, \sin \xi$$

$$y' = \frac{a}{2} \cos \xi,$$

die linksrotierende

$$x'' = \frac{a}{2} \sin \xi$$

$$y'' = -\frac{a}{2} \cos \xi$$

sei.

Die Summe aller Einzelschwingungen

$$x' + x'' + y' + y'' = x.$$

Beim Austritt aus der Platte ist der zirkulare Bewegungszustand durch die Gleichungen:

$$x' = \frac{a}{2} \sin \left\{ \xi - \frac{2\pi}{T} \frac{d}{o'} \right\} = \frac{a}{2} \sin (\xi - \delta')$$

$$y' = \ldots\ldots\ldots\ldots = \frac{a}{2} . \cos (\xi - \delta')$$

$$x'' = \frac{a}{2} . \sin \left\{ \xi - \frac{2\pi}{T} . \frac{d}{o''} \right\} = \frac{a}{2} \sin (\xi - \delta')$$

$$y'' = \ldots\ldots\ldots\ldots = -\frac{a}{2} \cos (\xi - \delta'')$$

gegeben. o′ und o″ sind die beiden Winkelgeschwindigkeiten der Rechts- und Linkszirkulation.

Die Summe dieser beiden zirkular polarisierten Strahlen gibt wieder eine geradlinige Schwingung:

$$x' + x'' = a . \sin \frac{\pi d}{T} \left(\frac{1}{o'} - \frac{1}{o''} \right) \sin 2\pi \left\{ \frac{t}{T} - \frac{d}{2T} \left(\frac{1}{o'} + \frac{1}{o''} \right) \right\}$$

$$y' + y'' = a . \cos \frac{\pi d}{T} \left(\frac{1}{o'} - \frac{1}{o''} \right) . \sin 2\pi \left\{ \frac{t}{T} - \frac{d}{2T} \left(\frac{1}{o'} + \frac{1}{o''} \right) \right\}.$$

Beide stehen aufeinander senkrecht; werden sie kombiniert, so stellen sie eine geradlinige Schwingung dar mit der Amplitude a, deren Richtung gegen die x-Achse gedreht ist um:

$$\frac{y' + y''}{x' + x''} = \operatorname{tg} \frac{\pi d}{T} \left\{ \frac{1}{o'} - \frac{1}{o''} \right\} = \operatorname{tg} d . \alpha.$$

Es ist dies die einfache Beziehung für den Drehungswinkel α, welcher sich hier in seiner Abhängigkeit von den Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der in der Richtung der optischen Achse sich bewegenden zirkularen Wellen darstellt. Da $T . v = \lambda$, so wird

$$\alpha = \frac{\pi}{\lambda} \left(\frac{v}{o'} - \frac{v}{o''} \right) = \frac{\pi}{\lambda} (\omega' - \omega'')$$

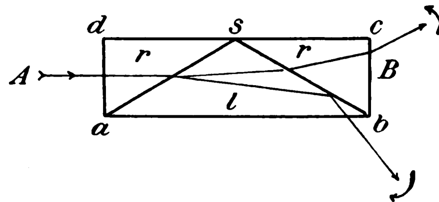
wenn ω' und ω'' die Brechungsexponenten der zwei zirkularpolarisierten Wellen sind. Für gelbes Licht ist z. B. nach den experimentellen Bestimmungen

$$\omega' = 1{,}5442602$$
$$\omega'' = 1{,}5441884$$
$$\omega' - w'' = 0{,}0000718$$
$$\alpha = \frac{\omega' - \omega''}{\lambda} . 180^{0} = 21{,}92^{0}$$

für Natronlicht. Dieser Wert stimmt mit den beobachteten sehr gut überein, besonders wenn die grosse Genauigkeit in Betracht gezogen wird, welche in der Bestimmung von ω' und ω'' liegen muss, um ein einigermassen genügendes Resultat zu erzielen.

52. **Fresnels Parallelepiped.** Zur Stütze seiner Annahme zirkularpolarisierten Lichts bei der Rotationspolarisation konstruierte Fresnel einen Apparat, der geradlinig polarisiertes Licht in zirkularpolarisiertes zu verwandeln gestattet. Er besteht aus drei Keilstücken aus Quarz von der in der Figur gezeichneten Form, die nach ihrer Zusammensetzung ein rechtwinkliges Prisma ausmachen. Die optische Achse aller drei Stücke liegt in derselben Geraden parallel zur Längsrichtung oder der Sehrichtung des Instruments. Der Winkel bei s beträgt 152°, und die Schenkel sa und sb bilden mit der Achse dc des Kristalls gleiche Winkel,

Fig. 55.



so dass die Flächen ad und bc auf ihr senkrecht stehen. Die beiden äusseren Keilstücke bestehen aus rechtsdrehendem, das mittlere aus linksdrehendem Quarz. Fällt in der Richtung A linear polarisiertes Licht auf das Parallelepiped, so wird es nach Fresnels Annahme in zwei entgegengesetzt zirkulare Strahlen zerlegt von gleicher Fortpflanzungsrichtung, aber ungleicher Geschwindigkeit. An der Grenzfläche as gegen den linksdrehenden Mittelkeil wird nun der rechtsrotierende Strahl dem Lot zugebrochen, weil er eine Verzögerung erleidet, der linksrotierende wird vom Lot weggebrochen, weil seine Geschwindigkeit zunimmt. An der Grenze bs aber pflanzt er sich wieder langsamer fort und wird deshalb dem Lot zu, d. h. weiter nach oben gebrochen, während der andere rechtsrotierende stärker nach unten abgelenkt wird. An der Grenzfläche B treten dann zwei entgegengesetzt zirkular polarisierte Strahlen in verschiedenen Rich-

tungen aus und können einzeln behandelt werden. Diese Tatsache, dass ein linearpolarisierter Strahl in zwei zirkularpolarisierte auf diese Weise verwandelt wurde, lässt die Fresnelsche Erklärungsweise berechtigt erscheinen.

Obwohl eine Erklärung der Drehung zwar gegeben ist, fehlt nun doch jede Andeutung darüber, wie nun diese Zerlegung in zirkularpolarisiertes Licht möglich ist. Dass die innere Molekularstruktur eine Rolle spielt, zeigt sich daraus, dass nur solche Kristalle optisch aktiv sind, die eine gewisse Unsymmetrie um ihre optische Achse verraten. Bei Flüssigkeiten, die optisch aktiv sind, fand man ebenfalls ein Vorhandensein einer unsymmetrisch im Atomkomplex gelagerten Atom- oder Molekülgruppe.

Ehe näher auf diese Frage eingegangen wird, sei zuerst die rein experimentelle Richtung der Bestimmung der Brechungsexponenten verfolgt.

53. **Brechungsexponenten des Quarzes.** Die Brechungsexponenten des Quarzes lassen sich mit einem Prisma bestimmen, dessen brechende Kante die Richtung der optischen Achse enthält. Umfassende Messungen in diesem Sinn haben angestellt: F. Rudberg, Mascart, van der Willigen, E. Sarasin, Mouton u. a.

Die Resultate von Rudberg und van der Willigen bis zur H-Linie, von Mascart für die M-, Q- und R-Linie sind in beistehender Tabelle gegeben.

Linie	ordinär	extraordinär
A	1,5391	1,5480
B	1,5409	1,5499
C	1,5418	1,5508
D	1,5442	1,5533
E	1,5471	1,5563
F	1,5496	1,5589
G	1,5542	1,5636
H	1,5581	1,5677
M	1,5615	1,5712
Q	—	1,5799
R	—	1,5827

Derartige Bestimmungen geben die Brechungsexponenten für

Strahlen, welche sich normal zur optischen Achse fortpflanzen. In dieser Richtung ist der Quarz von andern einachsig positiven Kristallen nicht verschieden. Werden nun aber auch andre Fortpflanzungsrichtungen untersucht, so findet sich eine merkliche Abweichung von dem allgemeinen Gesetz, indem der ordinäre Strahl nicht nach allen Seiten hin konstante Geschwindigkeit hat, und der extraordinäre in der Richtung der Achse dem ordinären nicht gleichkommt.

Viktor v. Lang benutzte ein Prisma, dessen Kante auf der optischen Achse senkrecht stand, und dessen Flächen gegen dieselbe nahezu gleich geneigt waren. Dann legten die auffallenden Lichtstrahlen den Quarz in der Richtung der Achse oder in deren Nähe zurück. Auf diese Weise werden wieder ordinäre und extraordinäre Brechungsexponenten erhalten, die nicht mehr die alte, für gewöhnliche einachsige Kristalle geltende Gesetzmässigkeit befolgen. Die Geschwindigkeit des ordinären Strahls ist in der Nähe der optischen Achse nicht konstant, sondern sie wird um so grösser, je mehr seine Fortpflanzungsrichtung mit der optischen Achse zusammenfällt. Auch die Geschwindigkeit der ausserordentlichen Welle befolgt in diesem Bereich ein andres Gesetz als die ausserordentliche Welle eines gewöhnlichen einachsigen Kristalls.

Bezeichnen wir mit u den Neigungswinkel, den der im Prisma verlaufende Strahl mit der optischen Achsenrichtung macht, so seien $\frac{1}{q_1}$ und $\frac{1}{q_2}$ die beobachteten Brechungsexponenten des ordinären und extraordinären Strahles in dieser Richtung. Wäre der Quarz ein gewöhnlicher einachsiger Kristall, so könnte aus den in der vorausgehenden Tabelle angegebenen Exponenten für senkrecht zur Achse sich fortpflanzende Strahlen und eine bestimmte Lichtart die Strahlenfläche des Quarzes konstruiert und daraus der Brechungsexponent ε des extraordinären Strahls auf früher angedeutete Weise für jede beliebige Neigung gegen die optische Achse gefunden werden. Der ordinäre Strahl besässe einen nach allen Richtungen konstanten Brechungsexponenten $\frac{1}{p_1}$, der extraordinäre besässe dagegen Brechungsexponenten, welche für die

Richtung der optischen Achse mit denjenigen des ordinären Strahls zusammenfielen, in einer Neigung von 90° aber am weitesten davon abwichen; sie seien mit $\frac{1}{p_2}$ bezeichnet.

Dann gibt die folgende Tabelle eine Zusammenstellung der beobachteten und der unter obiger Voraussetzung berechneten Brechungsexponenten für verschiedene Neigungswinkel gegen die optische Achse (D-Linie):

u	beobachtet $\frac{1}{q_1}$	berechnet $\frac{1}{p_1}$	beobachtet $\frac{1}{q_2}$	berechnet $\frac{1}{p_2}$
0°	1,544188	1,544224	1,544260	1,544224
5°	1,544209	„	1,544310	1,544290
10°	1,544220	„	1,544500	1,544960
20°	1,544223	„	1,545281	1,545280
25°	1,544224	„	1,545838	1,545838
	übereinstimmend		übereinstimmend	

Es geht daraus hervor, dass in der Nähe der optischen Achse die Brechungsexponenten des ordinären Strahls etwas zu klein, die des extraordinären etwas zu gross sind gegenüber den unter normalen Verhältnissen berechneten. Beide sind in der Richtung der Achse um einen kleinen Betrag voneinander verschieden. Je grösser der Winkel wird, den der auffallende Strahl mit der Achse bildet, desto mehr nähern sich die Verhältnisse den normalen, und bei 25° Neigung unterscheidet sich der Quarz von gewöhnlichen einachsigen Kristallen nicht mehr.

Cornu stellte den Satz auf, dass das arithmetische Mittel aus den Geschwindigkeiten der beiden längs der optischen Achse rotierenden Strahlen gleich ist der Geschwindigkeit des ordinären Strahls senkrecht zur Achse.

Aus v. Langs Messungen bestätigt sich dies. Für den Neigungswinkel 0° wird

$$\frac{1}{2}(q_1 + q_2) = 0{,}6475743.$$

Ausserdem ist

$$p_1 = 0{,}6475743$$

$$\text{da } \frac{1}{p_1} = 1{,}5442243.$$

54. **Strahlenfläche des Quarzes.** Wird mit den aus der Beobachtung erhaltenen Daten die Strahlenfläche für Quarz konstruiert, so unterscheidet sie sich von der gewöhnlichen Fläche einachsiger Kristalle nur in der Nähe der optischen Achsenpunkte.

Während der ordinäre Strahl nach allen Richtungen, die mehr als 25° gegen die optische Achse geneigt sind, konstante Fortpflanzungsgeschwindigkeit hat, wird sie für die kleineren Neigungswinkel etwas grösser, so dass die Kugelfläche in der Nähe der Achsenpunkte etwas erweitert ist.

Auch das Ellipsoid erleidet nur in der Nähe dieser Punkte eine Veränderung und zwar eine kleine Abplattung, da der beobachtete Brechungsexponent gegen den berechneten um einen kleinen Betrag grösser ist, die Geschwindigkeit also kleiner. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten beider Strahlen in der Richtung der Achse verhalten sich für gelbes Licht wie 0,647589 : 0,647559. Die Kugel und das Ellipsoid berühren sich also nirgends. Die Abweichung ist indes eine äusserst geringfügige.

Die von v. Lang auf theoretischem Wege abgeleitete Strahlenfläche für Quarz stimmt mit obigem überein.

Ist die Neigung der Wellennormalen gegen die optische Achse mit u bezeichnet, die Hauptlichtgeschwindigkeiten für senkrecht zur optischen Achse laufende Strahlen mit n_0 und n_e und die für ein beliebiges u beobachtete Geschwindigkeit mit q, so unterscheidet sich die Gleichung der Wellenfläche von derjenigen einachsiger Kristalle nur durch einen hinzukommenden Faktor k. Sie ist

$$(n_o^2 - q^2) . (n_o^2 . \cos^2 u + n_e^2 . \sin^2 u - q^2) = k^4 . \cos^4 u. \quad (I)$$

Dann bedeutet k eine für das Drehvermögen charakteristische Konstante. Die beiden Lichtgeschwindigkeiten der ordinären und extraordinären Welle sind durch

$$q^2 = n_o^2 - \frac{1}{2}(n_o^2 - n_e^2) . \sin^2 u \pm \sqrt{\frac{1}{4}(n_o^2 - n_e^2) \sin^4 u + k^4 . \cos^4 u},$$

gegeben, worin das positive Zeichen der schnelleren, das negative der langsameren Welle entspricht.

Für k = o resultiert die Strahlenfläche der gewöhnlichen einachsigen Kristalle

$$(n_o^2 - q^2) . (n_o^2 . \cos^2 u + n_e^2 . \sin^2 u - q^2) = o, \quad . \quad (II)$$

worin $q^2 = n_o^2$ die Kugelfläche der ordinären, $n_o^2 . \cos^2 u + n_e^2 . \sin^2 u = q^2$ das Ellipsoid der extraordinären Welle darstellt.

Man sieht, dass die beiden Gleichungen I und II identisch werden, wenn u gross ist. Da diese Annäherung nach den Beobachtungen schon für $u = 25^0$ erreicht ist, so muss die Konstante k in Anbetracht des immerhin noch grossen Wertes von $\cos^4 u = 0{,}674 \ldots$ sehr klein sein. Ihr numerischer Wert für Natronlicht kann aus der nach q^2 aufgelösten Gleichung gefunden werden, wenn für $u = 25^0$ $q = n_o$ oder noch einfacher für $u = o^0$ q_1 des ordinären Strahls gleich dem beobachteten 0,647589 gesetzt

Fig. 56.

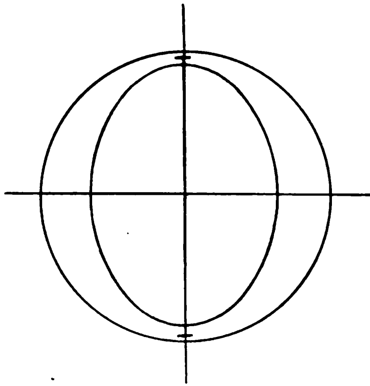
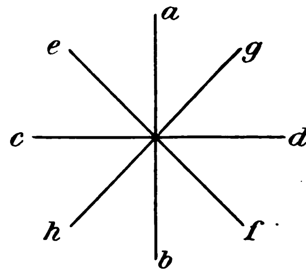


Fig. 57.



würde, die Geschwindigkeit des Lichts in Luft gleich 1. Es ist dann k = ca. 0,0014.

55. **Glimmerkombinationen.** Wird ein $\frac{\lambda}{4}$-Glimmerblättchen mit seinem Hauptschnitt unter 45^0 zwischen die gekreuzten Hauptebenen des Polarisationsapparates gelegt, so erzeugt es zirkular polarisiertes Licht. Legt man darauf ein dünnes Gipsblättchen, dessen Schwingungsrichtung mit der Hauptebene des Polarisators zusammenfällt, so erscheint das Gesichtsfeld ohne Färbung. Wird abermals ein $\frac{\lambda}{4}$-Glimmerblättchen mit seiner Schwingungsrichtung parallel zu derjenigen des ersten Glimmers darüber gelegt, so erscheint der Gips gefärbt, und diese Farbe ändert sich beim

Drehen des Analysators genau so, als wäre die Kombination der drei Blättchen eine senkrecht zur optischen Achse geschnittene Quarzplatte.

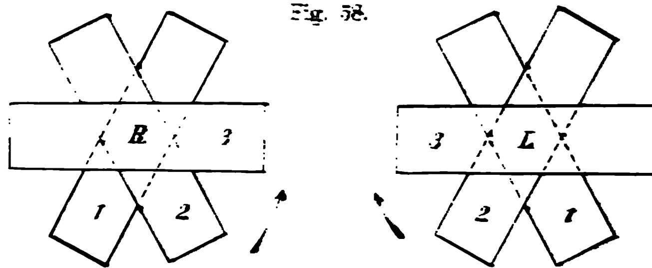
Die Schwingungsebenen des Polarisators sind ab, die übereinander parallelen der Glimmerplatten ef und gh, diejenigen der Gipsplatte ab und cd. Zuerst tritt der parallel ab vibrierende Strahl vom Polarisator in das untere $\frac{\lambda}{4}$-Blättchen ein, wo er zirkular polarisiert wird. Seine Schwingung lässt sich zerlegen in eine parallel ef und eine parallel gh schwingende Komponente, die um $\frac{\lambda}{4}$ gegeneinander verzögert sind. Die erstere Komponente wird beim Eintritt in die Gipsplatte noch einmal in einen parallel ab und einen parallel cd oszillierenden Teil zerlegt; desgleichen die zweite Komponente. Im Gips sind daher in der Richtung ab sowohl als cd je zwei Schwingungen vorhanden, die gleiche Vibrationsintensität und gleiche Amplitude haben; die eine von ihnen ist aber jeweils der andern um $\frac{\lambda}{4}$ voraus, weil jede von verschiedenen Strahlen im Glimmer herkommt. Da beide nach derselben Ebene polarisiert sind, so können sie interferieren und einen einzigen Strahl bilden. Wir haben also wieder zwei geradlinig polarisierte Strahlen mit gleicher Intensität, die senkrecht zueinander schwingen und einen von der Doppelbrechung im Gips herrührenden gewissen Gangunterschied haben. Treten sie in das zweite Glimmerblättchen ein, so wird jeder in einen zirkularpolarisierten Strahl verwandelt, von denen aber der eine im entgegengesetzten Sinn des andern rotiert. Beide pflanzen sich wegen ihres Gangunterschieds verschieden schnell fort und vereinigen sich wieder, wie früher gezeigt, zu einem einzigen geradlinigen Strahl, dessen Polarisationsebene gegen die ursprüngliche Lage ab umsomehr gedreht ist, um je mehr Wellenlängen der eine Strahl im Gipsblättchen dem andern vorausgeeilt ist.

Wenn man nach Reusch (1869) eine Anzahl (12—36) Blättchen zweiachsigen Glimmers von möglichst gleicher, aber geringer Dicke so aufeinander schichtet, dass die

zur Fläche der Blättchen senkrecht stehende Achsenebene jedes weiter hinzugefügten Blättchens gegen die des darunterliegenden im Uhrzeigersinn um 120° gedreht ist, so dreht diese Kombination die Polarisationsebene eines normal durchgehenden Strahls ebenfalls im Uhrzeigersinn, verhält sich also wie eine senkrecht zur optischen Achse geschnittene Platte eines rechtsdrehenden Quarzes. Hat man im entgegengesetzten Sinn aufgeschichtet, so ist die Kombination linksdrehend.

Sohncke, der sich weiterhin damit beschäftigt hat, findet, dass die Erscheinung umso näher derjenigen von Quarz ist, je dünner die Blättchen sind. Dann lässt sich die Abhängigkeit des

Fig. 58.



erreichten Drehungswinkels von der Wellenlänge gut durch die Boltzmannsche Formel darstellen.

Während bei etwas dickeren Blättchen die Drehung noch vom Azimut des einfallenden Strahls, d. h. von dem Winkel abhängt, den eine Polarisationsebene mit der Ebene der optischen Achsen des zuerst getroffenen Glimmerblättchens bildet, fällt dies bei sehr dünnen Blättchen weg. Die Erscheinung tritt schon auf für drei unter 120° gegeneinander aufgeschichtete Glimmerblättchen.

Im allgemeinen ist ein aus einer solchen Triade austretender Strahl elliptisch polarisiert; die Ellipsen werden aber für alle Azimute umso gestreckter, je dünner die Blättchen sind. Bei genügend dünnen Blättchen ist die Ellipse vollständig in eine Gerade übergegangen und zwar dann, wenn man das Quadrat der Grösse $\sin^2 \frac{d\pi}{T} \cdot \left(\frac{1}{n_o} - \frac{1}{n_e}\right)$ gegen 1 vernachlässigen kann.

In diesem Fall ist die Drehung der Anzahl aufeinandergelegter

Triaden proportional. Man wird deshalb, wie Reusch es tut, jeweils viele Triaden aufeinanderschichten, um eine beträchtliche Drehung zu erreichen.

Die Theorie der Erscheinung wurde von Sohncke gegeben, indem er die Amplitude und den Phasenunterschied der beiden aus einer Triade herauskommenden Strahlen, von denen der eine parallel, der andre senkrecht zum Hauptschnitt des letzten Blättchens polarisiert ist, berechnete.

Man könnte aus diesen Versuchen schliessen, dass in drehenden Kristallen eine ähnliche Schichtung vorhanden wäre wie bei Glimmerkombinationen, die herrührte von gewissen Spannungen nach bestimmten Flächen in ähnlicher Weise, wie dies beim Vorgang der später zu beschreibenden Lamellarpolarisation der Fall zu sein scheint. Besonders ist auffallend, dass Kristalle mit Lamellarpolarisation auch oft Zirkularpolarisation zeigen, und umgekehrt.

Nach der Vorstellung v. Langs über die Struktur drehender Kristalle würde die Deformation eines aus Aether bestehenden Elementarparallelepipeds, was vermöge seiner Elastizität die Aetherschwingungen fortzupflanzen befähigt ist, nicht nur durch diese allein, sondern auch durch äussere Einwirkung der Körpermoleküle herbeigeführt werden. Bei zirkularpolarisierenden Substanzen würden dann die Moleküle dem Parallelepiped nicht nur eine Deformation, sondern auch eine Drehung im einen oder andern Sinn erteilen. Man hätte dabei ausser der netzförmigen Anordnung der kleinsten Teilchen des Kristalls noch eine spiralige hinzuzunehmen. Ob beide Anordnungen den Molekülen eigen sind, oder ob etwa die Moleküle netzförmig, die Atome in ihnen spiralig geordnet wären, bleibt dahingestellt.

Die Ueberlegung, dass parallel zur Achse eines Quarzes nur Zirkularstrahlen, senkrecht dazu nur geradlinig polarisierte sich fortpflanzen, führte Airy zu der Annahme, dass alle in andern Richtungen verlaufenden Strahlen elliptisch polarisiert seien. Es wird also geradlinig polarisiertes Licht, das auf eine nicht genau senkrecht zur optischen Achse geschnittene Quarzplatte normal auffällt, in zwei elliptisch polarisierte Strahlen zerlegt, die sich mit verschiedener Geschwindigkeit fortpflanzen, und

$$s = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi\upsilon}{\lambda}$$

ist, wird

$$\alpha = \frac{k' - k''}{2} z = \frac{2\pi^2 . c\upsilon^2}{b^4 . \lambda^2} . z.$$

Der Drehungswinkel α ist demnach proportional der Dicke der durchlaufenen Schicht und umgekehrt proportional dem Quadrat der Wellenlänge. Ist die Konstante $c > o$, so ist der Kristall rechtsdrehend, ist $c < o$, so ist er linksdrehend.

Diese Ableitung sei nur ein Beleg für die vielen in ähnlicher Weise durchgeführten Theorien, welche aber wie diese keine grössere Bedeutung haben.

57. **Erscheinungen im konvergenten Licht.** Wird eine senkrecht zur optischen Achse geschnittene Quarzplatte in ein Polarisationsmikroskop gebracht, so treten im homogenen Licht dunkle und helle Ringe auf, die beim Drehen des Analysators in Kurven übergehen, die von der Kreisform abweichen. Im weissen Licht erscheinen die Ringe in den Newtonschen Farben. Dabei wird das Gesichtsfeld nicht von einem schwarzen Kreuz durchzogen, wie es bei gewöhnlichen einachsigen Kristallen der Fall ist. Dies erklärt sich einfach dadurch, dass die Polarisationsebenen der Lichtstrahlen in der Mitte des Gesichtsfelds wegen ihrer Verdrehung durch den Quarz keiner der beiden Hauptebenen des Apparats parallel gehen werden und deshalb Auslöschung unmöglich ist. Dagegen erscheint die Mitte des Gesichtsfelds lebhaft gefärbt und zwar genau so, als würde paralleles Licht auffallen, was ja auch hier für die Richtung der Achse der Fall ist. Dabei erblickt man aber, wenn das Auge unter einem bestimmten Winkel gegen die Platte sieht, in einigem Abstand vom Zentrum an vier um je 90° voneinander abstehenden Stellen verschwommene dunkle Büschel, die nach aussen sich verbreitern. Dies sind die Ueberreste des dunklen Kreuzes. Man versteht, dass sie nur dort erscheinen können, wo die Neigung der im Kristall verlaufenden Strahlen gegen die Achse einen solchen Winkel erreicht hat, dass die Zirkularpolarisation nahe verschwunden ist. Pflanzen sich dagegen Strahlen unter geringerer Neigung fort, so erleidet ihre Polarisationsebene noch eine Drehung, die mit der Verminderung des Neigungswinkels gegen die Achse zu wächst; andernfalls könnte nur die Mitte des Sehfelds gefärbt sein, und

$$\frac{d^2\eta}{dt^2} = b^2 . \frac{d^2\eta}{z^2 d} - c\frac{d^3\xi}{dz^3}.$$

Als Integrale können die beiden obigen beibehalten werden; nur müssen deren Konstanten nach ihrer Einsetzung in die Gleichungen geeignet bestimmt werden, damit sie denselben genügen. Man findet unter diesen Voraussetzungen, wenn der Anfangspunkt der Zeit so gewählt wird, dass $\varphi = o$ und $p = \pm q$, ferner $\varkappa = \frac{\pi}{2}$ wird,

$$\xi = p . \sin(kz - st)$$
$$\eta = \pm p . \cos(kz - st).$$

Nach Elimination der Zeit t resultiert die Gleichung eines Kreises, und zwar repräsentieren die beiden Gleichungen zwei entgegengesetzt zirkularpolarisierte Strahlen, die sich mit verschiedenen Geschwindigkeiten fortpflanzen, weil **k** vermöge der Beziehung

$$k = \frac{s}{b} \pm \frac{cs^2}{2b^4}$$

zwei Werte annehmen kann.

Die beiden zirkularpolarisierten Strahlen sind also durch die Gleichungen

$$\xi = p . \sin(k'z - st)$$
$$\eta = p . \cos(k'z - st)$$

und

$$\xi' = p . \sin(k''z - st)$$
$$\eta' = - p . \cos(k''z - st)$$

gegeben.

Nachdem beide die Dicke z der Platte durchlaufen haben, setzen sie sich wieder zu zwei geradlinigen Vibrationen zusammen:

$$\xi + \xi' = 2p . \sin\left(\frac{k' + k''}{2} z - st\right) . \cos\frac{k' - k''}{2} z$$

$$\eta + \eta' = - 2p . \sin\left(\frac{k' + k''}{2} z - st\right) . \sin\frac{k' - k''}{2} z.$$

Beide gehen in eine einzige geradlinige Schwingung über, deren Gleichung

$$\frac{\eta + \eta'}{\xi + \xi'} = - \operatorname{tg}\frac{k' - k''}{2} z$$

wird, deren Polarisationsebene also um den Winkel $\frac{k' - k''}{2} z$ gedreht ist.

Nun war oben

$$k' = \frac{s}{b} + \frac{cs^2}{2b^4}$$

$$k'' = \frac{s}{b} - \frac{cs^2}{2b^4}$$

$$\frac{k' - k''}{2} = \frac{cs^2}{2b^4}.$$

Da aber

wo a und b die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten des ordinären und extraordinären Strahls, i der Einfallswinkel bedeutet.

Für vertikales Auffallen müsste hier $\Theta = o$ sein. Dann ist aber auch $k = 1$, und die Intensitätsgleichung wird

$$J = c^2 . \cos^2\left(\varkappa - \frac{\pi \Theta}{\lambda}\right).$$

Für gekreuzte Hauptebenen, also $\varkappa = 90^0$, wird

$$J = c^2 . \sin^2 \frac{\pi \Theta}{\lambda} = o$$

für $\Theta = o$. Die Mitte des Gesichtsfelds müsste also dunkel erscheinen. Dies ist für Quarz nicht der Fall, sondern es tritt, nach Biot, eine Drehung der Polarisationsebene von der Grösse $\frac{e . d}{\lambda^2}$ ein, wenn e ein konstanter Faktor und d die Plattendicke ist. Es muss also, um die Gleichung für drehende Substanzen geeignet zu machen, zu $\alpha = \varkappa$, das ohne Platte Dunkelheit gibt, dieser Betrag $\frac{e\,d}{\lambda^2}$ addiert, also $\varkappa = 90 + \frac{e\,d}{\lambda^2}$ gesetzt werden.

Der Gangunterschied Θ, der im ersten Fall Dunkelheit gab, gehorchte der Beziehung $\varkappa - \frac{\pi \Theta}{\lambda} = 90^0$ oder $\varkappa = 90 + \frac{\pi \Theta}{\lambda}$. Setzen wir diesen und den obigen Wert einander gleich, also $\frac{\pi \Theta}{\lambda} = \frac{e\,d}{\lambda^2}$, so finden wir für $\Theta = \frac{e\,d}{\lambda \pi}$. Fügen wir dies zu dem einfachen Gangunterschied hinzu, so ist

$$\Theta = d \left\{ \frac{e}{\lambda \pi} + \frac{b^2 - a^2}{2\,a}\, i^2 \right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{(II)}$$

die für drehende Kristalle richtige Form.

Für positives Θ ist der Kristall rechts-, für negatives linksdrehend. Mit diesen beiden Formeln für die Intensität und den Gangunterschied lassen sich alle Erscheinungen berechnen.

1. Die Intensität geht für $k = 1$ und $i = 0$, d. h. für die Mitte des Gesichtsfelds über in

$$J = c^2 \cos^2\left(\varkappa - \frac{d\,e}{\lambda^2}\right).$$

Sie wird also mit weissem Licht nie dunkel, vielmehr stimmt die Farbe nahe überein mit den Newtonschen Farben einer

Luftschicht von der Dicke $\frac{2\,d\,e}{\lambda'}$, wenn λ' eine mittlere Wellenlänge ist.

In allen andern Fällen sind die Kurven gleichen Gangunterschieds durch die Gleichung

$$d\left\{\frac{e}{\lambda\pi} + \frac{b^2 - a^2}{2\,a}\,i^2\right\} = \text{const.}$$

dargestellt.

Sie stellen Kreise dar in den Newtonschen Farben.

Für gekreuzte Hauptebenen lautet die Intensitätsformel:

$$J = c^2\left(\frac{1-k^2}{1+k^2}\right)\sin^2\frac{\pi\Theta}{\lambda}\left\{\frac{4\,k^2}{(1+k^2)^2} + \left(\frac{1-k^2}{1+k^2}\right)^2 \sin^2 2\alpha\right\}. \quad \text{(III)}$$

Die Intensität wird Null für $\frac{\pi\Theta}{\lambda} = 0,\ \pi,\ 2\pi\ldots$

Wir haben im Gesichtsfeld also dunkle Ringe, die mit hellen abwechseln als Kurven gleichen Gangunterschieds.

In der Abhängigkeit des J von α stellen sich nur Maximal- und Minimallagen ein, d. h. die Intensität ist für $\alpha = 0^0\ 90^0\ldots$ wo die Sehrichtung mit einer Hauptebene zusammenfällt, am schwächsten, und für $\alpha = 45^0,\ 135^0\ldots$ am stärksten.

Für beträchtlichere Neigung gegen die Achse wird $k = 0$, dort verschwindet die ganze Intensität in den Lagen $\alpha = 0^0\ 90^0\ldots$, dort treten also dunkle Büschel auf, die aber nicht bis zur Mitte des Gesichtsfelds gehen. Es folgt:

Im konvergenten weissen Licht erscheint bei optisch aktiven, senkrecht zur optischen Achse geschnittenen einachsigen Kristallen ein den gewöhnlichen einachsigen Farbenbildern ähnliches System von Farbenringen; die Mitte des Gesichtsfelds ist gefärbt; die dunklen Kreuzesarme beginnen erst in gewisser Entfernung von der Mitte und verbreitern sich nach aussen.

2. Der Analysator werde gedreht, d. h. $\varkappa$ verändert. Nimmt man an, dass sich der Faktor k für geringe Veränderungen von Θ nicht wesentlich verändert, so gibt die allgemeine Intensitätsformel die Beziehungen zwischen Intensität und Gangunterschied. Die Maximal- und Minimalstellen der Intensität finden wir durch Differentiation von J nach der Grösse Θ.

wo a und b die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten des ordinären und extraordinären Strahls, i der Einfallswinkel bedeutet.

Für vertikales Auffallen müsste hier $\Theta = o$ sein. Dann ist aber auch $k = 1$, und die Intensitätsgleichung wird

$$J = c^2 . \cos^2 \left(\varkappa - \frac{\pi \Theta}{\lambda}\right).$$

Für gekreuzte Hauptebenen, also $\varkappa = 90^0$, wird

$$J = c^2 . \sin^2 \frac{\pi \Theta}{\lambda} = o$$

für $\Theta = o$. Die Mitte des Gesichtsfelds müsste also dunkel erscheinen. Dies ist für Quarz nicht der Fall, sondern es tritt, nach Biot, eine Drehung der Polarisationsebene von der Grösse $\frac{e . d}{\lambda^2}$ ein, wenn e ein konstanter Faktor und d die Plattendicke ist. Es muss also, um die Gleichung für drehende Substanzen geeignet zu machen, zu $\alpha = \varkappa$, das ohne Platte Dunkelheit gibt, dieser Betrag $\frac{e\,d}{\lambda^2}$ addiert, also $\varkappa = 90 + \frac{e\,d}{\lambda^2}$ gesetzt werden.

Der Gangunterschied Θ, der im ersten Fall Dunkelheit gab, gehorchte der Beziehung $\varkappa - \frac{\pi \Theta}{\lambda} = 90^0$ oder $\varkappa = 90 + \frac{\pi \Theta}{\lambda}$. Setzen wir diesen und den obigen Wert einander gleich, also $\frac{\pi \Theta}{\lambda} = \frac{e\,d}{\lambda^2}$, so finden wir für $\Theta = \frac{e\,d}{\lambda \pi}$. Fügen wir dies zu dem einfachen Gangunterschied hinzu, so ist

$$\Theta = d \left\{ \frac{e}{\lambda \pi} + \frac{b^2 - a^2}{2\,a}\, i^2 \right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{(II)}$$

die für drehende Kristalle richtige Form.

Für positives Θ ist der Kristall rechts-, für negatives linksdrehend. Mit diesen beiden Formeln für die Intensität und den Gangunterschied lassen sich alle Erscheinungen berechnen.

1. Die Intensität geht für $k = 1$ und $i = 0$, d. h. für die Mitte des Gesichtsfelds über in

$$J = c^2 \cos^2 \left(\varkappa - \frac{d\,e}{\lambda^2}\right).$$

Sie wird also mit weissem Licht nie dunkel, vielmehr stimmt die Farbe nahe überein mit den Newtonschen Farben einer

folgen, alle Lagen aufzusuchen, für welche der Gangunterschied konstant ist. Aus der Gleichung II ist der Sehwinkel:

$$i = \sqrt{\frac{\left(\Theta - \frac{d e}{\lambda \pi}\right) 2a}{d(b^2 - a^2)}}.$$

Der Gangunterschied wird also um so grösser sein, je schiefer man gegen die Platte blickt.

Aus der Gleichung IV ersieht man, dass der Gangunterschied nun nicht in jeder Sehrichtung rings um die Achse derselbe bleibt, sondern dass er von dieser Richtung abhängig ist, ebenso wie von der Lage des Analysators. Für die Sehrichtung $\alpha = 45^0 - \frac{1}{2}\varkappa$ und $\alpha = 135^0 - \frac{1}{2}\varkappa$ hat Θ ein Minimum, für die Sehrichtung $\alpha = -\frac{\varkappa}{2}$ und $\alpha = 90^0 - \frac{\varkappa}{2}$ dagegen hat es ein Maximum. Wenn man daher rings um die Achse die Quarzplatte immer unter demselben Neigungswinkel i betrachtet, so wird man sich nicht genau längs einer Kurve gleichen Gangunterschieds bewegen. Blickt das Auge in der Richtung $\alpha = 45^0 - \frac{1}{2}\varkappa$, so sieht es dort einen zu kleinen, blickt es unter derselben Neigung in der Richtung $\alpha = -\frac{\varkappa}{2}$, so sieht es einen zu grossen Gangunterschied. Um eine Kurve gleichen Gangunterschieds, die demnach kein Kreis mehr sein kann, im Auge zu behalten, muss die Neigung der Sehrichtung gegen die Plattenoberfläche also verändert werden. In den Hauptschnitten $45 - \frac{1}{2}\varkappa$ und $135 - \frac{1}{2}\varkappa$ muss die Neigung eine grössere werden, damit man denselben Gangunterschied hat, das Auge muss also nach einem Punkt sehen, der etwas weiter von der Mitte des Gesichtsfelds absteht; in den um 45^0 davon abstehenden Hauptschnitten dagegen muss die Neigung verkleinert werden, muss also ein Punkt betrachtet werden, der gegen die Mitte näher liegt, weil weiter aussen der Gangunterschied zu gross wäre. Man sieht demnach, dass die Kurven gleichen Gangunterschieds sich in zwei aufeinander senkrechten Richtungen etwas vom Gesichtsfeld nach aussen entfernen,

$$\frac{dJ}{d\Theta} = \left(\frac{1-k^2}{1+k^2}\right)^2 . \cos^2(\varkappa + 2\alpha) . \sin\frac{2\pi\Theta}{\lambda}$$

$$+ 2\left(\cos\varkappa . \cos\frac{\pi\Theta}{\lambda} + \frac{2k}{1+k^2}\sin\varkappa\sin\frac{\pi\Theta}{\lambda}\right)$$

$$.\left(-\cos\varkappa . \sin\frac{\pi\Theta}{\lambda} + \frac{2k}{1+k^2}\sin\varkappa . \cos\frac{\pi\Theta}{\lambda}\right) = 0$$

oder

$$\operatorname{tg}\frac{2\pi\Theta}{\lambda} = \frac{2k}{1+k^2}\sin 2\varkappa$$

$$: \left[\cos 2\varkappa - \left(\frac{1-k^2}{1+k^2}\right)^2 \cos^2(\varkappa + 2\alpha)\right] \quad . \quad . \quad (IV)$$

Wird nun

$$\varkappa = 90 + \frac{ed}{\lambda^2} = 90 + \frac{\pi\Theta}{\lambda},$$

so zeigt die Mitte des Gesichtsfelds Dunkelheit, wie oben erwähnt. Nun ist aber die Intensität ferner am schwächsten, wenn die Sehrichtung $\alpha = 45 - \frac{1}{2}\varkappa$ beträgt; denn hierfür hat die obige Gleichung IV die Form

$$\operatorname{tg}\frac{2\pi\Theta}{\lambda} = \frac{2k}{1+k^2}\operatorname{tg} 2\varkappa,$$

d. h. ein Minimum. Das im homogenen Licht dunkle Gesichtsfeld wird also ein Kreuz sein, dessen Arme in den Richtungen $45 - \frac{1}{2}\varkappa$ und $135 - \frac{1}{2}\varkappa$ liegen. Im weissen Licht ist dieses Kreuz, das nur bei dünnen Quarzplatten deutlich erscheint, zuerst bläulich und geht beim weiteren Drehen von $\varkappa$ in Gelb über, weil nämlich λ für Blau kleiner ist als für Gelb und deshalb der obige Wert von $\varkappa$, welcher den gelben Strahlen den Austritt verwehrt, kleiner ist als derjenige, welcher keine blauen durchlässt. Es werden also bei einem gewissen Wert von $\varkappa$ nur die blauen, bei einem grösseren Winkel nur die gelben oder roten Strahlen durchgelassen.

Betrachten wir die Veränderung der Farbenringe beim Drehen des Analysators. Jeder Ring genügt der Gleichung $\Theta = \text{konst.}$ Wir haben also, um einen Farbenring im Gesichtsfeld zu ver-

folgen, alle Lagen aufzusuchen, für welche der Gangunterschied konstant ist. Aus der Gleichung II ist der Sehwinkel:

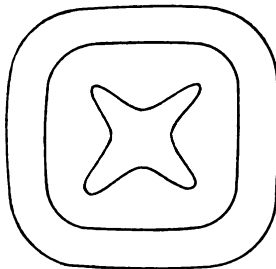
$$i = \sqrt{\frac{\left(\Theta - \frac{de}{\lambda \pi}\right) 2a}{d(b^2 - a^2)}}.$$

Der Gangunterschied wird also um so grösser sein, je schiefer man gegen die Platte blickt.

Aus der Gleichung IV ersieht man, dass der Gangunterschied nun nicht in jeder Sehrichtung rings um die Achse derselbe bleibt, sondern dass er von dieser Richtung abhängig ist, ebenso wie von der Lage des Analysators. Für die Sehrichtung $\alpha = 45^0 - \frac{1}{2}\varkappa$ und $\alpha = 135^0 - \frac{1}{2}\varkappa$ hat Θ ein Minimum, für die Sehrichtung $\varkappa = -\frac{\varkappa}{2}$ und $\alpha = 90^0 - \frac{\varkappa}{2}$ dagegen hat es ein Maximum. Wenn man daher rings um die Achse die Quarzplatte immer unter demselben Neigungswinkel i betrachtet, so wird man sich nicht genau längs einer Kurve gleichen Gangunterschieds bewegen. Blickt das Auge in der Richtung $\alpha = 45^0 - \frac{1}{2}\varkappa$, so sieht es dort einen zu kleinen, blickt es unter derselben Neigung in der Richtung $\alpha = -\frac{\varkappa}{2}$, so sieht es einen zu grossen Gangunterschied. Um eine Kurve g l e i c h e n Gangunterschieds, die demnach kein Kreis mehr sein kann, im Auge zu behalten, muss die Neigung der Sehrichtung gegen die Plattenoberfläche also verändert werden. In den Hauptschnitten $45 - \frac{1}{2}\varkappa$ und $135 - \frac{1}{2}\varkappa$ muss die Neigung eine grössere werden, damit man denselben Gangunterschied hat, das Auge muss also nach einem Punkt sehen, der etwas weiter von der Mitte des Gesichtsfelds absteht; in den um 45^0 davon abstehenden Hauptschnitten dagegen muss die Neigung verkleinert werden, muss also ein Punkt betrachtet werden, der gegen die Mitte näher liegt, weil weiter aussen der Gangunterschied zu gross wäre. Man sieht demnach, dass die Kurven gleichen Gangunterschieds sich in zwei aufeinander senkrechten Richtungen etwas vom Gesichtsfeld nach aussen entfernen,

in den zwischenliegenden Lagen dagegen gegen dasselbe hingezogen werden. Die Kreise haben die Form von Quadraten angenommen mit abgerundeten Ecken, so wie die Figur es zeigt. Man sieht ausserdem, dass die Diagonalen der abgerundeten Ecken in den Richtungen der dunklen kurzarmigen Kreuze liegen, nämlich bei $\alpha = 45 - \frac{1}{2}\varkappa$ und $\alpha = 135 - \frac{1}{2}\varkappa$. Es folgt:

Fig. 59.



Eine dünne rechtsdrehende Quarzplatte zeigt bei einer Drehung des Analysators im Sinne des Uhrzeigers in der Mitte ein kurzarmiges, erst bläuliches, bei weiterer Drehung in Gelb und Rot übergehendes Kreuz. Die Farbenringe haben eine halb kreisförmige, halb quadratische Form angenommen; die Arme des Kreuzes sind nach den Ecken der Kurven gleichen Gangunterschieds gerichtet.

3. Wird die Veränderung der Ringe bei fortgesetzter Drehung des Analysators beobachtet, also die Abhängigkeit des Gangunterschieds Θ von dem Winkel $\varkappa$, so folgt aus der Gleichung

$$\operatorname{tg} \frac{2\pi\Theta}{\lambda} = \frac{2k}{1+k^2} \operatorname{tg} 2\varkappa,$$

d. h. unter Beibehaltung einer festen Sehrichtung α, dass Θ mit $\varkappa$ zunimmt. Blicken wir daher nach einer festen Stelle im Farbenbild und drehen den Analysator, so nimmt Θ zu. Wenn aber Θ wächst, muss auch die Neigung der Strahlen gegen die Plattenoberfläche, d. h. i grösser werden; dann nimmt aber auch die Entfernung der betrachteten Stelle von der Mitte des Gesichtsfelds beständig zu. Es möge das Auge in der Ebene $\alpha = 45 - \frac{1}{2}\varkappa$ blicken, so gilt die obige Gleichung.

Ist nun $\varkappa = 0$, blickt das Auge in der Richtung 45^0 gegen die Hauptebene des Polarisators, so ist auch $\Theta = 0$; in der Mitte erscheinen in dieser Richtung dunkle Flecke.

Wächst $\varkappa$, so nimmt Θ in gleicher Weise zu, und es treten, da $\Theta =$ konst. i^2 ist, dunkle Ringe auf, welche immer grösseren Durchmesser annehmen, weil i wächst. Es zeigt sich also:

Eine senkrecht zur optischen Achse geschnittene rechtsdrehende Quarzplatte zeigt bei parallelen Hauptebenen des Polarisationsmikroskops in der Mitte des Gesichtsfelds dunkle Flecke, welche beim Drehen des Analysators im Sinne des Uhrzeigers zuerst in ein kurzarmiges Kreuz, dann in Ringe übergehen, welche sich bei weiterer Drehung beständig vergrössern, während unaufhörlich in der Mitte neue Flecke erscheinen, die ihrerseits wieder in Ringe übergehen.

Ist die Quarzplatte linksdrehend, so treten dieselben Erscheinungen auf, wenn man im entgegengesetzten Sinn des Uhrzeigers dreht.

58. **Kombinationen.** Durch Kombination mehrerer Platten erscheinen im konvergenten Licht Farbenbilder von grösster Komplikation, deren mathematische Verfolgung aber mit denselben Mitteln, wie die vorhergehenden waren, möglich ist.

1. Werden mehrere in gleichem Sinn drehende Platten aufeinandergelegt, so sind die Erscheinungen im konvergenten Licht von den schon beschriebenen nur dadurch unterschieden, dass der Analysator um einen grösseren Betrag gedreht werden muss, um dieselbe Zentralfarbe des kurzarmigen Kreuzes zu liefern.

2. Wird durch Einschalten eines $\frac{\lambda}{4}$-Glimmerblättchens zwischen Polarisator und Quarzplatte zirkularpolarisiertes Licht durch den Quarz geschickt und darauf linear analysiert, so zeigt sich ein System von zwei ineinander gewickelten Spiralen, die für rechtsdrehenden Quarz links, für linksdrehenden dagegen rechts gewunden sind.

Die Anfangspunkte der Spiralen liegen bei der rechtsdrehenden Platte in einem horizontalen Durchmesser, wenn sie für eine linksdrehende in einem vertikalen lagen für dasselbe zirkularpolarisierte Licht, und umgekehrt. Ebenso vertauschen sich die Erscheinungen, wenn das Glimmerblättchen mit seiner Längs-

richtung einmal unter 45°, einmal unter 135° gegen die Hauptebenen geneigt ist. Die Farbe der Mitte erscheint weiss, und die Spiralen sind gefärbt.

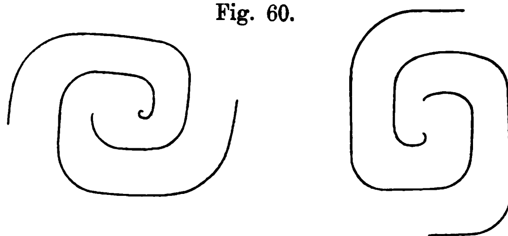
Der Schwingungszustand des vom Polarisator geradlinig polarisierten und darauf durch die $\frac{\lambda}{4}$ Platte, die unter 45° geneigt ist, gehenden Strahls ist durch

$$\rho_1 = \frac{a}{\sqrt{2}} \sin \frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x)$$

$$\rho_2 = \frac{a}{\sqrt{2}} \sin \frac{2\pi}{\lambda} \left(\nu t - x - \frac{1}{4}\right) = -\frac{a}{\sqrt{2}} \cos \frac{2\pi}{\lambda} (\nu t - x)$$

dargestellt (vergl. S. 148). Beim Eintritt in die Quarzplatte muss jede Bewegung wieder einzeln parallel und senkrecht zum Hauptschnitt zerlegt werden. Nach vielfachen Reduktionen entsteht auf solche Weise die aus dem Analysator austretende Intensität bei gekreuzten Hauptebenen:

Fig. 60.



$$J = \frac{a^2}{2} \Big\{ 1 - \frac{1-k^2}{1+k^2} \left[\sqrt{\frac{4k^2}{(1+k^2)^2} \cos^2 2\alpha + \sin^2 2\alpha} + \frac{2k}{1+k^2} \cos 2\alpha \right]$$
$$+ 2 \frac{1-k^2}{1+k^2} \sqrt{\frac{4k^2}{(1+k^2)^2} \cos^2 \alpha + \sin^2 a} \Big\} \cos^2 \left(\frac{\pi\Theta}{\lambda} + \frac{\psi}{2}\right),$$

darin ist

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{1+k^2}{2k} \cdot \operatorname{tg} 2\alpha$$

gesetzt.

Man sieht, dass der Faktor von $\cos^2 \left(\frac{\pi\Theta}{\lambda} + \frac{\psi}{2}\right)$ niemals verschwindet, solange k zwischen o und 1 liegt; es wird also nirgends ein dunkles Kreuz auftreten können. Ist k nahe $= 1$, so ist dieser Faktor sehr klein, d. h. in der Mitte wird die Intensität kleiner sein, und für $k = 1$ wird $J = \frac{a^2}{2}$ also von der Farbe unabhängig; die Mitte des Gesichtsfelds erscheint weiss, aber nicht sehr hell.

Ist k sehr klein, so ist auch der Faktor klein, wenn gleichzeitig $\sin 2\alpha = o$ ist, d. h. $\alpha = 0$ 90° 180° . . . Das Gesichtsfeld wird also in

einigem Abstand von der Mitte in vier aufeinander senkrechten Lagen nur schwach beleuchtet sein.

Die Gestalt der dunklen Ringe für einfarbiges Licht ist durch

$$\cos^2\left(\frac{\pi\Theta}{\lambda}+\frac{\psi}{2}\right)=0$$

gegeben, oder für

$$\frac{\pi\Theta}{\lambda}+\frac{\psi}{2}=\frac{\pi}{2} \text{ u. s. w.}$$

Während nun 2α von 0° bis 90° wächst, nimmt auch ψ vermöge der obigen Beziehung von 0 bis 90° zu, und zwar werden beide wegen des von 1 sehr wenig verschiedenen Faktors immer annähernd einander gleich sein. Man kann deshalb annäherungsweise für $\frac{\psi}{2}=\alpha$ setzen, so dass die dunklen Kurven durch

$$\frac{\pi\Theta}{\lambda}=\frac{\pi}{2}-\alpha$$

gegeben sind.

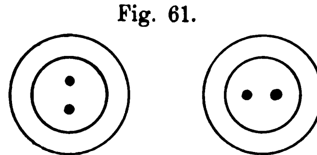
Man sieht, dass Θ mit abnehmendem α beständig wächst; d. h. die Kurven der Intensität Null sind Spiralen mit negativer Windungsrichtung.

Wird α um π vergrössert, so ist

$$\frac{\pi\Theta}{\lambda}=-\frac{\pi}{2}-\alpha,\quad \frac{\pi}{2}-\alpha, \text{ u. s. w.};$$

man erhält also dieselben Werte von Θ in Stellungen, die um 180° voneinander entfernt sind. Die Spiralen treten also in der Zweizahl auf. Ausserdem sind sie nicht genau rund, sondern quadratisch geformt, weil für die Sehrichtungen $90^\circ > 2\alpha > 0^\circ$ das $\psi > 2\alpha$ und für $90^\circ < 2\alpha < 180^\circ$ das $\psi < 2\alpha$ ist wegen des dazu kommenden Faktors $\frac{1+k^2}{2k}$. Demnach ist Θ zu klein für die Sehrichtung α zwischen 0° und 45°, dagegen zu gross für α zwischen 45° und 90° im Vergleich mit einer Spirale von gleichförmiger Annäherung zum Zentrum.

Fig. 61.



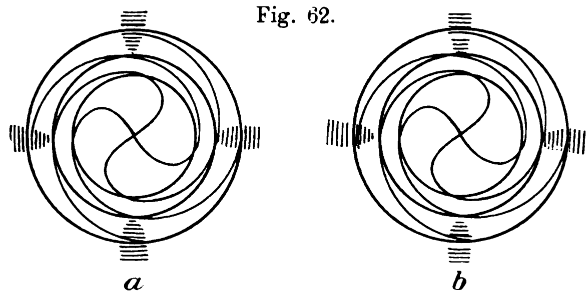
3. Wird linear auf den Quarz fallendes Licht zirkular analysiert, d. h. das Glimmerblättchen zwischen Quarzplatte und Analysator gebracht, so kehren sich die Erscheinungen für rechts- und linksdrehenden Quarz gerade um, während die Gestalt der Kurven dieselbe bleibt.

4. Wird zirkular einfallendes Licht, das vertikal liegende Anfangspunkte der Spiralen liefert, zirkular analysiert, d. h. wird sowohl unter als über die Quarz-

platte ein $\frac{\lambda}{4}$-Blättchen gelegt, so erscheint ein Ringsystem mit zwei vertikal liegenden Flecken. Lagen ursprünglich die Anfangspunkte der Spiralen horizontal, so hat das Ringsystem zwei horizontal liegende Flecke.

5. Ein eigenartiges Bild zeigen zwei Quarzplatten, welche mit gleichen Dicken aufeinandergelegt werden, von denen die eine rechts-, die andre linksdrehend ist. Man erblickt im konvergenten Licht vier Spiralen, die, von der Mitte des Gesichtsfelds ausgehend, aufeinander senkrecht stehen und in jedem Quadranten eine Reihe von Ringen schneiden. Die Drehungsrichtung hängt davon ab, ob der rechtsdrehende Quarz dem Analysator oder dem Polarisator be-

Fig. 62.



nachbart liegt. Und zwar erscheint die Kurve a für den ersten, die Kurve b für den zweiten Fall. Ausserdem treten in einigem Abstand vom Zentrum wieder um 90° voneinander abstehende dunkle Kreuzesarme auf.

Dieselbe Erscheinung kann mit einer einzigen Quarzplatte hervorgerufen werden, wenn sie auf den untern Spiegel des Nörrenbergschen Polarisationsapparates gelegt wird (Fig. 80). Denn dann müssen die geradlinig polarisierten Lichtstrahlen zuerst in der einen und auf dem Rückweg zum Analysator in der andern Richtung den Quarz durchlaufen. Während er für die ersteren Strahlen rechtsdrehend ist, ist er für die reflektierten linksdrehend von gleicher Dicke.

Die mathematische Betrachtung erfordert die Zerlegung des aus dem ersten Quarz austretenden Lichts in elliptische Vibrationen in der zweiten

Platte. Der Unterschied in der Drehungsrichtung der beiden Quarze ist nur durch das Vorzeichen von k angedeutet. Die Intensitätsformel für diesen Fall lautet:

$$J = a^2 \left(\frac{1-k^2}{1+k^2}\right)^2 . \sin^2 \frac{\pi\Theta}{\lambda} \left\{ \frac{4k}{1+k^2} \cos 2\alpha . \sin \frac{\pi\Theta}{\lambda} - 2 \sin\alpha . \cos \frac{\pi\Theta}{\lambda} \right\}^2,$$

wenn die Hauptebenen gekreuzt sind.

Wird

$$\frac{1+k^2}{2k} . \operatorname{tg} 2\alpha = \operatorname{tg}\psi$$

gesetzt, so geht sie über in

$$J = a^2 \left(\frac{1-k^2}{1+k^2}\right)^2 . \sin^2 \frac{\pi\Theta}{\lambda} \{16k^2 . \cos^2 2\alpha + 4(1+k^2)^2 \sin^2 2\alpha\} . \sin^2\left(\frac{\pi\Theta}{\lambda} - \psi\right).$$

Die **Intensität verschwindet** im homogenen Licht für

$$\text{a) } \sin^2 \frac{\pi\Theta}{\lambda} = 0 \text{ oder } \frac{\pi\Theta}{\lambda} = 0,\ \pi,\ 2\pi \ldots$$

Es **treten** also wieder **dunkle** oder im weissen Licht farbige **Ringe auf**, welche dieselben Durchmesser haben wie bei einer einzigen Platte von gleicher Dicke (vergl. S. 181).

$$\text{b) } \sin^2\left(\frac{\pi\Theta}{\lambda} - \psi\right) = 0 \text{ oder } \frac{\pi\Theta}{\lambda} = \psi,\ \pi + \psi \text{ u. s. w.}$$

Auch hier weicht ψ nie stark von 2α ab; wir setzen daher wieder

$$J = 0 \text{ für } \frac{\pi\Theta}{\lambda} = 2\alpha,\ \pi + 2\alpha \text{ u. s. w.}$$

Da i mit Θ zunimmt, also die Durchmesser der Ringe mit zunehmendem Gangunterschied wachsen, so haben wir durch diese Gleichungen **Spiralen mit zunehmendem Radiusvektor**, welche im weissen Licht Farben zeigen.

Wird α um $\frac{\pi}{2}$ oder π oder $\frac{3\pi}{2}$ vermehrt, so bleibt auch das um π, 2π, 3π vermehrte ψ dasselbe. Deshalb erscheinen dieselben Werte von Θ in 4 um 90° voneinander abstehenden Lagen.

Für die Durchschnittspunkte der Spiralen mit den Kreisringen muss gleichzeitig

$$\sin^2 \frac{\pi\Theta}{\lambda} = 0 \text{ und } \sin^2\left(\frac{\pi\Theta}{\lambda} - \psi\right) = 0$$

sein oder

$$\alpha = 0,\ \frac{\pi}{2},\ \pi \text{ u. s. w.}$$

Jede Spirale schneidet also einen folgenden Ring an einer von der vorhergehenden Schnittstelle um 90° abstehenden Lage, wie die Figur zeigt.

Werden nur die dem i annähernd gleich Null entsprechenden Stellen betrachtet, so wäre dort $\Theta = \frac{e d}{\lambda \pi}$ und die Spiralenform in der Mitte des Gesichtsfelds

$$\alpha = \frac{\pi \Theta}{2 \lambda} = \frac{e d}{2 \lambda^2}.$$

Das Kreuz, in dem die Spiralen entspringen, neigt sich um einen Winkel α gegen die Hauptebene des Analysators, der halb so gross ist wie derjenige, um den der Analysator früher gedreht werden musste, um in der Mitte des Gesichtsfelds für eine d mm dicke Platte die Drehung der Polarisationsebene aufzuheben (vergl. S. 180). Für kleines k, also starke Neigung i, ist für $\sin^2 2\alpha = 0$ die Intensität des Gesichtsfelds sehr schwach. Man sieht also in den Lagen $\alpha = 0, \frac{\pi}{2} \ldots$ in einigem Abstand von der Mitte dunkle Büschelandeutungen.

Kapitel VI.

Lamellare Polarisation.

Zuerst fand Biot mehrere reguläre Kristalle, namentlich Alaun, Flussspat, die sich im polarisierten Licht nach verschiedenen Seiten verschieden verhielten, indem sie, in manchen Lagen zwischen die gekreuzten Hauptebenen des Polarisationsapparats gebracht, das dunkle Gesichtsfeld wieder aufhellten und daher doppelbrechend zu sein schienen. Wird ein Alaunkristall parallel den Würfelflächen geschliffen, so erhalten wir ein Quadrat mit zwei aufeinander senkrechten Diagonalen. Legen wir eine solche Platte zwischen die gekreuzten Hauptebenen, dass die Diagonalen mit ihnen zusammenfallen, so erscheinen diese als scharfe dunkle Linien, während die vier Dreiecke gleichmässige Aufhellung zeigen. Biot erklärte die Erscheinung durch die Annahme, dass das Alaunoktaeder aus vielen aufeinandergelagerten Schichten bestehe, die auf das Licht in ähnlicher Weise durch Brechung und Reflexion wirken könnten wie die erwähnten Glasplattensätze; er nannte sie „polarisation lamellaire". Man sieht, dass dieselbe nicht eine besondere Art von Lichtschwingungen darstellt, sondern nur eine Folge von Unregelmässigkeiten und mangelnder Homogenität in einem Kristall ist. Sie wird hier nur deshalb erwähnt, weil ihr Auftreten bei manchen optischen Untersuchungen verwirren kann und als Störung erkannt werden muss. Reusch und Marbach glauben, dass diese lamellare Polarisation zurückzuführen sei auf Spannungserscheinungen, wie sie im Laufe der Kristallisation besonders an grösseren Kristallen auftreten können; ihre Ansicht wird gestützt durch die Tatsache, dass die Erscheinungen durch Druck, der auf die betreffenden Kristalle

ausgeübt wird, deutlicher hervortreten. Nach Marbach gehören besonders hierher:

1. Bromsaures Nickeloxydul, ein grünes Salz, das in Oktaedern kristallisiert, deren Ecken durch Würfelflächen abgestumpft sind. Ein parallel einer Würfelfläche geschnittenes Blättchen erhellt das dunkle Gesichtsfeld gekreuzter Polarisationsapparate. Dreht man die Platte, so erscheint sie dunkel, wenn die Oktaederachsen 45° mit den Hauptebenen bilden, während die grösste Helligkeit für den Winkel 0° oder 90° eintritt mit grüner Färbung. Ausserdem wird das Gesichtsfeld von einem dunklen Kreuz durchzogen, dessen Arme immer parallel den Oktaederachsen liegen.

Ist die Kristallplatte parallel einer Oktaederfläche geschnitten, so sieht man im gekreuzten Apparat dreiseitige Felder, die sich beim Drehen der Platte derart ändern, dass jeweils zwei gegenüberliegende Felder verdunkelt werden, wenn sie von den Hauptebenen des Apparats halbiert sind. Die andern Felder sind dann von mittlerer Helligkeit und durch einen schwarzen diagonalen Strich getrennt. Eine Drehung um 30° und 60° verdunkelt zwei andre Felder. Um 15° gedreht, erscheinen alle sechs Felder hell und sind durch dunkle Radien getrennt. Bei parallelen Hauptebenen verschwinden die dunklen Striche.

Je dünner die Platte ist, desto weniger gut werden die beschriebenen Phänomene sichtbar. Es liegt nahe, anzunehmen, dass die Kristalle in bestimmten Richtungen, die mit der Ebene der Oktaederachsen zusammenfallen, von feinen Lamellen einer doppelbrechenden Substanz durchzogen sind. Dass die Erscheinung keiner Wirkung des ganzen Kristalls selbst zugeschrieben werden kann, geht daraus hervor, dass sie nur in bestimmt geschnittenen Platten auftritt.

Ganz ähnliche Phänomene zeigt

2. das bromsaure Kobaltoxydul,
3. der salpetersaure Strontian,
4. der salpetersaure Baryt,
5. das salpetersaure Bleioxyd,

die alle regulär kristallisieren. Manche zeigen ausserdem Zirkularpolarisation.

Kapitel VII.

Absorption in Kristallen.

---

59. **Farbige Kristalle.** Das Licht erleidet auf seinem Wege in jedem durchstrahlten Körper eine Schwächung seiner Intensität, eine teilweise Absorption. Ist diese unmerklich gross, so nennt man den Körper durchsichtig, ist sie so gross, dass schon nach Zurücklegung einer geringen Strecke die Energie des Strahls aufgezehrt ist, so nennt man den Körper undurchsichtig. Von vollkommen undurchsichtigen Körpern kann dabei ebensowenig die Rede sein, wie von vollkommen durchsichtigen, da jeder Körper noch manchen Lichtstrahlen den Durchgang gestattet, falls er nur in genügend dünnen Schichten angewendet wird. Es ist auf diese Weise sogar möglich, den Brechungsexponenten der Metalle mit der Prismenmethode zu bestimmen. Wenn die Absorption eines Körpers nur wenig abhängt von der Wellenlänge des durchtretenden Lichts, so werden sich die den Kristall verlassenden Lichtsorten wieder zu Weiss vereinigen; man nennt den Körper farblos. Wenn dagegen manche Lichtarten sehr verschieden stark absorbiert werden, treten nicht alle Wellenlängen durch, sondern es erscheint eine von Weiss verschiedene Mischfarbe; der Körper heisst gefärbt. Rührt die Färbung eines Kristalls von seiner stofflichen Natur her, so nennt man ihn eigenfarbig oder idiochromatisch, ist sie ein Produkt der Beimischung fremdartiger Körper, so nennt man ihn fremdfarbig oder allochromatisch. Zu ersteren gehören z. B. die chromsauren, die Kupfersalze u. s. w., zu letzteren der Cordierit. Sind die fremden

Partikelchen regelmässig eingestreut, so gibt sich dies im reflektierten Licht durch Auftreten eines **Flächenschillers** zu erkennen. Bei den gewöhnlichen gefärbten Kristallen ist aber der Farbstoff überall gleichmässig verteilt und gewissermassen in der Kristallsubstanz aufgelöst.

Ist die Intensität des auf einen gefärbten Kristall auffallenden Lichts J_0, so stellt sich die des die z mm dicke Schicht durchlaufenen Strahls dar durch $J = J_0 e^{-\alpha \cdot z}$. Darin α der Absorptionskoeffizient, der ein Mass ist für die Absorptionsgrösse der Dicke 1 der Substanz.

60. **Erklärungsversuche der Absorption.** Die Absorption des Lichts im Innern des Kristalls bedeutet für die Lichtbewegung einen Energieverlust, der sich wegen der Konstanz der Energie im Weltall an einer andern Stelle nachweisen lassen muss. Dass die vom Fürsten v. Wrede früher versuchte Erklärung, die Absorption sei zurückzuführen auf Interferenzen, welche durch die im Innern des Körpers hervorgerufenen Reflexionen entstehen, nicht genügen kann, unterliegt keinem Zweifel. Man muss vielmehr eine mechanische Erklärungsweise suchen, welche die Ursache der Absorption in einer Uebertragung der Aetherbewegung auf die ponderablen Moleküle der absorbierenden Substanz sieht. Eine Bewegung der letzteren kann man sich vorstellen einmal als Hin- und Herschwingen des ganzen Moleküls um seine Gleichgewichtslage, das andre Mal als Vibration innerhalb des Moleküls, wobei letzteres als Ganzes seinen Ort nicht verändert. Die Bewegungen der ersten Art müssen wesentlich von Elastizitätskräften abhängen, welche das Molekül in seine Ruhelage zurückzuführen streben, so dass die Absorption von dieser Elastizitätskraft abhängt.

Die Erfahrungstatsachen stimmen aber besser mit der zweiten Vorstellung, weil die Absorption vieler Körper selbst in verschiedenen Aggregatzuständen dieselbe bleibt, während doch die Elastizität sich dabei wesentlich verändert.

Wir wollen ein Molekül als Massenpunkt m auffassen und zu bestimmen suchen, welche Kräfte auf es wirken könnten vermöge der Aetherbewegung. Zunächst wird der Einfluss derselben die Wirkung einer periodischen Kraft sein, deren Periode mit der Oscillationsdauer des einfallenden Lichtstrahls, also d[illegible] $\frac{t}{T}$, überei[illegible]t. Ferner werden auf das

Molekül noch Kräfte wirken, welche von den Nachbarmolekülen ausgehen als Wirkung einer Wärmestrahlung, die ja bei jeder Temperatur vorhanden ist. Ist T' die Schwingungsdauer dieser Wärmestrahlen, so sei diese Kraft mit $e \,.\, \sin\left(2\pi \frac{t}{T'} - \varepsilon\right)$ bezeichnet. Infolge dieses äusseren Anstosses bleiben aber die Bewegungen des Moleküls nicht unendlich klein, so dass man annehmen muss, dass es der Wirkung elastischer Kräfte ausgesetzt ist, welche sowohl der einfachen Entfernung als vom Quadrat der Entfernung von der Gleichgewichtslage proportional sind. Ausserdem findet die Molekülbewegung einen Widerstand des Aethers, der also der Geschwindigkeit seiner Bewegung proportional ist. Die Gesamtbewegung des Massenpunkts ist dann durch die Gleichung:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = a^2x - b^2x^2 - c^2 \frac{dx}{dt} - d \,.\, \sin \frac{2\pi t}{T} - e \sin\left(\frac{2\pi t}{T'} - \varepsilon\right)$$

dargestellt.

Die Absorption wird sich aus dieser Gleichung finden lassen, wenn man den Zuwachs an lebendiger Kraft berechnet, den der Massenpunkt infolge der Aetherkraft $d \,.\, \sin \frac{2\pi t}{T}$ erfährt und zwar innerhalb der Zeit, die nothwendig ist, damit der Lichtstrahl einen wahrnehmbaren Eindruck auf der Netzhaut macht. Setzt man einmal $d = 0$, so ist die Differenz der beiden Ausdrücke die lebendige Kraft der übertragenen Bewegung, d. h. ein Mass für die Menge des absorbierten Lichts. Man kommt zu dem Resultat, dass diese Menge proportional ist der Amplitude d des einfallenden Lichts, was Bunsen experimentell bestätigte.

Unter der Annahme, dass die Aetherbewegung nur Oscillationen innerhalb des Moleküls hervorrufe, bleiben die Konstanten a und b auch für variable Dichte des Mediums unveränderlich.

61. **Absorption durch Kristalle.** Die Untersuchung eines amorphen oder eines **regulär kristallisierten** Körpers zeigt, dass dieselben das Licht nach allen Richtungen in derselben Menge absorbieren. Die Farbe des Körpers ist daher an allen Stellen dieselbe, vorausgesetzt, dass nur solche Richtungen miteinander verglichen werden, in denen der Lichtstrahl gleiche Dicken im Kristall durchlaufen hat.

Nun fand Arago, dass die Absorption in farbigen **doppelbrechenden** Kristallen von der Richtung in demselben abhängt. Der Kristall zeigt nach verschiedenen Richtungen verschiedene Farben, wenn auch der Weg, den dabei das Licht durchlaufen hat, beide Male der gleiche war. Es hängt also offenbar die Grösse der Absorption ab von der Geschwindigkeit, mit welcher der be-

treffende Lichtstrahl sich im Kristall fortpflanzt. Und da diese ja als Variable nach den verschiedenen Richtungen bekannt ist, so wird auch die Absorption in verschiedenen Richtungen variabel sein. Babinet fand, dass derjenige Lichtstrahl nun am wenigsten absorbiert wird, welcher sich am schnellsten fortpflanzt. Beer findet, dass diese allgemeinere Regel einige Ausnahmen hat; ihre allgemeine Formulierung wäre deshalb: Einer Zunahme der Geschwindigkeit in ein und demselben Mittel entspricht für dieselbe Farbe entweder immer eine Zu- oder immer eine Abnahme der durchtretenden Intensität des Lichts. Es gibt also Kristalle, bei denen Licht, das sich am raschesten fortpflanzt, am schwächsten absorbiert wird, und solche, bei denen es am stärksten absorbiert wird. Die Kristalle der letzteren Art sind bei weitem die Minderzahl.

In den optisch einachsigen Kristallen pflanzen sich zwei Strahlen mit verschiedener Geschwindigkeit fort, sie werden deshalb auch verschieden stark absorbiert werden. Die Kristalle zeigen daher an den Stellen, nach denen sich nur die ordinären Strahlen fortpflanzen, eine andre Farbe als an denen, wo nur ein extraordinärer Strahl vorhanden ist. Man nennt daher die farbigen einachsigen Kristalle, da sie wesentlich zwei verschiedene Farben zeigen, dichroitische. Die optisch zweiachsigen Kristalle weisen drei aufeinander senkrechte Richtungen auf, in welchen sie wesentlich verschiedene Farben zeigen, man nennt sie deshalb trichroitische; beide Arten zusammen werden auch pleochroitisch genannt.

Denkt man sich von einem Punkt im Innern solcher Kristalle nach allen Richtungen eine Länge proportional $\frac{1}{\sqrt{\alpha}}$ aufgetragen, wo α der Absorptionskoeffizient ist, so wird im allgemeinen ein dreiachsiges Ellipsoid entstehen, das für jede einzelne Farbe ein Bild der Helligkeitsverteilung gibt, in analoger Weise, wie es die Strahlenflächen für die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten in farblosen, durchsichtigen Kristallen tun. Man nennt eine solche Fläche Absorptionsfläche. Ihre Gestalt und in manchen Fällen auch ihre Orientierung im Kristall hängt von der Farbe

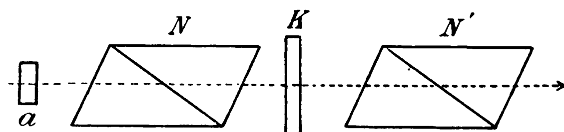
des Lichts ab. Man kann sich in diese Fläche ein Achsenkreuz von drei rechtwinkligen Geraden hineingelegt denken, so werden die drei Achsen der Absorption die Richtung der grössten, mittleren und kleinsten Absorption angeben.

62. **Messung der Absorption.** Tritt ein Lichtstrahl in einen doppelbrechenden Kristall ein, so verhalten sich die Intensitäten der beiden gebildeten Strahlen sehr annähernd wie $\sin^2 \alpha : \cos \alpha^2$, wenn α der Winkel ist, den die Schwingungsrichtungen derselben mit der Hauptachse bilden. Genau ist das Verhältnis durch $\sin^2 \alpha : C . \cos^2 \alpha$ gegeben, wenn C eine Konstante bedeutet, die bei den meisten farblosen Kristallen von 1 sehr wenig verschieden ist. Wird nun der eine der beiden Strahlen gegenüber dem andern stärker absorbiert, so gibt die Wiedervereinigung beider beim Austritt aus dem Kristall nicht mehr genau natürliches Licht, wie das vorher der Fall ist, sondern es wird ein Teil in einer Richtung polarisierten Lichts übrigbleiben, während gleiche Mengen senkrecht gegeneinander polarisierter Strahlen natürliches Licht liefern. Es tritt also aus dem absorbierenden Kristall eine Mischung von natürlichem und geradlinig polarisiertem Licht aus. Um die Verschiedenheit der Absorption beider Strahlen zu bestimmen, hat man nur nötig, die Menge linear polarisierten Lichts zu messen, die überschüssig vorhanden ist.

Dazu benutzte Dove ein **Compensationsverfahren**, das gute Resultate liefert. Das auf den pleochroitischen Kristall fallende Licht wird teilweise polarisiert austreten. Man erkennt das daran, dass eine gekühlte Glasplatte oder irgend ein doppelbrechender Kristall, der zwischen einen Polarisator und unsern Kristall gelegt wird, Farbenbilder zeigen. Das Auftreten derselben ist nun an das Erfordernis gebunden, dass das Licht linear analysiert wird. In diesem Sinne wirkt die farbige Kristallplatte wenigstens teilweise, indem sie Licht der einen Schwingungsrichtung besser hindurchlässt als solches der andern. Wird aber nun dieser Ueberschuss an polarisiertem Licht der einen Richtung durch Hinzufügen von gleichviel senkrecht dazu polarisiertem in natürliches verwandelt, so kann der Kristall nicht mehr als Analysator wirken, weil das von ihm durchgelassene Licht sich nicht mehr vom natürlichen unterscheidet. Dann muss das Farbenbild der

gekühlten Glasplatte verschwinden. Die Methode besteht also darin, dass man die durch einen Polarisator und eine gekühlte oder gepresste Glasplatte, welche im polarisierten Licht ähnliche Farbenerscheinungen zeigt wie eine senkrecht zur Achse geschnittene Kristallplatte, gehenden Lichtstrahlen mit dem pleochroitischen Kristall untersucht. Man dreht ihn so lange, bis das Farbenbild am deutlichsten wird. Dann schaltet man zwischen die Glasplatte und den Kristall einen Glasplattensatz ein und dreht ihn so lange, bis die Farbenerscheinung verschwindet. In diesem Fall wird vom Glasplattensatz gerade so viel Licht der einen Polarisationsrichtung zurückgehalten als vom absorbierenden Kristall zuviel durchgelassen wird gegenüber dem andern Strahl. Dann treten gleiche Mengen senkrecht aufeinanderschwingender Strahlen aus, die sich zu natürlichem Licht zusammensetzen. Da man aber aus der Neigung des Glasplattensatzes mit Hilfe der

Fig. 63.



Fresnelschen Rechnungen für Reflexion die Menge polarisierten Lichts berechnen kann, die er durchlässt, so ist auch damit die Grösse der Absorption des einen Strahls gegenüber dem andern gegeben.

Die Aenderung der Absorptionsverhältnisse mit der Wellenlänge des Lichts wurde zuerst von O. Hagen durch photometrische Messungen untersucht.

Wenn natürliches Licht auf einen pleochroitischen Kristall fällt, so zerlegt es sich in zwei Teile, die nach den Hauptschnitten der Platte polarisiert sind. Nach dem Austritt sind diese Teile nicht mehr gleich, da sie im Innern verschieden stark absorbiert werden. — Fällt homogenes Licht durch eine kleine Oeffnung a und ein Nicolsches Prisma N (siehe Polarisationsapparate S. 259) auf die absorbierende Kristallplatte K, ein Kalkspatstück N′ und eine Linse ins Auge, so wird man, wenn die Kristallplatte K fehlt, zwei Bilder der Oeffnung a sehen, welche gleichstark be-

leuchtet sind, wenn der Nicol 45° mit den Hauptschwingungsrichtungen des Kalkspats einschliesst.

Bringt man den Kristall K dazwischen, so dass dessen Polarisationsebenen mit denen des Kalkspats zusammenfallen, so werden die beiden Bilder gleichhell erscheinen, wenn die austretenden Mengen senkrecht gegeneinander polarisierten Lichts gleichgross sind. Ist dies nicht der Fall, so wird der Nicol N um den Winkel α gegen die Polarisationsebene des extraordinären Strahls in der Kristallplatte gedreht, bis gleiche Helligkeit der Bilder eintritt. Dann verhalten sich die Intensitäten des in die Kristallplatte eingetretenen ordinären und extraordinären Strahls wie $O : E = \sin^2 \alpha : \cos^2 \alpha$.

Nach dem Durchgang seien die Intensitäten O′ und E′, die durch geeignete Wahl von O und E einander gleich gemacht werden. Nennen wir dann $\frac{O'}{O} = \omega$ und $\frac{E'}{E} = \eta$, so würden die Verhältnisse von durchgehendem und auffallendem Licht die Absorptionsexponenten sein; sie sind relativ:

$$\frac{\omega}{\eta} = \operatorname{cotg}^2 \alpha.$$

Gelten ω und η für die Plattendicke 1, so gilt ferner die Tatsache, dass das Licht beim Durchstrahlen einer jeden neuen gleichdicken Schicht den gleichvielten Teil seiner Intensität verliert. Die Intensitäten des durchgegangenen Lichts sind also für die Plattendicke d: $O \cdot \omega^d$ und $E \cdot \eta^d$ oder, da beide durch Drehen des Nicolschen Prismas einander gleich gemacht werden, $\frac{E}{O} = \left(\frac{\omega}{\eta}\right)^d$. Auf diese Weise bestimmte Hagen das Verhältnis $\frac{\omega}{\eta}$ für verschiedene Wellenlängen, was sehr einfach ist, weil nur der Winkel α gemessen werden muss.

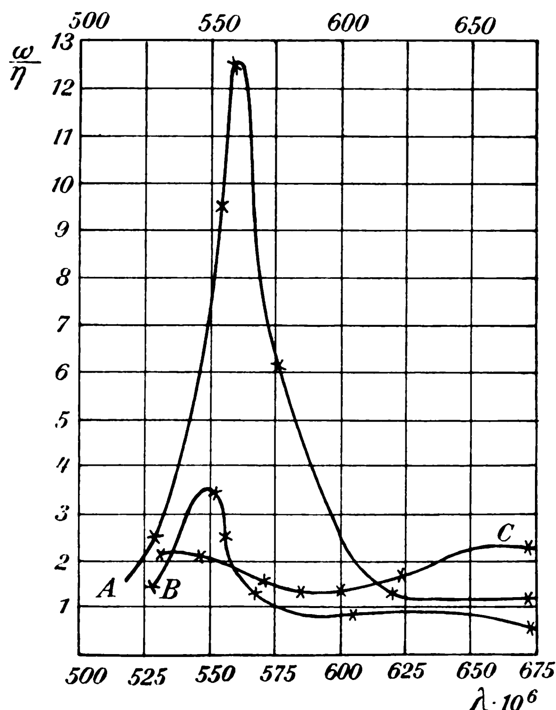
Die Absorption hat danach für manche Kristalle bei einer gewissen Wellenlänge ein Maximum, für andre ein Minimum. Ausserdem liegt das Maximum und Minimum für Platten, die in verschiedenen Richtungen aus dem Kristall geschnitten sind, bei verschiedenen Wellenlängen. Die beigezeichneten Kurven geben diese Abhängigkeit an:

1. für Kaliumeisencyanid senkrecht zur 1. Mittellinie, $d = 1{,}12^{mm}$
2. „ „ parallel einer Säulenfläche $d = 0{,}92^{mm}$
3. „ dunklen Rauchtopas . . . . $d = 3{,}6^{mm}$.

Die Kurven scheinen auf symmetrische Funktionen der Wellenlängen zu deuten.

Andre **Absorptiometer** siehe unter „**Polarisationsapparate**".

Fig. 64.



63. **Dichroskopische Lupe.** Haidinger konstruierte ein kleines Instrument, das qualitativ zu entscheiden erlaubt, welcher der gebrochenen Strahlen die grössere Absorption für gewisse Strahlenpartien erlitten hat. Dasselbe besteht aus einem langen Kalkspatstück, das in eine Hülse eingeschlossen ist, die vorn eine kleine quadratische Oeffnung für den Eintritt des Lichts und hinten eine kleine Konvexlinse besitzt, welche dem Auge die Oeffnung deutlich zeigt. Infolge der Doppelbrechung des Kalk-

spats wird das Auge zwei Bilder der Oeffnung wahrnehmen, die nebeneinander liegen für die ausgewählte Länge des Prismas; das eine Bild rührt vom ordinären, das andre vom extraordinären Strahl her. Beide lassen sich sofort voneinander dadurch unterscheiden, dass man die Lupe dreht, so dass der Winkel des eintretenden Lichts gegen die Achse variiert; dabei wird sich das extraordinäre Bild der Oeffnung um das unveränderliche ordinäre ebenfalls drehen.

Blickt man mit dieser Lupe nach einer gewöhnlichen Lichtquelle, so werden beide Bilder gleichhell und gleichgefärbt erscheinen. Sieht man dagegen nach einem dichroitischen Kristall, so werden die beiden Bilder in gewissen Stellungen verschieden gefärbt sein, weil sie von verschieden stark absorbierten Strahlen herrühren. Man sieht so mit der Lupe die beiden Bilder getrennt nebeneinander und kann deshalb noch Dichroismus in solchen Fällen nachweisen, wo das Auge, das immer nur ein Gemisch beider Strahlen wahrnimmt, wegen zu geringer Absorption keine Farbenverschiedenheit wahrnehmen kann.

64. **Reguläre Kristalle.** Bei diesen existieren keine zwei gebrochenen Strahlen, sondern die Vibrationsgeschwindigkeit ist nach allen Richtungen dieselbe. Es ist deshalb auch die Absorption von der Richtung unabhängig. Ein solcher Kristall zeigt überall dieselbe Farbe und Intensität und gibt mit der dichroskopischen Lupe zwei genau gleichgefärbte Bilder. Die Absorptionsfläche ist eine Kugelschale.

65. **Optisch einachsige Kristalle.** Alle farbigen Kristalle des hexagonalen und quadratischen Systems sind dichroitisch, weil sie die beiden gebrochenen Strahlen verschieden stark absorbieren. Ist dieser Dichroismus sehr gross, so sieht schon das blosse Auge in den verschiedenen Richtungen verschiedene Farben oder Helligkeiten. Dies ist z. B. besonders der Fall beim Turmalin, der schon in geringer Dicke den einen der beiden Strahlen so gut wie vollständig absorbiert, so dass das Auge ihn als einfachbrechenden Körper ansehen könnte. Nur in sehr dünnen Schichten können noch zwei Strahlen wahrgenommen werden. Wird aus Turmalin ein Prisma geschliffen mit sehr kleinem brechenden Winkel, dessen Kante der optischen Achse parallel geht, so wird

man in der unmittelbaren Nähe der Kante zwei Bilder einer auf der einen Seite aufgestellten Flamme sehen. Gegen die dickeren Stellen aber verschwindet der eine Strahl immer mehr, bis man nur noch ein einziges Bild wahrnimmt. Auf dieser Eigenschaft beruht die Verwendung des Turmalins als Polarisator.

Sehr stark dichroitisch ist auch der Pennin, ein scheinbar hexagonal kristallisierendes, Magnesia und Eisen enthaltendes Tonerdesilikat mit Wasser, der dem Auge, in der Richtung seiner Achse betrachtet, dunkel blaugrün, senkrecht dazu braun erscheint. Bei manchen stark pleochroitischen Kristallen kann schon an einer einzigen, senkrecht zur optischen Achse geschnittenen Platte die Verschiedenheit der Absorption der beiden Strahlen wahrgenommen werden. Hält man z. B. eine senkrecht zur Achse gespaltene Platte des karminroten quadratischen Magnesiumplatincyanürs ($MgPtCN_4 + 7\,H_2O$) nahe vor das Auge und betrachtet damit eine weisse Fläche, so sieht man einen kreisrunden violetten Fleck auf zinnoberrotem Grunde. Es kommt das daher, dass blaue Strahlen nur in der Richtung der Achse bei dünnen Platten durchgelassen werden. Schon bei geringer Neigung werden sie vollständig absorbiert. In jeder Richtung aber lässt der Kristall rote Strahlen durch. In der Nähe der Achse vermischen sie sich mit Blau zu Violett, an allen andern Stellen bleibt das Rot rein vorhanden.

Wird ein solcher Kristall mit der dichroskopischen Lupe betrachtet, so erscheinen die beiden Bilder in der Richtung der Achse gleich gefärbt, weil dort ordinärer und extraordinärer Strahl gleiche Geschwindigkeit haben. Man nennt diese Färbung, weil sie auf der Erdfläche oder Basis des Kristalls erscheint, **Farbe der Basis**. In der Richtung senkrecht zur optischen Achse sind die beiden Bilder verschieden gefärbt. Und zwar zeigt das eine, ordinäre, wieder die Farbe der Basis, das andre Bild aber, das von Strahlen herrührt, die parallel der Achse schwingen, die sogenannte **Farbe der Achse**. Mit der Neigung der Schwingungsrichtung gegen die Achse geht die Farbe des ausserordentlichen Bildes allmählich in diejenige des ordentlichen über, während das ordinäre Bild in allen Richtungen das gleiche bleibt.

Nach der Babinetschen Regel, die mit einigen Ausnahmen

gültig ist, absorbieren die einachsig-positiven Kristalle, in denen die ordinären Geschwindigkeiten grösser sind, den extraordinären Strahl am meisten. In einachsig-negativen Kristallen wird im allgemeinen der ordinäre Strahl stärker absorbiert.

Die Regel trifft zu z. B. für farbigen Kalkspat, Turmalin, Saphir, Chlorit, Rauchquarz, Rutil, Zinnstein u. a. m.

Eine Ausnahme machen Apatit, Beryll, Smaragd u. a. je nach ihrer Färbung. Gelbe Berylle z. B. absorbieren den ordinären Strahl stärker, blaue den extraordinären.

Ausserdem ist das Verhältnis der Absorption nach den beiden Schwingungsrichtungen auch für verschiedene Farben verschieden. Beim negativen Idiokras oder Vesuvian ist für blaues Licht das extraordinäre Bild heller, für grün sind beide gleichhell, für gelb und rot ist das ordinäre heller.

Die Absorptionsfläche ist ein Rotationsellipsoid, da für alle Schwingungen gleiche Fortpflanzung und gleiche Absorption besteht, die mit der Achse gleiche Winkel bilden. Die drei Achsen der Absorption fallen der Richtung — und bei den meisten Kristallen auch der Grössenordnung — nach mit den drei Elastizitätsachsen zusammen mit Bezug auf die Intensität, aber nicht auf die Farbe des durchgelassenen Lichts.

Die Farben der Basis und der Achse sind für einige Kristalle, mit der dichroskopischen Lupe betrachtet:

	Achsenfarbe	Farbe der Basis
Turmalin (Sibirien) .	grün	schwarz
„ „	rosenrot	carmoisinrot
Turmalin (Brasilien) .	blassgrün	Indigo
Apatit	spargelgrün	weingelb
Beryl	himmelblau	grünlich-weiss
Zirkon (Ceylon) . .	blassgelb	blassblau
Pennin	braungelb	blaugrün.

66. **Optisch-zweiachsige Kristalle.** Hier beobachtet man in drei zueinander senkrechten Richtungen drei wesentlich verschiedene Farben; deshalb nennt man die Kristalle trichroitisch. Die Absorptionsfläche ist für eine bestimmte Farbe ein dreiachsiges

Ellipsoid mit ungleichen Hauptachsen. Die Absorptionsachsen besitzen im allgemeinen ein Längenverhältnis, das mit dem der Elastizitätsachsen nicht übereinstimmt. Besonders ist die Veränderung der Gestalt der Fläche mit den einzelnen Farben hier eine weit grössere. Besitzen aber die drei Elastizitätsachsen im Kristall für alle Farben die gleiche Orientierung, so fallen auch die drei Absorptionsachsen für alle Farben in eine unveränderliche Richtung, welche mit derjenigen der Elastizitätsachsen übereinstimmt. Dasselbe ist der Fall im rhombischen Kristallsystem. Im monoklinen System fällt nur eine Absorptionsachse mit der kristallographischen Symmetrie- und einer optischen Elastizitätsachse zusammen. Im triklinen System besteht keine Beziehung zwischen den Hauptabsorptionsrichtungen und den optischen Elastizitätsachsen.

Sieht das Auge gegen eine zu einer Absorptionsachse normal geschliffene Platte, so wird es nicht eine reine Achsenfarbe erblicken, weil das austretende Licht jeweils aus Schwingungen besteht, die zwei andern Absorptionsachsen parallel gehen. Man kann demnach jede Flächenfarbe zerlegen in zwei Achsenfarben, welche mit Hilfe der dichroskopischen Lupe einzeln als ordinäres und extraordinäres Bild wahrgenommen werden. Untersuchen wir auf diese Weise alle drei auf den drei Absorptionsachsen senkrechten Flächen, so werden im ganzen sechs Bilder auftreten, von denen aber je drei zweimal vorkommen.

Diese drei nun sind die wahren Achsenfarben des Kristalls, die mit dem Auge allein niemals getrennt wahrnehmbar sind, da in jeder Richtung jeweils ein Gemisch zweier Farben, herrührend vom ordinären und vom extraordinären Strahl, auftritt.

Was die Körperfarben solcher zweiachsiger Kristalle angeht, die eine symmetrische Absorption in Bezug auf die drei Hauptschnitte besitzen, also derer des rhombischen Systems, und zwar in den andern Richtungen als den drei Absorptionsachsen, so ändern sich diese ganz symmetrisch zu den optischen Hauptschnitten mit der Richtung. Pflanzt sich ein weisser Strahl in einem Hauptschnitt fort, so besteht die Farbe aus einer Nüance, die zwischen zwei Achsenfarben liegt, nämlich des ordinären senkrecht zum Hauptschnitt und des extraordinären in demselben schwingen-

den Farbenbilds. In allen andern Richtungen liegt die erscheinende Farbe zwischen allen drei Achsenfarben. Der Kristall ist also nach jeder Seite anders gefärbt und erscheint dem blossen Auge in sehr vielen Färbungen. In denjenigen Kristallen, in welchen Dispersion der Absorptionsachsen mit der Farbe auftritt, ist nie eine zu irgend einer Richtung im Kristall symmetrische Absorption vorhanden.

Am auffallendsten zeigt die drei verschiedenen Achsenfarben der rhombisch kristallisierende Cordierit:

Polarisationsebene senkrecht zur ersten Mittellinie:	gelblich,
„ „ „ zweiten Mittellinie:	Berlinerblau,
„ „ „ optischen Normalen:	bläulich.

Auch das schwefelsaure Kobaltoxydul-Ammoniak zeigt mit der Haidingerschen Lupe deutliche Achsenfarben, Weingelb, Rotgelb und Rötlichviolett.

67. **Künstlicher Dichroismus.** Eine wesentliche Vorbedingung für das Auftreten von Dichroismus war die Doppelbrechung und die Färbung des Kristalls. Ein jeder Kristall, der beiden Bedingungen genügt, zeigt nach verschiedenen Richtungen variable Absorption, er ist pleochroitisch.

Es lässt sich unter diesen Gesichtspunkten Dichroismus künstlich erzeugen auf dreierlei Art:

1. Man färbt ein doppelbrechendes Mittel. Dies wurde von Sénarmont ausgeführt, indem er die sonst farblosen Kristalle aus einer gefärbten Lösung sich bilden liess.
2. Man macht ein gefärbtes Mittel doppelbrechend. Brewster fand (1846), dass chrysaminsaures Kali, das auf Glas aufpoliert wurde, dichroitisch war, indem der Farbstoff durch das Reiben doppelbrechend wurde.
3. Man gibt einem farblosen isotropen Mittel Farbe und Doppelbrechung.

Kapitel VIII.

Reflexion des Lichts.

---

68. **Einleitendes.** Fällt Licht auf eine Kristallfläche auf, so dringt, wie im vorhergehenden einzeln ausgeführt wurde, ein Teil desselben in den Kristall ein, ein andrer Teil aber wird von der Fläche zurückgeworfen. Dieser reflektierte Teil wird sich in den meisten Fällen dem beobachtenden Auge nicht als verändert darbieten, indem er seine ursprüngliche Farbe beibehalten hat. Nur manche Körper, darunter besonders die Metalle, dann aber auch andre, wie Fuchsin, Chrysamin, Adular, Opal, Labradorit u. a. m. scheinen dem Licht eine bestimmte Färbung gegeben zu haben, die manchmal nur in bestimmten Richtungen gegen die Oberfläche auftritt, wie bei den zuletzt genannten, manchmal nach allen Richtungen beobachtet wird, wie bei den erstgenannten. Man bezeichnet solche Erscheinungen mit „Flächenschiller“ und „Oberflächenfarben“. Dieselben sind indes nur bei gefärbten Kristallen möglich, lassen sich daher von vornherein in eine besondere Stellung gegenüber den vollständig durchsichtigen, farblosen bringen. Wird aber bei letzteren das reflektierte Licht mit ähnlichen Mitteln untersucht wie früher das durchgelassene, z. B. mit einem Analysator oder Photometer, so machen sich auch hier merkliche Verschiedenheiten wahrnehmbar, die besonders auseinanderweichend sind bei einfach- und doppelbrechenden Kristallen.

Die Untersuchung der einzelnen Kristallsysteme nun in Bezug auf die Reflexion wird sich erstrecken auf die Intensitätsverhält-

nisse der auffallenden, gebrochenen und reflektierten Strahlen und ferner auf die Art der Polarisation oder die Schwingungsweise.

1. Abschnitt.

Reflexion an der Oberfläche durchsichtiger Kristalle.

I. Reguläre Kristalle oder isotrope Medien.

69. **Lichtintensität und Phasenveränderung.** Der erste, welcher die Frage nach Art und Intensität des von Körpern reflektierten Lichts zu beantworten suchte, war Thomas Young zu Anfang des vorigen Jahrhunderts. Er dachte sich den Lichtäther als vollkommen elastisches Medium und glaubte daraus die Erscheinungen der Reflexion ableiten zu können, indem er die Energie des gebrochenen und reflektierten Lichts in der Weise berechnete, als würden die einzelnen Aetherteilchen durch elastische Stosskräfte aufeinander wirken und so die Lichtbewegung fortpflanzen.

Auf diese Weise fand Young durch Anwendung des Prinzips von der lebendigen Kraft, dass für senkrechten Einfall natürlichen Lichts die Intensität des reflektierten Lichts $\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$, diejenige des gebrochenen $1-\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$ beträgt, wenn diejenige des einfallenden mit 1 bezeichnet wird. Dabei wird das Licht immer so reflektiert, dass einfallender und reflektierter Strahl in einer Ebene liegen.

Ausgedehntere Messungen und Berechnungen stellte Fresnel an. Er gelangte zu seinen theoretischen Resultaten mit Hilfe einiger Prinzipien, die sich allerdings nicht alle als richtig erwiesen haben, weil die Uebereinstimmung mit der Beobachtung nicht in allen Punkten zutrifft. Der Aether ist danach ein Körper mit der vollkommensten Elastizität, so dass die Kraft, mit der ein aus dem Gleichgewicht gebrachtes Aetheratom in diese Lage zurück getrieben wird, der Entfernung von ihr genau proportional ist. Nun nimmt Fresnel an, dass die Elastizität des Aethers in jedem Körper dieselbe sei, dass nur die

Dichte variiere und diese Dichtigkeitsänderung an der Grenze zweier Medien sprungweise erfolge. Unter Zuhilfenahme des Gesetzes von der Konstanz der lebendigen Kräfte berechnete hieraus Fresnel seine Formeln ähnlich wie Young auf vollständig mechanische Art. Für die in der Einfallsebene schwingende Bewegung nahm er an, dass das Kontinuitätsprinzip, wonach die Summe der Komponenten von reflektierter und gebrochener Welle gleich derjenigen der einfallenden ist, nur für die Komponente parallel zur Trennungsfläche beider Medien gelten müsse. Es sollten also nur die Bewegungen, welche parallel zur brechenden Fläche erfolgen, auf beiden Seiten derselben gleich sein, d. h. die Horizontalkomponente der einfallenden Welle (+) und die der reflektierten (—) gleich der Horizontalgeschwindigkeit der gebrochenen.

1. Fällt linear polarisiertes Licht, das **senkrecht** zur Einfallsebene schwingt, auf eine ebene reguläre Kristallfläche, so stehen auch die Schwingungen des reflektierten Lichts auf der Reflexionsebene senkrecht. Die Intensitäten des reflektierten und gebrochenen Teils sind in diesem Fall

$$R_s = \frac{\sin^2 (i - r)}{\sin^2 (i + r)} \text{ und } G_s = \frac{\sin 2i \,.\, \sin 2r}{\sin^2 (i + r)}$$

i = Inzidenzwinkel, r = Brechungswinkel.

Für normale Inzidenz, wo $i = o$ und $\frac{\sin i}{\sin r} = n$ ist, wird

$$R_s = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2 \text{ und } G_s = \frac{4n}{(n+1)^2} = 1 - \frac{(n-1)^2}{(n+1)^2}$$

Wir haben also wieder die Formeln von Young.

Wächst der Einfallswinkel, so nimmt i und somit R_s beständig zu, bis die Inzidenz des reflektierten Lichts für $i = 90^0$, d. h. bei streifender Inzidenz, der Intensität des einfallenden gleich geworden ist. Wir haben:

Fällt senkrecht zur Einfallsebene schwingendes Licht auf einen regulären Kristall, so beträgt die Menge des reflektierten bei normalem Einfall $\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$ und nimmt mit wachsendem Einfallswinkel beständig zu, bis

sie bei streifendem Einfall derjenigen des einfallenden Lichts gleich geworden ist.

2. Fällt linear polarisiertes Licht, das in der Einfallsebene schwingt, auf die Oberfläche eines isotropen Körpers, so gelten folgende Intensitätsformeln für den reflektierten und gebrochenen Strahl:

$$R_p = \frac{tg^2(i-r)}{tg^2(i+r)} \text{ und } G_p = \frac{\sin 2i \sin 2r}{\sin^2(i+r)\cos^2(i-r)} = 1 - \frac{tg^2(i-r)}{tg^2(i+r)}$$

Ist das zweite Mittel optisch dichter, also $n > 1$, so ist für senkrechte Incidenz

$$R_p = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2 \text{ und } G_p = \frac{4n}{(n+1)^2}.$$

Bei nunmehr wachsendem Einfallswinkel nimmt die Intensität des reflektierten Strahls ab und verschwindet ganz, wenn

$$(i+r) = 90^0 \text{ d. h. } tg\, i = n$$

ist. Wird i noch grösser, so ändert die Amplitude ihr Vorzeichen, weil die Tangente im zweiten Quadranten negativ ist; für streifende Inzidenz wird sie mit entgegengesetztem Zeichen derjenigen der einfallenden Welle numerisch gleich. Der Vorzeichenwechsel in der Amplitude ist nun identisch mit einer Phasenänderung von $\frac{\lambda}{2}$. Man nennt den Winkel, bei welchem dies eintritt, den Winkel der totalen Polarisation, für den der gebrochene und reflektierte Strahl aufeinander senkrecht stehen. Also folgt:

Fällt in der Einfallsebene schwingendes Licht auf die Oberfläche eines regulären Kristalls, so beträgt die Menge reflektierten Lichts bei normaler Inzidenz ebenfalls $\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$; sie nimmt mit wachsendem Einfallswinkel fortwährend ab und verschwindet, wenn der gebrochene und reflektierte Strahl aufeinander senkrecht stehen; der zugehörige Einfallswinkel wird Polarisationswinkel genannt. Bei weiter wachsendem Einfallswinkel nimmt die Menge reflektierten Lichts wieder zu und ist bei streifendem Eintritt derjenigen des einfallenden gleich.

Die senkrecht zur Einfallsebene schwingenden Strahlen bleiben von jeder Phasenänderung bei der Reflexion verschont, die in ihr schwingenden Strahlen aber erleiden eine Phasenänderung von einer halben Wellenlänge — nach Fresnel sprungweise — beim Ueberschreiten des Polarisationswinkels.

3. Fällt zirkular oder elliptisch polarisiertes Licht auf eine solche Kristallfläche, so kann es immer in zwei zueinander senkrechte Komponenten zerlegt werden, die parallel und senkrecht zur Einfallsebene schwingen und nach der Reflexion wieder zu einer einzigen Welle zusammengesetzt werden. Für normale Inzidenz ergibt sich, dass ein solcher Strahl nach der Reflexion wieder zirkular oder elliptisch polarisiert ist, nur kehrt sich wegen der Phasenänderung von $\frac{\lambda}{2}$ des einen der beiden Strahlen der Rotationssinn um.

4. Fällt natürliches Licht auf den Kristall, so kann man es sich bestehend denken aus zwei gleichen Teilen senkrecht gegeneinander polarisierter Strahlen, von denen der eine in der Einfallsebene, der andre senkrecht dazu schwingt. Die Verhältnisse für die Reflexion werden dann aus der Diskussion der Summe der für die beiden letzteren Schwingungsarten geltenden Beziehungen erhalten. Die Intensität des reflektierten und gebrochenen Lichts ist dann dargestellt durch:

$$R = \frac{1}{2}\frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)} + \frac{1}{2}\frac{tg^2(i-r)}{tg^2(i+r)}$$

$$G = \frac{1}{2}\frac{\sin 2i . \sin 2r}{\sin^2(i+r)} + \frac{1}{2}\frac{\sin 2i \sin 2r}{\sin^2(i+r) . \cos^2(i-r)}.$$

Betrachten wir den ersten Ausdruck, so wird bei normalem Einfallen des natürlichen Lichts die reflektierte Intensität wieder $\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$ sein. Je grösser aber nun der Einfallswinkel i wird, desto mehr verschwindet die in der Einfallsebene schwingende Komponente und wird in stärkerem Masse gebrochen, während die dazu senkrechte weniger gebrochen und stärker reflektiert wird. Das reflektierte Licht wird deshalb immer ärmer an den Schwingungen der ersten Art und reicher an denen der zweiten Art. Beim

Polarisationswinkel, der durch $i + r = 90^0$ gegeben ist, verschwindet die erste Komponente vollständig. Es wird hier also nur solches Licht reflektiert, das senkrecht zur Reflexionsebene schwingt. Je mehr der Einfallswinkel von 0 gegen den Polarisationswinkel vergrössert wurde, desto kleiner wurde das Verhältnis des natürlichen zum polarisierten Licht. — Denken wir uns, um noch eine zweite Betrachtungsweise einzuführen, das natürliche Licht bestehend aus gleichviel Schwingungen parallel und senkrecht zur Einfallsebene, so lässt sich der Ausdruck von der Intensität zerlegen in:

$$R = \left[\frac{1}{2}\,\frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)} - \frac{1}{2}\,\frac{tg^2(i-r)}{tg^2(i+r)}\right] + \frac{1}{2}\,\frac{tg^2(i-r)}{tg^2(i+r)} + \frac{1}{2}\,\frac{tg^2(i-r)}{tg^2(i+r)}.$$

Der Ausdruck

$$\frac{1}{2}\,\frac{tg^2(i-r)}{tg^2(i+r)}$$

stellt nämlich die Intensität der in der Einfallsebene schwingenden Strahlen dar, die mit wachsendem i rasch abnimmt, also den kleinen Wert im Vergleich mit den normal dazu erfolgenden Schwingungen. Wird zu dieser Anzahl parallel zur Einfallsebene vibrierender Strahlen nun eine gleich grosse Anzahl senkrecht dazu vibrierender, d. h.

$$\frac{1}{2}\,\frac{tg^2(i-r)}{tg^2(i+r)},$$

addiert, so geben beide zusammen natürliches Licht. Wird aber diese Zahl von der im ganzen vorhandenen

$$\frac{1}{2}\,\frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}$$

subtrahiert, so stellt die Differenz gerade die Ueberzahl an senkrecht zur Einfallsebene schwingenden Strahlen dar.

Wir können also sagen, dass sich im reflektierten Licht unter dem Einfallswinkel i natürliches Licht finden wird von der Intensität

$$N_r = \frac{tg^2(i-r)}{tg^2(i+r)}$$

und linear-polarisiertes, senkrecht zur Einfallsebene schwingendes von der Intensität:

$$P_r = \frac{1}{2}\left[\frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)} - \frac{tg^2(i-r)}{tg^2(i+r)}\right].$$

Auf diese Weise liesse sich sagen, dass ein isotroper Körper unter jedem Einfallswinkel, falls natürliches Licht auffällt, nur senkrecht zur Reflexionsebene schwingendes Licht, vermischt mit einer variablen Menge von natürlichem, reflektiert.

Für den Polarisationswinkel verschwindet N_r vollständig, und die Intensität des polarisierten Lichts nimmt den Maximalwert

$$P_r = \frac{1}{2}\cos^2 2\varphi$$

an, wo φ der Polarisationswinkel wäre.

Es folgt: Fällt natürliches Licht auf die Oberfläche eines regulären Kristalls, so wird bei normaler Inzidenz wieder natürliches Licht vom Betrag

$$\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$$

reflektiert. Mit wachsendem Einfallswinkel nimmt die Menge natürlichen Lichts im reflektierten Strahl ab, und es tritt ein gewisser Teil senkrecht zur Reflexionsebene schwingenden Lichts auf. Unter dem Polarisationswinkel fehlt jede Spur des ersteren, und es treten nur senkrecht zur Reflexionsebene vibrierende Strahlen auf. Mit weiter wachsendem Einfallswinkel erscheinen wieder natürliche Strahlen, deren Intensität bei streifender Incidenz derjenigen der einfallenden gleich wird.

Werden in ähnlicher Weise die gebrochenen Strahlen betrachtet, so werden dort die in der Einfallsebene schwingenden mit grösserer Intensität auftreten. Es wird sich die Gesamtintensität zerlegen in

$$G = \frac{1}{2}\left[\frac{\sin 2i \sin 2r}{\sin^2(i+r\cos^2(i-r)} - \frac{\sin 2i \sin 2r}{\sin^2(i+r)}\right] + \frac{1}{2}\,\frac{\sin 2i \sin 2r}{\sin^2(i+r)} + \frac{1}{2}\,\frac{\sin 2i \sin 2r}{\sin^2(i+r)}.$$

Es besteht das gebrochene also aus einem Teil natürlichen Lichts mit der Intensität

$$N_g = \frac{\sin 2i \cdot \sin 2r}{\sin^2 (i + r)}$$

und einem andern Teil in der Einfallsebene schwingenden mit der Intensität

$$P_g = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sin 2i \sin 2r}{\sin^2 (i + r)} \cdot \left[\frac{1}{\cos^2 (i - r)} - 1\right].$$

Für den Polarisationswinkel, $i + r = 90^0$, verschwindet dabei der natürliche Anteil nicht vollständig; der durchgehende Strahl ist bei keinem Winkel vollkommen geradlinig polarisiert, weshalb es früher unmöglich war, den durchgehenden Strahl auf dieselbe Weise als vollständig geradlinig polarisierten zu verwenden, wie den reflektierten. Indes hat die Menge natürlichen Lichts für diesen Winkel ein Minimum. Wird es nun mehrmals an aufeinandergelegten Platten reflektiert und gebrochen, so wird bei jeder weiteren Reflexion derselbe Bruchteil natürlichen Lichts vernichtet; nach n Reflexionen verhält sich das im durchgehenden noch enthaltene natürliche Licht zum polarisierten wie $\cos^{2n} (i - r) : 1$, was für zunehmende n der Null sehr nahe kommt (Glasplattensatz).

Vergleichen wir die beiden Ausdrücke für P_r und P_g miteinander, so zeigt sich, dass dieselben bei jedem Einfallswinkel einander gleich sind: $P_r = P_g$. Dagegen sind die Mengen natürlichen Lichts oder die Verhältnisse von natürlichem und polarisiertem Licht nicht einander gleich. Es bestätigt sich so das von Arago ausgesprochene Gesetz:

Fällt natürliches Licht auf einen isotropen Kristall, so ist die absolute Menge des polarisierten Teils des reflektierten gleich der absoluten Menge des polarisierten Teils des gebrochenen Lichts. Die relativen Mengen von natürlichem und polarisiertem Licht sind aber ungleich.

5. Fällt linear-polarisiertes Licht mit einer beliebigen Schwingungsrichtung auf eine isotrope Kristallfläche, so wird die Schwingungsrichtung des reflektierten Strahls im allgemeinen gedreht. Nennen wir allgemein die Neigung der Polarisationsebene des einfallenden linear-polarisierten Strahls gegen die Einfallsebene das Polarisationsazimut der ein-

fallenden Welle, es sei mit Θ bezeichnet, ebenso die Neigung der Polarisationsebene des reflektierten Strahls gegen die Reflexionsebene, die mit der Einfallsebene zusammenfällt, das Polarisationsazimut der reflektierten Welle, es sei mit Θ_r bezeichnet, so sei das Polarisationsazimut der gebrochenen Welle Θ_g. Die Lage der beiden letzteren ist nun durch die Beziehung gegeben:

$$\operatorname{tg} \Theta_r = \operatorname{tg} \Theta \cdot \frac{\cos(i+r)}{\cos(i-r)},$$

$$\operatorname{tg} \Theta_g = \frac{1}{\cos(i-r)}.$$

Man sieht, dass für diesen Fall, wo also die Schwingungsrichtung der einfallenden Strahlen nicht mehr parallel oder senkrecht zur Einfallsebene erfolgen, die Polarisationsazimute von den Einfallswinkeln abhängen.

Man kann sagen, die Schwingungsebenen des einfallenden, reflektierten und gebrochenen Strahles schneiden sich in einer Geraden, welche auf dem gebrochenen Strahl senkrecht steht.

Diese von Fresnel abgeleiteten Gesetze stimmen mit allen Erfahrungstatsachen, besonders mit Bezug auf die Intensitätsverhältnisse überein. Nur fand man für die Phasenänderung des Lichts in der Nähe des Polarisationswinkels, dass dieselbe nicht genau den Fresnelschen Resultaten entspricht.

Brewster fand im Jahre 1815, und A. Seebeck 1830, dass nicht bei allen Substanzen das unter dem Polarisationswinkel reflektierte Licht streng geradlinig polarisiert ist.

Airy folgerte daraus, dass das Licht bei manchen Substanzen durch Reflexion nicht geradlinig, sondern elliptisch polarisiert werde, indem die beiden senkrecht gegeneinander polarisierten Strahlen eine Phasendifferenz besässen.

Während man damals diese Erscheinungen für Ausnahmen hielt, fand Jamin (1818—1886), dass sie die Regel bildeten. Er fand, dass allgemein bei der Reflexion des Lichts an durchsichtigen Körpern eine Verzögerung des einen reflektierten Strahls gegen den andern und damit eine Phasenverschiebung auftritt, so dass alles reflektierte Licht elliptisch polarisiert wird. Die

Grösse des Phasenunterschieds variierte und war von der reflektierenden Substanz abhängig, so zwar, dass bei stärker brechenden Medien der in der Einfallsebene schwingende, bei schwächer brechenden der senkrecht dazu schwingende verzögert wird. Bei einigen Substanzen nur war keine elliptische Polarisation nachweisbar.

Wernicke zeigte aber (1883), dass der Polarisationswinkel und die Grösse des Polarisationsbereichs an polierten Flächen stets, an natürlichen oft durch eine fremdartige Oberflächenschicht beeinflusst wird.

Die Fresnelschen Formeln drücken also die Gesetze der Intensitätsänderung beim Uebergang in einen zweiten Körper nur dann genau aus, wenn die durch Reflexion erzeugte Polarisation eine geradlinige ist. Während er eine Phasenänderung von $\frac{\lambda}{2}$ des parallel zur Einfallsebene schwingenden Strahls beim Durchgang durch den Polarisationswinkel findet, stimmt seine Theorie darin nicht mit der Praxis überein, dass sich dieselbe plötzlich vollziehen solle. Die Erfahrung lehrt, dass sie allmählich mit der Aenderung des Inzidenzwinkels vor sich geht, in der Nähe des Polarisationswinkels allerdings mit besonderer Stärke. Es verschwindet demnach auch die parallel schwingende Komponente nie vollständig. Der Polarisationswinkel muss danach als derjenige Inzidenzwinkel aufgefasst werden, unter dem natürliches Licht bei der Reflexion ein Maximum von geradliniger Polarisation annimmt.

Eine mit den Jaminschen Versuchen übereinstimmende Theorie stellte Cauchy auf, indem er zuliess, dass an der Trennungsfläche der beiden Medien auch longitudinale Wellen entstehen, die mit dem Abstand von ihr sehr rasch an Intensität abnehmen und schon in unmessbar kleiner Entfernung verschwinden. Seine Prinzipien lauten:

1. Die Periode des Lichts von einem Mittel ins andre bleibt dieselbe: „Prinzip der korrespondierenden Bewegungen“.

2. „Prinzip der Kontinuität“: Beim Uebergang ist für jedes Einfallslot und für jede Zeit Stetigkeit vorhanden; die Oszillationsdauer muss immer dieselbe bleiben.

3. Die Ausschläge der Aetherteilchen in beiden Mitteln sind dieselben.

Später wurde angenommen, dass sich die Dichte des Aethers an der Grenze der Medien nicht sprungweise, sondern kontinuierlich ändert und dass die Reflexion wie auch die Brechung nicht an einer, sondern an vielen übereinanderliegenden Flächen allmählich vor sich gehe (Lorenz 1860).

Schon Newton setzte eine derartige allmähliche Entwicklung der Brechung und Reflexion an kontinuierlich ineinander übergehenden Grenzschichten voraus. Bei der Reflexion an dünneren Medien nahmen seine Anhänger, wie auch Huyghens und Young an, dass die Wellenbewegung an der Grenze etwas in das dünnere Medium übergehe und daraus wieder in das dichtere zurückkehre.

Als Fresnel im total reflektierten Licht eine Verzögerung des einen polarisierten Strahls gegen den andern um $\frac{1}{8}\lambda$ erhielt, glaubte er dies auch aus einem tieferen Eindringen des einen Strahls in das dünnere Medium folgern zu müssen, so dass die Reflexion erst etwas hinter der wirklichen Grenze hätte erfolgen müssen.

Quincke folgerte aus genauen Messungen (1866), dass das Eindringen des Lichts ins andre Medium sich bis auf mehrere Wellenlängen erstrecken kann und dass diese Tiefe im allgemeinen für senkrecht zur Reflexionsebene schwingendes Licht grösser ist als für das parallel dazu schwingende.

6. Totalreflexion. Für die Reflexion am dünneren Medium tritt unter einem bestimmten Inzidenzwinkel vollständige Reflexion des auffallenden Strahls ein, weil dort der Brechungswinkel $r = 90^0$ wird. Mit Umgehung der hier eintretenden Schwierigkeit der Berechnung, in welcher die Amplitude der reflektierten Schwingungen imaginär wird, stellt Fresnel auch für diesen Fall Gleichungen auf, die sich nur auf die Phasenunterschiede zu beziehen haben, weil ja die Intensitäten von reflektiertem und einfallendem Strahl in diesem Fall einander gleich sind. Und zwar sind die Phasenunterschiede beider Vibrationen nach der Reflexion gegeben durch die folgenden Ausdrücke:

$$\operatorname{tg} 2\pi \frac{\varphi}{\lambda} = -\frac{2n \cdot \cos i \sqrt{n^2 \sin^2 i - 1}}{n^2 + 1 - 2n^2 \sin^2 i}$$

schwingt senkrecht zur Reflexionsebene,

$$\operatorname{tg} 2\pi \frac{\varphi'}{\lambda} = -\frac{2n \cdot \cos i \cdot \sqrt{n^2 \sin^2 i - 1}}{n^2 + 1 - (1 + n^4) \sin^2 i}$$

schwingt in der Reflexionsebene.

Fällt ein geradlinig in einer beliebigen Ebene polarisierter Lichtstrahl ein, so wird also der reflektierte im allgemeinen elliptisch polarisiert sein, indem die beiden Komponenten desselben eine Phasendifferenz von

$$2\pi \frac{\varphi - \varphi'}{\lambda}$$

besitzen, welche durch den Ausdruck

$$\cos 2\pi \frac{\varphi - \varphi'}{\lambda} = \frac{1 - (1 + n^4) \sin^2 i + 2n^2 \sin^4 i}{(1 + n^2) \sin^2 i - 1}$$

gegeben ist.

Für die Phasendifferenz Null sind beide geradlinig polarisiert. Dies tritt ein, wenn

$$\sin^2 i = \frac{1 + n^2}{2n^2} \pm \frac{n^2 - 1}{2n^2}$$

ist, d. h. für $i = 90^0$ und $\sin i = n$.

Ist also der Einfallswinkel 90^0 oder gleich dem Grenzwinkel der totalen Reflexion, so ist das reflektierte Licht linear-polarisiert. Das am dünneren Mittel reflektierte Licht ist also nur an den beiden Grenzen geradlinig polarisiert; die Phasendifferenz wächst von einer Grenze zur andern und nimmt dann wieder ab. Das Maximum derselben entspricht dem Minimum von

$$\cos 2\pi \frac{\varphi - \varphi'}{\lambda},$$

d. h. dem Wert

$$\sin^2 i = \frac{2}{n^2 + 1}.$$

Dabei ist

$$\cos 2\pi \frac{\varphi - \varphi'}{\lambda} = \frac{-(n^2 + 1)^2 + 8n^2}{(n^2 + 1)^2}.$$

Für Glas ist z. B. das Maximum etwas grösser als $\frac{\pi}{4}$.

Ausser Fresnel stellten fast zur gleichen Zeit Neumann (1835) und Mac Cullagh auf Grund andrer Annahmen Reflexionsformeln auf, die ebenfalls durch die Experimente genügend bestätigt wurden. Sie nahmen an, dass der Aether überall gleiche Dichte, aber verschiedene Elastizität besitze und dass an der Trennungsfläche zweier Medien keine plötzliche Veränderung, sondern nur ein allmählicher Uebergang stattfinde. Die Annahmen führten zu dem Resultat, dass die Schwingungen der Aetherteilchen in der Polarisationsebene erfolgen.

II. Doppelbrechende Kristalle.

Fällt eine geradlinig polarisierte Welle auf einen durchsichtigen doppelbrechenden Kristall, so gelten kompliziertere Gesetze, indem die Erscheinungen abhängen vom Einfallswinkel, der Lage der Schwingungsebene des einfallenden Strahls gegen die Einfallsebene, der Lage dieser gegen die reflektierende Fläche und schliesslich der Lage dieser Ebene gegen die optischen Elastizitätsachsen des Kristalls.

70. **Polarisationswinkel.** Zuerst beschäftigte sich Brewster (1819) mit den angedeuteten Fragen. Er suchte die Abhängigkeit des Polarisationswinkels φ für totale geradlinige Polarisation des reflektierten Lichts von der Lage der Einfallsebene. Es gilt, wenn ω der Winkel der Einfallsebene mit dem Hauptschnitt des Kristalls ist, ausserdem k und k' zwei Konstante, die der Bedingung $k' > k$ genügen, die Gleichung:

$$\varphi = k + (k' - k) \sin^2 \omega.$$

Die Konstanten ergeben sich für $\omega = 0$ zu $\varphi = k$ und $\omega = 90^0$ zu $\varphi = k'$. Sie sind also die Polarisationswinkel, die auftreten, wenn die Einfallsebene in einen optischen Hauptschnitt fällt oder darauf senkrecht steht. Der Polarisationswinkel hat für die letztere Lage ein Maximum, für die erstere ein Minimum. Und zwar gilt dies für einachsig repulsive oder negative Kristalle und ist für einachsig attraktive oder positive umgekehrt.

Die Beobachtungsmethode ist die, dass man denjenigen Winkel aufsucht, unter dem natürliches Licht auffallen muss, damit das reflektierte Licht, durch ein um seine Achse drehbares

Nicolsches Prisma betrachtet, vollständig ausgelöscht werden kann. Die Lage der Schwingungsebene des Nicols gibt dann auch ein Mass für das Verhältnis des || und ⊥ zur Einfallsebene schwingenden Lichts, das bei isotropen Medien 0 war, hier aber einen stark von Null abweichenden Wert annehmen kann.

Während bei den isotropen Körpern das unter dem Polarisationswinkel reflektierte Licht senkrecht zur Einfallsebene schwingt, ist dies bei doppelbrechenden Kristallen nur dann der Fall, wenn die Einfallsebene mit dem Hauptschnitt parallel ist oder darauf senkrecht steht. Das ist schon aus Gründen der Symmetrie notwendig. Hat die Einfallsebene dagegen eine andre Lage, so bildet die Schwingungsebene des reflektierten Lichts einen von 90^0 verschiedenen Winkel mit ihr; dieser Unterschied ist im allgemeinen sehr klein und beträgt höchstens 2^0 bis 3^0.

Im Jahre 1831 setzte A. Seebeck diese Experimente fort und untersuchte die Abhängigkeit des Polarisationswinkels von der Lage der Einfallsebene und der reflektierenden Ebene noch genauer. Er findet, dass die Brewstersche Formel durch

$$f(\varphi) = f(k) + \{f(k') - f(k)\} \sin^2 \omega \quad . \quad . \quad . \quad (I)$$

zu ersetzen ist, wo f eine noch unbekannte Funktion der eingeklammerten Grössen bedeuten soll. Wird $k = \alpha$ und $k' = \beta$ gesetzt, so drücken diese die Polarisationswinkel aus für Strahlen, welche im Hauptschnitt schwingen und senkrecht dazu.

α und β wurden vielfach gemessen; sie erwiesen sich abhängig von den Brechungsexponenten des Kristalls und von der Lage der Kristallfläche gegen die Achse des Kristalls. Bezeichnen wir den Winkel, welchen die Fläche mit der optischen Achse bildet, mit $(90 - \mu)$, so ergab sich

$$\alpha = a \, . \, \sin^2 \mu + b \, . \, \cos^2 \mu$$
$$\beta = c \, . \, \sin^2 \mu + b \, . \, \cos^2 \mu.$$

Noch genauer stimmten die Formeln mit den Erfahrungstatsachen überein, wenn

$$f(\alpha) = f(a) \sin^2 \mu + f(b) \cos^2 \mu \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (II)$$
$$f(\beta) = f(c) \, . \, \sin^2 \mu + f(b) \cos \mu \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (II)$$

gesetzt wurde. Die Grössen a, b und c sind Konstante, die nur vom Kristall abhängen, und zwar ist:

a der Polarisationswinkel für eine Fläche parallel der Achse und der Lage der Einfallsebene im Hauptschnitt,

b der Polarisationswinkel für eine Fläche senkrecht zur Achse und der Lage der Einfallsebene im Hauptschnitt,

c der Polarisationswinkel für eine Fläche parallel der Achse und der Lage der Einfallsebene senkrecht zum Hauptschnitt.

Dies mathematisch ausgedrückt:

$$a = \varphi \text{ für } \mu = 90^0 \text{ und } \omega = 0$$
$$b = \varphi \text{ für } \mu = 0^0 \text{ und } \omega = 0$$
$$c = \varphi \text{ für } \mu = 90^0 \text{ und } \omega = 90^0.$$

Auf diese Weise ist die Abhängigkeit des Polarisationswinkels von der Lage der Einfallsebene gegen den Hauptschnitt durch Gleichung I, ferner von der Neigung der reflektierenden Fläche gegen die optische Achse durch die Gleichungen II gegeben. Er lässt sich demnach für alle Fälle bestimmen, wenn die unbekannte Funktion f und die Grössen a, b und c bekannt sind.

Wurden an Stelle der Funktion die Winkel selbst gesetzt, so war die Uebereinstimmung der Formeln mit den Versuchen eine ungenügende, wurden die Sinus oder Kotangenten gewählt, so war sie eine sehr gute. Seebeck schrieb deshalb seine Formeln für den Polarisationswinkel

$$\operatorname{cotg} \varphi = \cos^2 \omega \,.\, \operatorname{cotg} \alpha + \sin^2 \omega \,.\, \operatorname{cotg} \beta,$$

und darin bedeutet

$$\operatorname{cotg} \alpha = \sin^2 \mu \,.\, \operatorname{cotg} a + \cos^2 \mu \,.\, \operatorname{cotg} b$$
$$\operatorname{cotg} \beta = \sin^2 \mu \,.\, \operatorname{cotg} c + \cos^2 \mu \,.\, \operatorname{cotg} b.$$

Die noch vorkommenden Konstanten bestimmte Seebeck in ihrer Abhängigkeit von den beiden Brechungsexponenten des einachsigen Kristalls. Er fand

$$\operatorname{tg} c = n_0.$$

Der Polarisationswinkel in einer zur Achse senkrechten Reflexionsebene mit der reflektierenden Ebene parallel zur Achse gehorcht also in einfacher Weise dem Brewsterschen Gesetz.

Für a und b sind die Beziehungen etwas komplizierter:

$$\frac{\sin a}{n_o} = \cos b$$

$$\frac{\sin b}{n_e} = \cos a$$

woraus

$$tg\, a = n_o \sqrt{\frac{n_e^2 - 1}{n_o^2 - 1}}$$

$$tg\, b = n_e \sqrt{\frac{n_o^2 - 1}{n_e^2 - 1}}$$

ist.

Es ist diesen Formeln, die eine gewisse Aehnlichkeit mit der einfachen Brewsterschen nicht verleugnen, eine ziemliche Genauigkeit zuzuschreiben, trotzdem die berechneten und beobachteten Grössen noch Differenzen bis zu 13 Minuten ergeben. Werden die einzelnen Daten in eine einzige Form zusammengefasst, so resultiert schliesslich:

$$\cot g\, \varphi = \frac{\sin^2 \mu}{n_o}\left(\sin^2 \omega + \cos^2 \omega \sqrt{\frac{n_o^2 - 1}{n_e^2 - 1}}\right) + \frac{\cos^2 \mu}{n_e} \sqrt{\frac{n_e^2 - 1}{n_o^2 - 1}} \quad \ldots\ldots \text{(III)}$$

Die Uebereinstimmung mit der Beobachtung geht z. B. für Kalkspat bis zu 5′.

71. **Seebecks Theorie.** Auf ganz ähnliche Resultate kommt Seebeck durch Ausdehnung der Fresnelschen Reflexionsgesetze auf doppelbrechende Körper. Wir geben seine Theorie, weil sie für die mechanische Behandlung solcher Fragen typisch ist, hier an.

Ist die Krystallfläche parallel der optischen Achse und diese senkrecht gegen die Reflexionsebene, so erleidet der Strahl nur eine ordinäre Brechung; dann gilt das Brewstersche Gesetz, dass $tg\, c = n_o$ ist. Ist die Lage des Hauptschnitts der Einfallsebene parallel, also $\omega = 0^0$, so erleidet ein Strahl, der in der Einfallsebene schwingt, nur eine extraordinäre Brechung, so wird also der Polarisationswinkel nur hiervon abhängen.

Ist EF die Kristalloberfläche, AD die optische Achse des einachsigen Kristalls, so ist $\sphericalangle$ EAD $= (90 - \mu)$. Ist JA und Bb die Richtung des einfallenden Lichts und AB die Fläche der ebenen einfallenden Welle, so gilt, wenn AC $\perp$ AD nach der Huyghensschen Beziehung

$$AD : AC : Bb = \frac{1}{n_o} : \frac{1}{n_e} : 1.$$

Das Verhältnis der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten des extraordinären Strahles für Luft und den Kristall ist $\frac{Bb}{Aa}$, und die beiden Dreiecke $\frac{\triangle ABb}{\triangle Aab}$ geben das Verhältnis des Volumens der in Schwingung gebrachten Massen.

Nimmt man an, dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten nur von der Dichte des Aethers abhängen, so wären sie umgekehrt proportional den Quadratwurzeln aus den Dichten. Das Verhältnis der in Bewegung gebrachten Aethermassen wird aber erhalten, wenn man die Volumina mit den entsprechenden Dichten multipliziert. Die Dichten verhalten sich nun wie $(Aa)^2 : (Bb)^2$, so dass das Verhältnis der Massen $\frac{ABb}{(Bb)^2} : \frac{Aab}{(Aa)^2}$ ist.

Fig. 65.

Nun muss das Prinzip von der Konstanz der lebendigen Kräfte für die Strahlen gelten. Ist nämlich 1 die Geschwindigkeit des einfallenden Strahls, u die des gebrochenen und v die des reflektierten, so muss

$$\frac{1}{2} m 1^2 = \frac{1}{2} m_1 u^2 + \frac{1}{2} m v^2$$

sein oder in unserm Fall

$$\frac{ABb}{(Bb)^2} \cdot 1^2 = \frac{Aab}{(Aa)^2} \cdot u^2 + \frac{ABb}{(Bb)^2} v^2.$$

Setzt man jetzt die Länge $Ab = 1$, so ist ausserdem

$$Bb = \sin\alpha; \quad AB = \cos\alpha;$$

$$AC = \frac{1}{n_e} \sin\alpha; \quad AD = \frac{1}{n_o} \sin\alpha.$$

Daraus wird $Aa = P . \sin\alpha$, wo P abhängt von $\frac{1}{n_o}$, $\frac{1}{n_e}$, μ und η.

Ferner

$$\triangle \mathrm{Aab} = \frac{1}{2}\, \mathrm{P} . \sin\alpha . \cos\eta$$

$$\triangle \mathrm{ABb} = \frac{1}{2} \sin\alpha . \cos\alpha .$$

Dies in unsre Energieformel eingesetzt, wird die Geschwindigkeit v des reflektierten Lichts

$$\mathrm{v} = \frac{\mathrm{P} . \cos\eta - \cos\alpha}{\mathrm{P} . \cos\eta + \cos\alpha} .$$

Nun wird für

$$\cos\alpha = \mathrm{P} . \cos\eta$$

die Geschwindigkeit $v = o$; das α gibt also für diesen Fall den Polarisationswinkel an, weil unter ihm kein Licht mehr reflektiert wird, das in der Reflexionsebene schwingt.

Es ist nun

$$\sin^2\alpha = \frac{\left[1 - \left(\frac{1}{n_e}\right)^2\right] \sin^2\mu + \left[1 - \frac{1}{n_o^2}\right] \cos^2\mu}{1 - \frac{1}{n_e^2 n_o^2}}$$

gültig für den Fall, dass der Hauptschnitt der Spiegelungsebene parallel ist. Für den Fall, dass

$$\alpha \text{ (für } \mu = 90^0) = a$$

und

$$\alpha \text{ (für } \mu = 0) = b$$

gesetzt wird, schreibt sich die obige Gleichung in der Form

$$\sin^2\alpha = \sin^2\mu . \sin^2 a + \cos^2\mu . \sin^2 b .$$

Dieselbe ist ebenso gebaut wie die durch das Experiment erhaltene, nur dass an Stelle der Kotangente das Quadrat des Sinus der betreffenden Grössen steht. Da aber dieser neue Wert von jenem nur ganz unbedeutend abweicht, so wird die Uebereinstimmung mit der Beobachtung durch diese neue Gleichung nicht verbessert.

72. **Drehung der Polarisationsebene und Phasenänderungen.** Der Polarisationswinkel, d. h. derjenige Einfallswinkel, für den der reflektierte Strahl linear in der Reflexionsebene polarisiert ist, war nach dem vorhergehenden von mehreren Grössen abhängig. Untersucht man nun die Polarisationsverhältnisse, so wird im allgemeinen beim Einfallen natürlichen Lichts der reflektierte Strahl elliptisch polarisiert sein. Ist der einfallende geradlinig polarisiert, und zwar parallel oder senkrecht zur Einfallsebene, so ist es der reflektierte im allgemeinen nicht mehr, sondern die Polarisationsebene des reflektierten Lichts schliesst in allen den Fällen, wo die Einfallsebene nicht im Hauptschnitt liegt, mit der Einfalls-

ebene einen bestimmten Winkel ein, der sich mit der Lage gegen die optische Achse ändert. Die Polarisationsebene des reflektierten Strahls hat also eine Drehung erfahren, die nach Brewsters Beobachtungen (1819) umso stärker ist, je grösser der Brechungsexponent des den Kristall umgebenden Mediums. Bei Kassiaöl z. B., dessen Brechungsexponent nahe demjenigen des ordinären im Kalkspat ist, stand bei der Untersuchung des Kalkspats für manche Winkel die Polarisationsebene des reflektierten Strahls sogar auf der Einfallsebene senkrecht. Diese Drehung ist auch grösser, wenn das einfallende Licht in der Einfallsebene schwingt. Sie betrug z. B. in einem Fall für Kalkspat $12^0\,45'$; war das einfallende Licht aber in der Einfallsebene polarisiert, so war die Drehung im Maximum nur $4^0\,8'$.

Damit der reflektierte Strahl parallel oder senkrecht zur Einfallsebene schwingt, kann man den einfallenden Strahl in einer gedrehten Ebene schwingen lassen, und zwar im obigen Beispiel um $12^0\,45'$ oder $4^0\,8'$.

Ist der einfallende Strahl schief gegen den Hauptschnitt polarisiert, so lassen sich seine Schwingungen zerlegen in solche parallel und senkrecht dazu. Beide Intensitäten erfahren verschiedene Veränderungen; es tritt deshalb auch hier eine Drehung der Polarisationsebene ein. Es wurde dies von Sénarmont für normale Inzidenz in sehr einfacher Art nachgewiesen, indem er das von einer Glasplatte normal reflektierte Licht durch ein Nicolsches Prisma gehen liess und durch Drehen desselben auslöschte. Dann legte er den Kristall auf die Glasplatte und musste darauf das Prisma weiter verdrehen, um wieder Dunkelheit im Gesichtsfeld zu haben.

Die Frage nun, ob beide Komponenten starke Phasenveränderungen erleiden, so dass sie nach der Reflexion nicht mehr zu einem geradlinigen, sondern zu einem elliptisch polarisierten Strahl zusammentreten, ist besonders quantitativ durch das Experiment sehr schwer zu entscheiden, weil genaue Untersuchungen ergeben haben, dass die Grösse der elliptischen Polarisation sehr wesentlich abhängt von der Natur der benutzten Kristalloberfläche, dass sie also von „Oberflächenschichten" beeinflusst wird. So findet z. B. Drude, dass die elliptische

Polarisation bei linear einfallendem Licht an Kalkspatspaltflächen sehr klein ist im Vergleich mit der an polierten Flächen erhaltenen. Dieselbe wächst auch merklich mit der Zeit, wodurch die Fläche durch Liegen an der Luft alteriert wird.

Es geht in diesen Fällen deshalb die Theorie den Versuchen voraus; sie ist aber nicht eher als genau bindend anzuerkennen, als bis sie den Vergleich mit den genauesten Beobachtungen ausgehalten hat.

73. **Uniradiale Azimute.** Bei einem gegebenen Einfallswinkel i gibt es für die einfallende und reflektierte Welle zusammengehörige Polarisationsazimute, welche nur **eine** gebrochene Welle zur Folge haben, die sog. uniradialen Azimute. Es gibt uniradiale Azimute der einfallenden Welle für den ordinären und für den extraordinären Strahl. Fällt nun Licht unter einem beliebigen Azimut polarisiert auf, so lässt es sich zerlegen in zwei Komponenten nach den uniradial einfallenden Azimuten, und darauf können die beiden Komponenten nach der Reflexion wieder nach uniradialen Azimuten zusammengesetzt werden.

Sind a und a_1 die Amplituden der uniradialen Komponenten der einfallenden und reflektierten Welle, Θ und Θ_1 die Polarisationsazimute derselben gegen die Einfallsebene; ist a_2 die Amplitude der zugehörigen **einen** Welle und Θ_2 ihr Polarisationsazimut, d. h. die Neigung ihrer Polarisationsebene gegen die Einfallsebene, r der Brechungswinkel, ε der Winkel, den der zur gebrochenen Welle gehörige Strahl mit der Wellennormalen bildet, dann gilt nach der neuen Mac Cullagschen Theorie (1880), dass die reflektierten Amplituden der nach dem uniradialen Azimut der reflektierten Welle genommenen Komponenten sich darstellen durch

$$a_1 \cdot \cos\Theta_1 = \pm\, a \cdot \cos\Theta \frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)} = \pm\, a_2 \cdot \cos\Theta_2 \frac{\sin(i-r)}{\sin 2r}$$

|| Einfallsebene polarisiert,

$$a_1 \cdot \sin\Theta_1 = \mp\, a \cdot \sin\Theta \frac{\sin(i-r) \cdot \cos(i+r) - \sin^2 r \cdot \dfrac{\mathrm{tg}\,\varepsilon}{\sin\Theta_2}}{\cos(i-r) \cdot \sin(i+r) + \sin^2 r \cdot \dfrac{\mathrm{tg}\,\varepsilon}{\sin\Theta_2}}$$

$$= \mp\, a_2 \cdot \sin\Theta_2 \cdot \left\{ \frac{\sin(i-r) \cdot \cos(i+r)}{\sin 2i} - \frac{\sin^2 r \cdot \mathrm{tg}\,\varepsilon}{\sin 2i \sin\Theta_2} \right\}$$ ⊥ Einfallsebene polarisiert.

Die senkrecht zur Einfallsebene polarisierte Komponente jeder einzelnen uniradialen Schwingung liefert beim Durchgang durch einen gewissen Einfallswinkel i einen Zeichenwechsel der Amplitude, welcher sich

in der Beobachtung als eine Phasenänderung von $\frac{\lambda}{2}$ darstellt. Es tritt dies ein für denjenigen Winkel, welcher den Zähler des obigen Ausdrucks zum Verschwinden bringt, der sich also bestimmt aus

$$\sin(i-r) \cdot \cos(i+r) - \sin^2 r \cdot \frac{\operatorname{tg} \varepsilon}{\sin \Theta_2} = 0$$

oder durch

$$\operatorname{tg} \Theta_2 \cdot \cos(i+r) - \frac{\sin^2 r}{\sin(i-r)} \cdot \frac{\operatorname{tg} \varepsilon}{\cos \Theta_2} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{(I)}$$

Es gibt nun im allgemeinen zwei uniradiale Azimute der reflektierten Welle für die beiden gebrochenen Strahlen. Es sind also auch zwei solcher Einfallswinkel vorhanden.

Da unter dem Polarisationswinkel nur Licht, das senkrecht zur Einfallsebene schwingt, reflektiert werden soll, so entspricht derselbe dem Einfallswinkel, für den die beiden uniradialen Azimute der reflektierten Welle zusammenfallen, wo also

$$\operatorname{tg} \Theta_2 \cdot \cos(i+r) - \frac{\sin^2 r}{\sin(i-r)} \cdot \frac{\operatorname{tg} \varepsilon}{\cos \Theta_2}$$
$$= \operatorname{tg} \Theta'_2 \cdot \cos(i+r') - \frac{\sin^2 r'}{\sin(i-r')} \cdot \frac{\operatorname{tg} \varepsilon'}{\cos \Theta_2'} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{(II)}$$

ist, wenn sich die oberen Indices auf die zweite gebrochene Welle beziehen. Für den sich hieraus ergebenden Inzidenzwinkel würde die senkrecht zur Einfallsebene polarisierte Komponente für jede uniradiale Schwingung durch Null hindurchgehen und eine plötzliche Phasenänderung um $\frac{\lambda}{2}$ erleiden.

Die Beobachtung dürfte indes auch hier wie früher für reguläre Kristalle zu dem Resultat kommen, dass sich diese Phasenänderung im Gegensatz zur Theorie nicht plötzlich, sondern allmählich vollzieht, in der Nähe des betreffenden Einfallswinkels allerdings mit besonderer Stärke. Auch hier erleiden alle parallel zur Einfallsebene polarisierten Komponenten des reflektierten Lichts im wesentlichen keine Phasenänderung.

Die durch die Formel (I) und (II) geforderten Einfallswinkel werden, obwohl sie nicht zusammenfallen, doch wegen der geringen Grade der Doppelbrechung nie weit auseinanderfallen, die Eigenschaften sich also immer in der Nähe des Polarisationswinkels abspielen. — Für eine unter 45° gegen die optische Achse eines Kalkspatkristalls geschnittene Fläche findet man für Natriumlicht, dass die beiden Einfallswinkel, unter denen sich ein Maximum der Phasenänderung vollziehen würde, um 5° 50′ auseinander liegen. Die zugehörigen uniradialen Azimute der reflektierten Welle, die für den Polarisationswinkel zusammenfallen,

$$\Theta_1 = \Theta_1' = 4^\circ\, 5{,}3',$$

während die entsprechenden uniradialen Azimute der einfallenden Welle

$$\Theta = 46^\circ\, 3{,}2' \text{ und } \Theta' = -38^\circ\, 34{,}4'$$

wären beim Polarisationswinkel $i = 56^\circ\, 20'$.

Mit solchen Rechnungen sucht man die Erscheinungen auf einfache Weise interpretieren zu können.

Wir fassen die mitgeteilten Resultate kurz zusammen:

Bei doppelbrechenden Kristallen ist der Winkel, unter dem natürliches Licht auffallen muss, damit das reflektierte vollständig linear polarisiert sei, der Polarisationswinkel, für verschiedene Orientierung der Einfallsebene gegen die Kristallfläche und für verschiedene Lage der letzteren gegen einen Hauptschnitt verschieden; der Unterschied beträgt aber in den meisten Fällen nur wenige Grade.

In allen andern Fällen wird das natürlich einfallende Licht als elliptisch polarisiertes reflektiert.

Fällt linear polarisiertes Licht auf, so wird die Polarisationsebene desselben gedreht, so dass die Polarisationsebene der reflektierten Schwingungen im allgemeinen nicht mehr denselben Winkel mit der Einfallsebene bildet wie diejenige der einfallenden. Die Grösse der Drehung ist eine andre für parallel zur Einfallsebene schwingendes einfallendes Licht wie für senkrecht dazu schwingend einfallendes.

Die Grösse der elliptischen Polarisation ist wesentlich beeinflusst von Oberflächenschichten der spiegelnden Fläche; sie scheint bei frischen Spaltflächen sehr klein zu sein.

Für die uniradialen Azimute der einfallenden und reflektierten Welle gibt es nur eine einzige gebrochene Welle.

74. **Theorien.** Nach Seebeck stellte Neumann (1837) eine besonders auf der Behandlung der uniradialen Azimute gegründete Theorie der Reflexion an Kristallflächen auf. Seine Annahmen in Bezug auf die Aetherkonstitution und die Kontinuität der Bewegungen stimmen mit denen für isotrope Körper überein. Seine Resultate suchte er durch Experimente zu stützen. Er bestimmte für verschiedene Inzidenzen das Polarisationsazimut des einfallenden Strahls, bei welchem der extraordinäre Strahl

verschwand, ebenso dasjenige, für das der ordinäre verschwand. Er fand, dass beide Azimute für diese Fälle nicht um 90° voneinander abweichen, sondern um etwas über 2° davon verschieden sein können. Wenn aber die Einfallsebene mit dem Hauptschnitt zusammenfällt, ebenso bei normaler Inzidenz, stehen beide Azimute genau aufeinander senkrecht. Ausserdem berechnete und beobachtete er den Winkel der Drehung der Polarisationsebene des reflektierten Strahls und fand auf beiden Wegen annähernd dieselben Resultate.

Eine ähnliche Theorie stellte Mac Cullagh durch Erweiterung der für isotrope Medien geltenden Beziehungen auf. Sie stimmt mit der vorhergehenden überein.

Briot stellte eine Theorie auf durch Erweiterung des Kontinuitätsprinzips, nach dem nicht nur die drei Komponenten der Schwingung in beiden Medien einander gleich sind für jeden Punkt der Grenzfläche, sondern auch noch ihre ersten Ableitungen nach einer Koordinate senkrecht zur Grenzfläche. Er findet, dass sich danach ein auf einen Kristall auffallender Strahl in fünf Strahlen spalten müsste:

einen reflektierten mit transversalen Schwingungen,
einen reflektierten mit longitudinalen Schwingungen,
zwei gebrochene mit transversalen Schwingungen,
einen gebrochenen mit longitudinalen Schwingungen.

Von diesen können in der Nähe der Grenzfläche alle verlöschen mit Ausnahme der transversal reflektierten, die elliptisch ist. Danach stellte Cornu auf Grund der Fresnelschen Anschauungen eine Theorie der Kristallreflexion auf, indem er zugleich die Schwierigkeit mit Bezug auf die Diskontinuität der senkrecht zur Kristallfläche genommenen Schwingungskomponenten beseitigte, indem er das mechanische Prinzip der Erhaltung der Quantitäten in die Theorie einführte. Seine Gleichungen stimmen mit den Neumannschen überein.

G. Kirchhoff nimmt weiter an, dass auf die Grenzfläche ausser den von der Elastizität herrührenden Kräften noch Druckkräfte, etwa von den wägbaren Teilchen ausgeübte, wirken. Als Lösung erhält er acht Wellen, von denen je vier in einem Medium verlaufen.

Später führten noch W. Voigt, E. Ketteler und P. Drude neue Theorien ein.

2. Abschnitt.

Reflexion an der Oberfläche absorbierender Kristalle.

Wir haben dabei sofort zwei Sorten von Kristallen zu unterscheiden, solche, die sich für alle auffallenden Lichtstrahlen als stark absorbierende Körper verhalten, und solche, die sich nur für manche Strahlen stark absorbierend verhalten, für andre dagegen wie durchsichtige Substanzen. Zur ersten Art gehören die Metalle, zur andern die „Kristalle mit Oberflächenfarben". Es soll hier nur eine kurze Uebersicht über die in beiden Fällen auftretenden Erscheinungen gegeben werden, die ziemlich vielseitiger Natur sind und noch mancher Beobachtungen bedürfen.

75. **Reflexion an Metallen.** Es handelt sich dabei nur um die im regulären System kristallisierenden Metalle und deren Verbindungen mit Schwefel, Selen, Tellur, Wismut, Arsen und Antimon. Doppelbrechende Metalle sind selten; z. B. Tellurwismut (optisch einachsig), Antimonglanz (optisch zweiachsig). Solche Kristalle sind vor andern dadurch ausgezeichnet, dass sie auffallendes Licht so stark absorbieren, dass sie nur in den allerdünnsten Schichten für dasselbe durchlässig sind. Dagegen bietet die Untersuchung des reflektierten Lichts keine Schwierigkeiten. Fällt eine linear polarisierte Schwingung auf eine Fläche eines solchen Kristalls, so wird sie im allgemeinen, wie schon Brewster 1815 entdeckte, elliptisch reflektiert. Nur wenn die Polarisationsebene des einfallenden Lichts parallel oder senkrecht zur Einfallsebene liegt, ist (schon aus Gründen der Symmetrie) das reflektierte Licht parallel oder senkrecht geradlinig polarisiert.

Fällt natürliches Licht oder eine schief gegen die Einfallsebene polarisierte Welle, die in zwei Komponenten parallel und senkrecht zu derselben zerlegt werden kann, unter einem beliebigen Winkel φ auf, so erzeugen sie reflektierte Wellen, von denen die zweite der ersteren um einen Bruchteil einer Wellenlänge voraus ist. Beide Wellen erhalten in allen Fällen einen Gangunterschied. Derselbe ist [illegible]

und wächst kontinuierlich mit dem Einfallswinkel, bis er bei streifender Inzidenz $\frac{\lambda}{2}$ wird. Wird bei der Reflexion die in der Einfallsebene schwingende Komponente des reflektierten Strahls gegen die andre Komponente verzögert, so nennt Jamin die Reflexion positiv, wird dagegen die senkrecht dazu schwingende verzögert, so nennt er sie negativ. Fast alle Metalle, deren $n > 1{,}4$ ist, sind **positiv**.

Betrachtet man das Verhältnis der Mengen reflektierten Lichts von parallel und senkrecht zur Reflexionsebene schwingendem, so zeigt sich ein wesentlicher Unterschied gegen die optisch durchsichtigen isotropen Körper. Dort wird dasselbe für den Polarisationswinkel Null und wächst mit der Zu- oder Abnahme des Einfallswinkels, bis es bei normaler und streifender Inzidenz den Wert 1 erreicht hat. Bei den metallischen Körpern aber sinkt dieses Verhältnis nur bis zu einem Minimum. Man nennt den zugehörigen Einfallswinkel „**Haupteinfallswinkel**"; der Gangunterschied beider Wellen beträgt dabei gerade $\frac{\lambda}{4}$.

Man findet diese Eigenschaft bei der Untersuchung des reflektierten Lichts mit dem Viertelglimmer, indem unter dem Haupteinfallswinkel dann geradlinig polarisiertes Licht austritt.

Bildet die Polarisationsebene einer einfallenden Welle mit der Einfallsebene den Winkel ω, so kann sie in zwei Komponenten zerlegt werden, von denen die eine parallel, die andre senkrecht zur Einfallsebene schwingt, mit den Amplituden $\cos\omega : \sin\omega$, wenn diejenige des einfallenden Lichts 1 gesetzt wird. Beim Auffallen auf den Kristall werden die beiden Strahlen verschieden stark absorbiert und erleiden einen Gangunterschied gegeneinander. Das Verhältnis der Amplituden nach der Reflexion sei $p.\cos\omega : q.\sin\omega$ und die Phasendifferenz γ.

Um die drei Grössen p, q und γ zu bestimmen, dient ein Reflexionsgoniometer, das sich in nichts von einem gewöhnlichen Spektrometer unterscheidet, wenn hinter dem Spalt des Kollimatorrohrs ein Polarisator und vor dem Objektiv des Beobachtungsfernrohrs ein Kompensator und Analysator angebracht wird. Man

stellt den absorbierenden Kristall auf das Messtischchen des **Kristalls** so auf, dass die spiegelnde Fläche in die Ebene der Drehachse kommt, und lässt homogenes Licht durch den Spalt treten, welches durch den Polarisator eine beliebige Schwingungsrichtung gegen die Einfallsebene erhalten kann. Da die beiden Komponenten bei der Reflexion einen Gangunterschied erhalten, so können sie nicht direkt mit dem Analysator in Bezug auf die Drehung, welche die Hauptschwingungsrichtung gegen die Einfallsebene erlitten hat, untersucht werden, weil das Licht im allgemeinen elliptisch schwingt. Man hebt deshalb durch messbare Verstellung des Kompensators gerade den Gangunterschied auf, so dass linear polarisiertes Licht auf den Analysator fällt, der es durch Drehen vollständig auslöscht. Die Polarisationsebene des reflektierten Lichts wird also um den abgelesenen Drehungswinkel des Analysators gedreht worden sein, so dass sie mit der Einfallsebene einen andern Winkel einschliesst, der Polarisationsazimut genannt und mit ψ bezeichnet wird.

Man sieht nun, dass dieser Winkel ein Mass für die Absorption angeben muss, weil

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{q \,.\, \sin \omega}{p \,.\, \cos \omega}.$$

Wählt man ω gerade 45^0, so ist die Tangente des abgelesenen Polarisationsazimuts gleich dem Verhältnis $\frac{q}{p}$ der Schwächungsfaktoren der Amplituden.

Dieses Azimut ändert sich mit der Grösse des Einfallswinkels; für den Haupteinfallswinkel heisse es „**Hauptazimut**“.

Nennen wir Φ den Haupteinfallswinkel, Ψ das Hauptazimut, so hängen beide durch einfache Gesetze mit dem **Brechungs-** und **Absorptionsindex** n und $\varkappa$ zusammen.

Es ist

$$\left.\begin{aligned} n &= \sin \Phi \,.\, \cos 2\Psi \,.\, \operatorname{tg} \Phi \\ \varkappa &= \operatorname{tg} 2\Psi \,. \end{aligned}\right\} A.$$

Für n ergibt sich eine dem Brewsterschen Gesetz ähnliche Beziehung, es ist der Brechungsexponent aber nur der Tangente des Haupteinfallswinkels proportional. Ein Unterschied

zwischen beiden besteht aber auch darin, dass für durchsichtige Körper der Polarisationswinkel mit der Brechbarkeit der Lichtstrahlen zunimmt, während hier der Winkel des Polarisationsmaximums mit zunehmender Brechbarkeit abnimmt.

Wir wollen $\varkappa$ den Absorptionsindex,
$n\varkappa$ den Absorptionskoeffizient nennen.

Das **Reflexionsvermögen**, d. h. das Verhältnis der reflektierten zur auffallenden Intensität der Komponenten parallel und senkrecht zur Einfallsebene, werde durch

$$\frac{R_p}{E_p} = tg^2 \psi_p, \quad \frac{R_s}{E_s} = tg^2 \psi_s$$

bezeichnet, wo ψ das Polarisationsazimut der beiden Komponenten nach der Reflexion bedeutet, das direkt ein Mass ist für die Amplitudenveränderungen bei der Reflexion. Für den beliebigen Einfallswinkel φ stellen sich die Intensitätsverhältnisse nach den durch Quincke vereinfachten Cauchyschen Formeln dar durch:

$$\left.\begin{aligned} tg^2 \psi_p &= \frac{R_p}{E_p} = \frac{n^2(1+\varkappa^2) - 2n\cos\varphi + \cos^2\varphi}{n^2(1+\varkappa^2) + 2n\cos\varphi + \cos^2\varphi} \\ tg^2 \psi_s &= \frac{R_s}{E_s} = \frac{n^2(1+\varkappa^2)\cos^2\varphi - 2n\cos\varphi + 1}{n^2(1+\varkappa^2)\cos^2\varphi + 2n\cos\varphi + 1} \end{aligned}\right\} \text{B.}$$

Es ist dabei vorausgesetzt, dass $n^2(1+\varkappa^2)$ gegen 1 gross ist. Für normale Inzidenz, also $\varphi = 0$, wird das Verhältnis des reflektierten zum einfallenden Licht:

$$R = \frac{1 + n^2(1+\varkappa^2) - 2n}{1 + n^2(1+\varkappa^2) + 2n}.$$

Man sieht, dass diese Form in die für durchsichtige Medien abgeleitete übergeht, wenn man $\varkappa = 0$ setzt.

R wird um so grösser, je kleiner $2n$ gegenüber $1 + n^2(1+\varkappa^2)$ ist. — Ein Metall, das dieser Bedingung genügt, wird das Licht am stärksten reflektieren, es wird den höchsten **Glanz** haben.

Bleibt n konstant, so nimmt das Reflexionsvermögen mit wachsendem Absorptionskoeffizienten $n\varkappa$ zu. Die Farbe des reflektierten Lichts wird daher annähernd derjenigen des durchgehenden komplementär sein, da nur das am stärksten absorbierte am kräftigsten reflektiert wird.

Die **absolute Phasenverzögerung** der beiden Komponenten ist für normale Inzidenz durch

$$\operatorname{tg} \Delta_p = \operatorname{tg} \Delta_s = -\frac{2\,n\,\varkappa}{n^2(1+\varkappa^2)-1}$$

gegeben.

Es sei im folgenden eine kurze Zusammenstellung von Brechungs- und Absorptionskoeffizienten für mehrere Metalle und Natronlicht nach Drude gegeben.

Reguläre Kristalle und amorphe Körper	Brechungs-exponenten	Absorptions-koeffizient $n\varkappa$	Reflexionsver-mögen R : 100
Silber	0,18	3,67	95,3
Gold	0,37	2,82	81,1
Kupfer	0,64	2,62	73,2
Aluminium	1,44	5,23	82,7
Nickel	1,79	3,32	62,0
Blei	2,01	3,48	62,1
Platin	2,06	4,26	70,1
Kobalt	2,12	4,03	67,5
Bleiglanz	4,30	1,72	44,5

Sehr auffallend ist dabei die Kleinheit der Brechungsexponenten mancher Metalle, so dass sich das Licht in solchen rascher fortpflanzt als im freien Raum. Alle diese Metalle besitzen mit Ausnahme von Gold, Kupfer und Blei **anormale Dispersion**, d. h. die Brechungsexponenten nehmen nicht stetig mit der reziproken Wellenlänge zu, sondern sind manchmal grösser bei den roten, manchmal bei den grünen Strahlen u. s. w. als bei den übrigen des Spektrums.

Wird statt homogenen Lichts weisses angewandt, so hat das gespiegelte Licht eine für jedes Metall charakteristische Färbung, die Fläche zeigt Metallglanz, was davon herrührt, dass das Reflexionsvermögen mit der Farbe des Lichts variiert.

Jamin berechnete das Reflexionsvermögen vieler Metalle bei normaler Inzidenz für die verschiedenen Farben des Spektrums. Und zwar mass er die Winkel des Polarisationsmaximums für diese Farben, ausserdem den Winkel der Polarisationsebene des reflektierten Strahls gegen die Einfallsebene. Hieraus konnte n

und $\varkappa$ und daraus R berechnet werden, wie es die vorhergehenden Auseinandersetzungen lehren. Er fand, dass die Abhängigkeit des Reflexionsvermögens von der Farbe nach einmaliger Reflexion meist nicht sehr gross ist, dass sie aber bei vielen Reflexionen an demselben Metall sehr auffallend wird.

Reflexionsvermögen bei einmaliger Reflexion.

Farbe	Silber		Messing		Kupfer		Zink	
	R	n	R	n	R	n	R	n
Rot	0,929	0,2623	0,720	0,8216	0,682	0,8865	0,576	1,9985
Orange	0,909	0,2615	0,682	0,8062	0,623	0,9478	0,594	1,8683
Gelb	0,905	0,2581	0,662	0,8000	0,540	1,1140	0,602	1,7735
Grün	0,902	0,2452	0,619	0,8194	0,470	1,3057	0,616	1,4262
Blau	0,878	0,2229	0,528	0,9235	0,434	1,3052	0,628	1,1901
Indigo	0,875	0,2154	0,456	1,0340	0,423	1,3151	0,635	1,0938
Violett	0,867	0,2059	0,498	1,0797	0,405	1,3090	0,636	1,0006

Man sieht, dass bei den drei ersten Metallen das Reflexionsvermögen mit abnehmender Wellenlänge des Lichts abnimmt, bei Zink dagegen zunimmt. Die anormale Dispersion ist deutlich wahrzunehmen.

Reflexionsvermögen nach zehnmaliger Reflexion.

Farbe	Silber	Messing	Kupfer	Zink
Rot	0,478	0,037	0,022	0,004
Orange	0,388	0,022	0,009	0,005
Gelb	0,369	0,016	0,002	0,006
Grün	0,357	0,008	0,000	0,008
Blau	0,273	0,001	0,000	0,009
Indigo	0,264	0,000	0,000	0,010
Violett	0,242	0,000	0,000	0,011

Die letzte Tabelle zeigt am auffallendsten, in welcher Weise der Metallglanz einer Fläche von dem Reflexionsvermögen der einzelnen Farben abhängt. Am stärksten glänzt unter den genannten Metallen das Silber und zwar, wie man sieht, in einer vorherrschend

rot bis gelben Farbenmischung. Das Gelb des Messings, ebenso das Rot des Kupfers und das matte Grau des Zinks lassen sich unmittelbar der Tabelle entnehmen.

Fassen wir kurz zusammen:

Das von einer Metallfläche reflektierte Licht ist im allgemeinen elliptisch polarisiert. Am deutlichsten tritt dies unter dem Haupteinfallswinkel in die Erscheinung, wo die gegenseitige Phasenverschiebung der beiden parallel und senkrecht zur Einfallsebene genommenen Komponenten der Schwingung $\frac{\lambda}{4}$ beträgt. Bei normaler und streifender Inzidenz ist das reflektierte Licht geradlinig polarisiert, wenn es das einfallende auch war; die Phasenverschiebung ist dort 0 oder $\frac{\lambda}{2}$.

Liegt die Polarisationsebene des einfallenden Strahls nicht parallel oder senkrecht zur Einfallsebene, so erleidet die Polarisationsebene des reflektierten Strahls eine Drehung. Der unter dem Haupteinfallswinkel auftretende Drehungswinkel heisst Hauptazimut.

Die Brechungs- und Absorptionsexponenten sind aus dem gemessenen Haupteinfallswinkel und dem dazu gehörigen Hauptazimut vermöge der Gleichungen A zu bestimmen.

Das Reflexionsvermögen ergibt sich aus den Gleichungen B. Es ist abhängig vom Brechungs- und Absorptionsexponent sowie vom Einfallswinkel. Durch diese Abhängigkeit wird der eigenartige Glanz der Metallflächen bestimmt.

Die Mehrzahl aller Metalle zeigt anormale Dispersion.

76. **Kristalle mit Oberflächenfarben.** Es gibt gewisse farbige Kristalle, die sich für gewisse Lichtarten wie Metalle, für andere wie durchsichtige Medien verhalten. Die letzteren Lichtstrahlen lassen sie durch, die ersteren reflektieren sie mit hohem Glanz;

derselbe ist noch auffälliger als der Glanz der Metalle, weil die Absorption und Reflexion eine stärker auswählende ist als bei ersteren. Während sonst die Kristalle, ob farblos oder gefärbt, das von ihnen reflektierte Licht in der Farbe nicht beeinflussen, ist es hier in starkem Masse der Fall. Und zwar ist die Farbe des reflektierten Lichts von derjenigen des durchgehenden stark verschieden; nach Haidingers Beobachtungen wären Oberflächen- und Körperfarbe komplementär, was, wie wir schon bei den Metallen konstatiert haben, nur angenähert der Fall sein kann; dies wurde auch von Wiedemann durch das Experiment bestätigt.

Der erste, der solche Kristalle beobachtete, war Brewster (1829), welcher doppelbrechend gemachtes chrysaminsaures Kali als dichroitisch erkannte. Später zeigte Haidinger, dass eine grosse Zahl anderer Kristalle sich ähnlich verhält.

Stokes untersuchte sie mit homogenem Licht und fand, was wir oben vorwegnahmen, dass sie sich für gewisse Farben genau wie Metalle verhalten, für andere wie durchsichtige Substanzen. Carthamin z. B. ist durchsichtig für die roten Strahlen, undurchlässig für die grünen und blauen. Weitere Messungen stellte E. Wiedemann an, der bestätigen konnte, dass sich die betreffenden Kristalle in ihren durchsichtigen Teilen wie alle andern durchsichtigen Körper, in ihren undurchsichtigen aber wie Metalle verhalten.

Ausserdem zeigen diese Kristalle anormale Dispersion.

Dahin gehören: Fuchsin, Uebermangansaures Kali, Magnesiumplatincyanür, Murexid, Cyanin, Karmin u. a. m.

Haidinger nannte die Erscheinungen, von denen er eine grosse Anzahl auffand „Schiller oder Oberflächenschiller“. Wir wollen diesen Ausdruck durch „Oberflächenfarben“ ersetzen, weil er Verwechslungen geben kann mit einer davon grundverschiedenen Erscheinung, die im folgenden Abschnitt behandelt wird.

Ein klares Bild der Absorptionsverhältnisse liefert die Beobachtung des reflektierten Strahls mit der **dichroskopischen Lupe**. Das von L. Gmelin entdeckte Kalium-Platin-Cyanür erscheint dem blossen Auge gelb durchsichtig, dagegen blau, wenn die vier-

seitig prismatischen Kristalle eine solche Lage haben, dass das Licht von einer Endfläche reflektiert wird.

Wird derselbe Kristall mit der dichroskopischen Lupe betrachtet, so zeigen sich mehrere Verschiedenheiten:

1. Die Prismen spiegelnd nach der Quere gehalten, geben das obere ordinäre Bild O mit Glasglanz, das untere extraordinäre E glanzlos.

2. Hält man die Prismen nach der Länge, so ist O farblos glänzend, E auf allen 4 Flächen blau.

3. Das möglichst senkrecht reflektierte Licht von einer Endfläche zeigt O und E gleich blau.

Man sieht, dass das reflektierte, normal zur Einfallsebene polarisierte Licht gefärbt ist und bei keiner Inzidenz verschwindet, während das parallel zur Einfallsebene polarisierte bei allen Inzidenzen farblos ist.

Magnesium-Platin-Cyanür, das ebenfalls in quadratischen Prismen kristallisiert, erscheint dem blossen Auge auf den Seitenflächen grün metallisch glänzend. Nach der Quere gehalten geht der Schiller bei nahe senkrecht auffallendem Licht vom grasgrünen Metallglanz mit grösser werdendem Einfallswinkel in Gelblichgrün, Speisgelb und tombackbraune Metallbronze über. Hält man die Prismen mit ihrer Längsachse parallel zur Einfallsebene, so zeigt sich wieder zuerst grasgrüner Metallglanz, dann Smaragdgrün, Spangrün, Lasurblau.

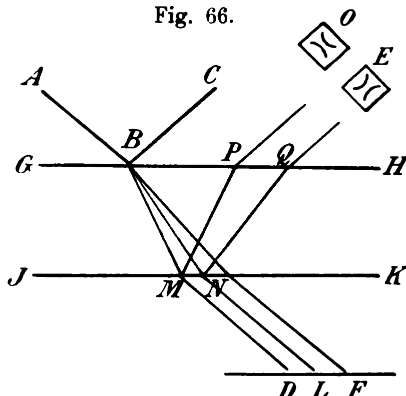
Die Beobachtung mit der dichroskopischen Lupe lehrt, dass bei den verschiedensten Inzidenzen das reflektierte Licht besteht:

1. Aus weissem Licht, das beim Polarisationswinkel ganz im ordinären Bild erscheint.
2. Aus metallisch grünem Licht, das in einer Ebene senkrecht zur Achse polarisiert ist und daher bei der Querstellung im ordinären, bei der Längsstellung im extraordinären Bild erscheint.
3. Aus lasurblauem Licht, das immer senkrecht gegen die Einfallsebene polarisiert ist und deshalb bei der Querstellung im extraordinären Bild erscheint.

Haidinger erklärt die Erscheinungen auf folgende einfache Weise: Ist GH die Oberfläche einer Kristallplatte und JK eine in sehr kleinem Ab-

stand von der Oberfläche parallele Ebene, so wird Licht, das in der Richtung AB einfällt, teilweise sofort nach BC reflektiert, der andre Teil dringt in den Kristall ein und wird in zwei senkrecht aufeinander polarisierte Lichtbündel zerlegt, die in der Ebene des Hauptschnitts und senkrecht dazu schwingen. Der infolge der Brechung entstandene Farbenfächer würde die Länge der Strecke DF einnehmen. Da nun Magnesiumplatincyanür, für welches die Erklärung gelten soll, im durchgehenden Licht karminrot erscheint, so könnte, falls keine Reflexion im Innern des Kristalls stattfände, die Strecke LF den durchgehenden roten Spektralteil vorstellen und zwar als ordinäre und extraordinäre Schwingung, die andre Strecke DL dagegen den absorbierten. Nun sieht aber das Auge mit der dichroskopischen Lupe ein grünes extraordinäres Bild. Wir können annehmen, dass der mit DL bezeichnete Teil ordinärer und extraordinärer Strahlen nur bis zu einer gewissen Schichtdicke im Kristall fortschreitet und plötzlich an der Stelle MN

Fig. 66.



eine Reflexion erfährt, dass dabei die ordinäre Strahlung vollständig absorbiert, dagegen das Grün des extraordinären Strahls nach PQ und ins Auge reflektiert wird. Das ordinäre Bild der Lupe enthält dann nur die an der Oberfläche GH sofort reflektierten weissen Strahlen.

Eine vollständige Theorie der Oberflächenreflexion entwickelte Drude. (Winkelmann, Handbuch der Physik, Optik.)

3. Abschnitt.

Schillern der Kristalle.

Es sei noch einer Erscheinung sekundärer Natur Erwähnung getan, die nicht auf einer weiteren Eigentümlichkeit des Lichts

beruht, sondern nur die Folge einer merkwürdigen Kristallstruktur ist, welche das einfallende Licht in eigenartiger Weise modifiziert. Die Erscheinung des Schillerns besteht darin, dass die betreffenden Kristalle, etwa aus der Sehweite betrachtet, nach einer Richtung, die oft stark abweicht von der Richtung des an der Oberfläche reflektierten Lichts, einen Glanz zeigen, der jede Farbe haben kann. Besonders ausgezeichnet ist der Adular (Kalifeldspat), Labradorit und einige Quarzsorten. Der erstere ist farblos, zeigt aber in bestimmter Richtung einen bläulichen Lichtschein und wird dann unter dem Namen Mondstein als Edelstein geschätzt. Der Labradorit zeigt in gewissen Richtungen sehr lebhaft schillernde Farben, besonders blau und grün.

Man muss zur Erklärung der Erscheinung, die an ganz bestimmte Richtungen gebunden ist, annehmen, dass im Innern des Kristalls sich sehr feine, die ganze Masse durchziehende, gleichorientierte Absonderungen vorkommen, welche gegen die Oberfläche des Kristalls geneigt sind und das eindringende Licht nach bestimmten Richtungen reflektieren. Die eingelagerten Teilchen scheinen von verschwindender Kleinheit zu sein, da sie mikroskopisch nicht nachweisbar sind. Die Färbung des Lichts liesse sich erklären als Farbe dünner Blättchen, herrührend von der Interferenz in kleinen längs feiner Sprünge im Innern abgelösten Schüppchen.

Die Richtigkeit dieser Annahme ist sehr wahrscheinlich, da sie die Erscheinung besonders mit Rücksicht auf die Richtung des ausfallenden Schillers gut erklärt.

Nehmen wir an, es sei O A die schillernde Fläche, O N ihre Normale und O i die Normale der eingelagerten inneren Durchgänge. Es seien zwei Kreise um den Einfallpunkt O beschrieben mit den Radien 1 und $On = n$, dem Brechungsexponenten der Substanz für mittleres Licht. Ist L O einfallender Strahl, und wird L auf den äusseren Kreis projiziert, so gibt l O die Richtung des gebrochenen Strahls an. Derselbe wird unter dem Einfallswinkel an einer inneren Lamelle reflektiert und zwar in der Richtung Q m, wenn $im = il$ ist. Wird aber m nach M projiziert, so ist O M die Richtung des aus dem Kristall wieder austretenden Lichts. Ohne diese innere Reflexion wäre das längs L O einfallende Licht nach O R reflektiert worden. Ein Teil des einfallenden Lichts wird auch in dieser Richtung austreten; er kann aber nie Farben besitzen.

Ist der Winkel, den die inneren Durchgänge mit der Kristallfläche einschliessen, φ, der Winkel

$$\sphericalangle\, m\,O\,n = \beta_1,$$
$$\sphericalangle\, M\,O\,N = \alpha_1,$$

so ist

$$\sin \alpha = n \,.\, \sin \beta$$

und

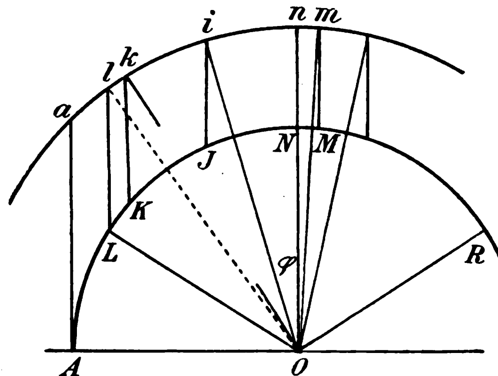
$$\sin \alpha_1 = n \,.\, \sin \beta_1$$

ferner

$$\frac{1}{2}(\beta + \beta_1) = \varphi.$$

Wären nun die Winkel α, φ und der Brechungsexponent n gegeben, so könnte $\alpha + \alpha_1$ gefunden werden, d. h. der Winkel zwischen dem an der Oberfläche reflektierten Licht und der Richtung des Schillers. Oder kennt man umgekehrt letzteren durch direkte Messung, so muss für bekanntes n

Fig. 67.



der Winkel φ berechnet werden. Um aber durch die einfache Messung sowohl φ als n des betreffenden Kristalls zu finden, sind zwei einfache Möglichkeiten gegeben:

1. Fallen die Punkte l und m mit i zusammen, so fällt das einfallende Licht nach der ersten Brechung senkrecht auf die Ebene der inneren Durchgänge und wird daher vertikal reflektiert. Wir hätten „gegenläufigen Schiller“.

   Ist $\sphericalangle\, J\,O\,n = a$, so ergibt sich $\sin a = n \,.\, \sin \varphi$.

2. Wäre $k\,i = i\,n$, so würde ein in der Richtung K O einfallender Strahl von den inneren Durchgängen so reflektiert werden, dass er normal von der Kristalloberfläche ausginge. Wir hätten „normalen Schiller“.

   Ist $\sphericalangle\, K\,O\,n = a_1$, so würde $\sin a_1 = n \,.\, \sin 2\varphi$ sein.

Aus der direkten Beobachtung der beiden Winkel a und a_1 für gegenläufigen und normalen Schiller ergeben sich sowohl

$$\varphi \text{ als } n = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \left(\frac{\sin a_1}{2 \sin a}\right)^2}},$$

wo α der Einfallswinkel ist.

Reusch, der (1862) diese Theorie aufstellte, fand aus seinen Messungen für beliebige Incidenzen immer konstantes φ, d. h. eine Uebereinstimmung mit den Annahmen.

Treten an einer oder mehreren Kristallflächen mehrere Schillerrichtungen auf, so müssen ebensoviele innere Absonderungsschichten angenommen werden, die gegeneinander um einen bestimmten Winkel geneigt sind.

So fand Reusch an einem Quarzkristall zwei verschiedene Lamellen, die um ca. $0^0\ 43'$ und $1^0\ 24'$ gegen die Kristallfläche geneigt waren.

Das bunte Farbenspiel des **Opals** rührt, wie Brewster schon fand, von mikroskopischen Poren her.

Manche Kristalle (Saphire) zeigen im reflektierten oder durchgehenden Licht eigentümliche Lichtbilder, **Asterismus**, eine Erscheinung, die auf lamellare, vielfach wiederholte Zwillingsbildungen zurückzuführen ist.

Kapitel IX.

Optische Kristallanalyse.

In allen den Fällen, wo ein Kristall in ungenügender Grösse oder nur in Bruchstücken oder Komplexen vieler Mineralarten vorkommt, so dass seine Form und Symmetrieverhältnisse nicht auf einfache kristallographische Art, z. B. durch Messung der Flächenwinkel, ermittelt werden können, ist die **optische** Untersuchung ein unentbehrliches Hilfsmittel. Da alle optischen Erscheinungen nicht an feste Punkte oder Flächen eines Kristalls gebunden sind, da sie nur von Richtungen in ihm abhängen, so wird jedes Bruchstück ebenso geeignet sein, den Kristall hinsichtlich seines Charakters zu erkennen, wie eine regelmässig ausgebildete Form.

Es genügt zur Untersuchung deshalb in den meisten Fällen ein kleines Stückchen des betreffenden Minerals. Notwendig ist allerdings, dass es in dünne Platten geschliffen wird, um es dem regelmässigen Durchgang des Lichts aussetzen zu können. Sollen die Gemengteile in irgend einem Gestein einzeln aufgedeckt werden, so wird meist ein einziger Dünnschliff desselben genügen, und zwar deshalb, weil dort die einzelnen Kristalle in sehr verschiedener Orientierung eingelagert sind und daher für die Untersuchung mehr Anknüpfungspunkte bieten.

In erster Linie wird die Kristallanalyse die Aufgabe haben, den betreffenden Kristall als angehörig einem bestimmten Kristallsystem zu bezeichnen, in sehr feinen Fällen wohl auch, ihn selbst aufzufinden. Dabei wird indes notwendig sein, dass mehrere scharfe natürliche Kanten desselben sichtbar sind, so dass die Orientierung

derselben gegen bestimmte optische Richtungen auffindbar sind; ausserdem wird die Bestimmung eine leichtere werden, wenn es gelingt, sei es die optischen Achsenwinkel, sei es die Brechungsexponenten zu ermitteln.

Im folgenden seien die wichtigsten Eigenschaften der einzelnen Systeme aufgeführt, die ein Mittel geben, mit Hilfe der Erscheinungen in der Kristalloptik den Kristall selbst aufzufinden.

Die erste Untersuchung bezieht sich auf die Frage, ob der Kristall einfach- oder doppelbrechend ist. Dann sucht man die Zahl der optischen Achsen und das Zeichen der Doppelbrechung zu ermitteln, den Winkel der optischen Achsen und ihre Dispersion.

1. Abschnitt.

Einfachbrechende Kristalle.

77. **Reguläre Kristalle.** Im allgemeinen zeigen dünne Blättchen keine Aenderungen der Intensitätsverhältnisse in einem Polarisationsapparat. Zwischen gekreuzten Hauptebenen bleiben sie dunkel in allen Lagen, zwischen parallelen dagegen immer hell, wie man sie auch in ihrer Ebene drehen mag. Sie unterscheiden sich von gewöhnlichen amorphen Körpern durch ihre geradlinig begrenzten Ränder und normalen Spaltungsrichtungen, wie sie durch Sprünge oft angedeutet sein können. Die Schnittflächen sind nie nach einer bestimmten Achsenrichtung viel weiter ausgedehnt als nach einer andern, lange Prismen kommen nicht vor. Im konvergenten Licht sind die Erscheinungen dieselben. Sind die Kristalle zirkularpolarisierend, so hellen sie das vorher dunkle Gesichtsfeld auf. Im homogenen Licht verschwindet die Helligkeit beim Nachdrehen des Analysators, im weissen verändern sich die Farben von Rot nach Blau oder umgekehrt. Ein Drehen des Kristalls ändert nichts.

Sind die Kristalle mit Lamellarpolarisation behaftet, so zeigen sie eigentümliche Felder im Gesichtsfeld, die sofort Klarheit über die Erscheinung geben. Ein Schnitt in anderer Richtung durch den Kristall verändert das Bild, desgleichen konvergentes Licht, gewisse Hyalithe, Alaune u. s. w.

Die regulären Kristalle Boracit und Senarmontit (Antimonoxyd) zeigen im konvergenten Licht das Bild zweiachsiger Kristalle, was nach den verschiedenen Richtungen sich wesentlich ändert; es rührt dasselbe her von eingelagerter, doppelbrechender Substanz, dem undurchsichtigen Parasit.

2. Abschnitt.

Doppelbrechende Kristalle.

78. **Nachweis der Doppelbrechung.** Dünne Blättchen ändern im allgemeinen das Gesichtsfeld. Zwischen gekreuzten Hauptebenen des Polarisationsapparats zeigen sie Farben, welche zwischen parallelen Hauptebenen komplementär sind. Ein Drehen der Platte in ihrer Ebene ändert die Farbe, bis bei einer bestimmten Lage Dunkelheit eintritt. Dies ist dann der Fall, wenn die Schwingungsrichtungen im Kristall einer der Hauptebenen des gekreuzten Apparats parallel gehen. Die Platte gibt in allen Lagen Dunkelheit, wenn sie senkrecht zur optischen Achse geschnitten ist oder bei sehr schwacher Doppelbrechung. Im ersten Fall treten im konvergenten Licht Farben auf, im zweiten ändern sich die Erscheinungen kaum.

Eine Methode, sehr schwache Doppelbrechung nachzuweisen, hat Bravais angegeben.

Ein etwa $^1/_9$ mm dickes Glimmerblatt wird nach einer Richtung durchschnitten, die um 45° gegen den Hauptschnitt desselben geneigt ist; dann wird die eine Hälfte um 180° herumgedreht, so dass die untere Seite zur oberen wird, und wieder wie vorher an die andere gelegt. Zwischen gekreuzten Hauptebenen haben beide Hälften gleiche Farbe mit verschiedener Intensität. Bilden beide Hauptschnitte der Blättchenhälften 45° mit der Schwingungsebene des durchgehenden Lichts, so besteht das Maximum der Helligkeit in beiden Hälften. Wird das Doppelblatt auf den unteren Spiegel des Nörrembergschen Polarisationsapparats gelegt, wo es mit doppelter Dicke wirkt, so zeigen die beiden Teile **Biots** sensible Farbe. Wird das Blatt nun am einen Ende einer Röhre angebracht, die am andern durch

ein Quarzprisma verschlossen ist, dessen Hauptebene 45° mit den Hauptschnitten des Blatts einschliesst, so zeigen beide Hälften beim Durchgang des polarisierten Lichts komplementäre Farben, Violett und Gelb.

Beim Drehen der Röhre gehen beide Farben ineinander über. Wird jetzt eine schwach doppelbrechende Kristallplatte davor gebracht, so genügt der kleine Gangunterschied der beiden Strahlen in ihr, die Färbung der Blatthälften zu verändern, weil derselbe in der einen Hälfte addiert, in der andern subtrahiert wird; die eine Farbe sinkt daher in der Ordnung ebensoviel, wie die andere steigt.

Die im folgenden Kapitel behandelten Polariskope würden dieselben Dienste tun.

Die nächste Frage, die sich nach Entscheidung über die Doppelbrechung ergibt, bezieht sich auf die Zahl der optischen Achsen. In erster Linie sind diejenigen Schliffe darauf zu untersuchen, die im parallelen Licht das Gesichtsfeld unverändert liessen. Werden sie im konvergenten Licht betrachtet, so zeigen sie entweder wieder keine Farbenänderung — dann sind sie einfachbrechend — oder es erscheint das charakteristische Achsenbild ein- oder zweiachsiger Kristalle. Auch andere Schliffe, die sich schon als doppelbrechend herausgestellt haben, zeigen im konvergenten Licht die Achsenbilder, wenn man sie um bestimmte Winkel neigt nnd nötigenfalls dabei dreht. Es ist dabei zu beachten, dass auch einachsige Kristalle in schiefer Lage elliptische Farbenkurven zeigen. Dabei werden aber nie zwei Achsenpunkte auftreten, und das charakteristische Kreuz bleibt eindeutig. Ferner gehen die Ellipsen bei weiterem Neigen leicht in solche mit geringerer Exzentrizität und vielleicht in Kreise über. In diesem Fall würde die Lage der schwarzen Mitte die Richtung der optischen Achse angeben. Wäre der Kristall zweiachsig, so würden auch ellipsenähnliche Kurven erscheinen, die aber in einem grösseren Sehfeld sofort den Charakter der Lemniskaten zeigen. Bei gewissen Neigungen würden zwei Achsenfelder auftreten oder wenigstens zwei Kurvenscharen sich zeigen, die um verschiedene Zentren gelagert sind. Auch fehlt dabei ein dunkles Kreuz; vielmehr durchschneidet oft ein einziger dunkler Ast das Gesichtsfeld und geht beim Drehen der Platte in Hyperbeln über.

Manchmal zeigen auch optisch einachsige Kristalle das unverkennbare Achsenbild zweiachsiger. Dies rührt dann von einer gestörten Homogenität des inneren Gefüges durch Dichtigkeitsänderungen einzelner Kristallpartien oder von unvollkommenem Parallelismus der einzelnen Kristallmoleküle her. Dies kann in gewissen Fällen beim Beryll, Turmalin, Quarz und Kalkspat beobachtet werden. Eine Drehung der Platte oder die Untersuchung mit dem Dichroskop mit Bezug auf die Absorptionsverhältnisse lässt gewöhnlich keinen Zweifel über die Konstitution aufkommen.

Auf diese Weise ist also immer eine Sonderung einachsiger und zweiachsiger Kristalle ermöglicht.

I. Optisch einachsige Kristalle.

Hierher gehören die Kristalle des hexagonalen und quadratischen Systems. Um diese voneinander zu trennen, muss zuerst auf die Umgrenzung der vorhandenen Kristallschnitte geachtet werden.

79. **Hexagonale Kristalle.** Sind die Kanten oder Flächen in der 3- oder 6-Zahl vorhanden, und stehen niemals zwei angrenzende Kanten aufeinander senkrecht, d. h. bilden sie stumpfe Winkel miteinander, so gehört der Kristall dem hexagonalen System an. Besonders deutlich würde ein senkrecht zur optischen Achse geschliffenes Stück die 3- oder 6-Zahl, oft auch 12-Zahl erkennen lassen. Es treten auch manchmal Risse oder Spalten auf, die Winkel von 60 oder 120° bilden.

Die Lage der Auslöschungsrichtungen im parallelen Licht gegen die natürlichen Kanten bietet in vielen Fällen ein Mittel zur Trennung der Kristallsysteme. Die genaue Messung des Winkels, den die Auslöschungsrichtung im Kristall mit einer die Austrittsfläche begrenzenden Kante bildet, wird mit dem **Stauroskop** ausgeführt. (Siehe Polarisationsapparate). Weniger genau, aber für analytische Zwecke oft genügend lässt sich dies mit dem gewöhnlichen Polarisationsinstrument bewerkstelligen. Man stellt den Kristall zwischen gekreuzten Hauptebenen auf grösste Dunkelheit ein und liest an dem drehbaren Objektische die Lage ab; in diesem Fall geht die Schwingungsrichtung im Kri-

stallblättchen einer Hauptebene des Polarisationsapparats, sagen wir des Polarisators, parallel; diese Richtung, d. h. die Lage der kurzen Diagonale des Polarisators, wird durch ein Fadenkreuz im Gesichtsfeld markiert. Nun dreht man den Objekttisch mit dem daraufliegenden Kristall so lange, bis eine Kante desselben dem Fadenkreuz parallel geht, und liest wieder die Teilung ab, so ist auf diese Weise auf einige Grade genau die gesuchte Auslöschungsrichtung gefunden. Da bei den hexagonalen Kristallen alle Schwingungsrichtungen für sämtliche Farben die gleichen sind, so kann mit weissem Licht gearbeitet werden. Nun ist für alle prismatischen Flächen eines hierher gehörigen Kristalls eine Schwingungsrichtung parallel der Prismenkante, die andere senkrecht darauf. Für eine Pyramidenfläche halbiert sie den Winkel, den zwei angrenzende Kanten miteinander bilden, die darauf Senkrechte ist einer Basiskante parallel.

80. **Quadratische Kristalle.** Die Kanten und Ecken treten hier in der 4- oder 8-Zahl auf, und die Kanten oder Spaltrichtungen bilden rechte Winkel miteinander.

Die Auslöschungsrichtungen geben keinen Anhalt zur Unterscheidung der hexagonalen und quadratischen Kristalle voneinander, weil beide einer vorkommenden Prismenkante parallel gehen oder den Winkel zwischen zwei Pyramidenkanten halbieren. Wir haben „**gerade Auslöschung**“. Wenn es gelungen ist, die beiden Kristallsysteme zu trennen, so wird die Bestimmung des Vorzeichens der Doppelbrechung eine weitere Begrenzung herbeiführen. Es wird dies in der früher ausführlich gegebenen Art mit $\frac{\lambda}{4}$-Glimmerblättchen erreicht. Hierher gehört auch die Untersuchung in Bezug auf Zirkularpolarisation.

II. Optisch zweiachsige Kristalle.

Alle drei hierher gehörenden Klassen zeigen das zweiachsige Lemniskaten-System.

81. **Rhombische Kristalle.** Hier fallen die drei Elastizitätsachsen vollständig mit den kristallographischen Achsen zusammen; deshalb erleiden sie keine Dispersion für die verschiedenen Farben

des Spektrums. Da ausserdem alle drei aufeinander senkrecht stehen, so gehen die Auslöschrichtungen in einem prismatischen Schnitt den Umrisslinien parallel und stehen darauf senkrecht. **Man** hat also zwischen gekreuzten Hauptebenen stets gerade Auslöschung, und zwar ist sie für alle Farben genau dieselbe. Die optische Achsenebene ist entweder die Basis oder ein Pinakoïd. Im konvergenten Licht zeigt eine senkrecht zur ersten Mittellinie geschnittene oder direkt abgespaltene Platte das schwarze Achsenkreuz ohne Farbensäume oder die Hyperbeln und Lemniskaten mit beiderseits in Bezug auf die Senkrechte auf der Verbindungslinie der Achsenpunkte symmetrischer Färbung. Es tritt nur horizontale Dispersion auf.

82. **Monokline Kristalle.** Dieselben besitzen nur eine Symmetrieebene, in der zwei nicht unter rechten Winkeln gegeneinander geneigte Achsen liegen, und eine darauf normale Achse, die zugleich eine optische Elastizitätsachse ist. Solche Kristalle zeigen schon in der äusseren Form eine geringere Symmetrie als die vorher erwähnten. Wird eine beliebige, dünne Platte im senkrecht auffallenden, polarisierten Licht untersucht, so geht im allgemeinen keine der Auslöschungsrichtungen einer der möglichen Kristallkanten parallel; es existiert also **schiefe Auslöschung**. Ausserdem sind die Schwingungsrichtungen für verschiedene Farben verschieden, so dass dieser Winkel der schiefen Auslöschung sich mit der Farbe ändert. Von besonderer Wichtigkeit ist die Orientierung der Schwingungsrichtung in der Ebene des Klinopinakoïds (010) oder ∞ a : b : ∞ c, weil hierin die Symmetrieebene liegt. Ist der Winkel, den die Hauptschwingungsrichtung für eine bestimmte Farbe mit einer Kristallachse, sagen wir c, macht, bekannt, so weiss man, dass die andere Hauptschwingungsrichtung in derselben Ebene darauf senkrecht steht und die dritte auf beiden normal ist. Diese ist auch Schwingungsrichtung zugleich für alle Farben. Sei in beigezeichneter Figur ein Klinopinakoïd, das von drei dazu senkrechten Pinakoïden a, r und r′ begrenzt ist, so mögen die gefundenen Schwingungsrichtungen für Violett und Rot die beigezeichneten Lagen gegen die c-Achse haben. Dann stehen die andern darauf senkrecht. Von einem rhombischen Kristall, dem er äusserlich sehr ähnlich sein kann, unterscheidet

er sich dadurch, dass diese Schwingungsrichtungen gegen die Kante geneigt sind und für verschiedene Farben andere Winkel mit ihr einschliessen, während sie im rhombischen System ihr parallel gehen und keine Dispersion zeigen. Der Winkel der Dispersion beträgt selten mehr als 2°.

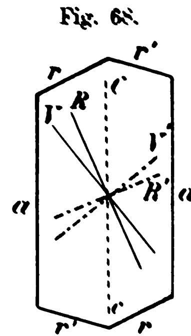


Fig. 68.

Weil die Winkel gegen die kristallographischen Achsen für den Kristall charakteristisch sind, so wurde von Michel-Lévy für die am häufigsten gesteinsbildenden Mineralien die Auslöschungsschiefe auf den Hauptflächen berechnet, so dass man mit Hilfe seiner Tabelle mit grosser Wahrscheinlichkeit aus mehreren Messungen dieser Winkel den Kristall ermitteln kann.

Untersucht man die Grösse des Winkels für Ebenen, die durch die c-Achse gehen und immer grössere Neigung gegen die Symmetrieebene oder das Klinopinakoïd erhalten, so wird sie abnehmen und nach 90°, d. h. in einer Ebene, die auf der optischen Achsenebene senkrecht steht, Null werden. Denn in diesem Fall ist die eine Schwingungsrichtung der Symmetrieachse parallel und erleidet daher keine Dispersion.

Ist das Klinopinakoïd als Kristallfläche vorhanden oder durch Abspalten herstellbar, so muss dies zuerst untersucht werden. Zeigt es im konvergenten weissen Licht keine Farbenringe, so ist es entweder parallel zur optischen Achsenebene oder senkrecht zur zweiten Mittellinie. Im monochromatischen Licht, wo keine komplizierten, die einzelnen Farben verdeckenden Mischungen auftreten können, erscheinen im ersten Fall hyperbolische, im zweiten lemniskatenähnliche helle und dunkle Kurven im Gesichtsfeld. Diese Systeme werden in beiden Fällen bei monoklinen Kristallen symmetrisch halbiert durch zwei in der Mitte des Gesichtsfelds einander senkrecht schneidende Geraden, welche den beiden in dieser Ebene liegenden Hauptschwingungsrichtungen parallel gehen, dagegen nicht zusammenfallen mit den beiden Kristallachsen, wie es im rhombischen System der Fall ist. (Siehe S. 247).

Im ersten Fall, wo die betrachtete Ebene des Klinopinakoïds

selbst die optische Achsenebene ist, existieren dazu senkrechte Pinakoïde, die dann das Interferenzbild zweiachsiger Kristalle zeigen, wenn sie zur ersten Mittellinie annähernd senkrecht sind. Man erkennt dann *geneigte Dispersion*.

Steht die optische Achsenebene, wie im zweiten Fall, auf der Symmetrieebene senkrecht, so kann die erste Mittellinie entweder mit der Symmetrieachse zusammenfallen oder in der Symmetrieebene liegen, so dass die zweite Mittellinie in die Achse fällt. Im ersten Fall zeigt eine zur ersten Mittellinie geschnittene Platte *gekreuzte Dispersion*, im zweiten *horizontale*.

Auf diese Weise lassen sich monokline Kristalle eindeutig bestimmen.

83. **Trikline Kristalle.** Hier fällt keine Elastizitätsachse mit einer kristallographischen zusammen. Man wird daher im parallelen Licht nie eine Fläche finden, für welche gerade Auslöschung auftritt. Genaue optische Beziehungen können aber nicht angegeben werden, weil keine Gesetze über die Abhängigkeit der optischen Orientierungen von der Kristallform bekannt sind. Die Untersuchung trikliner Kristalle wird sich darauf beschränken, sie als solche aufgefunden zu haben, wenn keines der vorhergehend beschriebenen Verhältnisse eingetroffen ist.

Stellt man die hauptsächlichsten Erscheinungen, die zur Auffindung eines Kristallsystems auf optischem Weg benutzt werden, tabellarisch zusammen, so würde sich folgendes ergeben:

84. **Uebersicht über die Erscheinungen der einzelnen Systeme. Untersuchung im Polarisationsapparat.**

Gekreuzte Hauptebenen mit parallelem Licht.

I. Das Blättchen zeigt Dunkelheit.

Amorph, regulär, optisch einachsig, optisch zweiachsig.

1. Nach Drehen desselben keine Helligkeit.

Amorph, regulär, einachsig.

2. Nach Neigen desselben Helligkeit.

Einachsig.

Gekreuzte Hauptebenen mit konvergentem Licht.

I. Das Blättchen zeigt im weissen Licht keine Farbenkurven.

Amorph, regulär, einachsig, zweiachsig (parallel zur optischen Achsenebene geschnitten).

1. Im homogenen Licht keine dunklen Kurven.

Amorph, regulär.

3. Nach Neigen keine Helligkeit.

|

Amorph, regulär.

4. Die natürlichen Umgrenzungen des Blättchens sind geradlinig.

|

Regulär.

II. Das Kristallblättchen zeigt Helligkeit.

|

Regulär, einachsig, zweiachsig.

1. Das Gesichtsfeld wird bei keiner Drehung des Blättchens dunkel.

|

Regulär, einachsig zirkularpolarisierend.

a) Das Gesichtsfeld ist in Felder geteilt, die ihre Färbung ändern.

|

Regulär: Lamellarpolarisation.

b) Das Gesichtsfeld ist gleichartig gefärbt und gibt mit monochromatischem Licht bei Drehung des Analysators Dunkelheit.

|

Regulär oder einachsig: zirkularpolarisierend.

c) Beim Neigen und Drehen des Blättchens entsteht im monochromatischen Licht eine Intensitätsänderung.

|

Einachsig: zirkularpolarisierend.

2. Das Gesichtsfeld wird bei der Drehung des Blättchens dunkel.

|

Einachsig, zweiachsig.

a) Die Auslöschung ist gerade.

|

Hexagonal, quadratisch, rhombisch.

α) Die Ecken- und Kantenzahl beträgt 3, 6 oder 12; es kommen Winkel von 60° oder 120° vor.

|

Hexagonal.

2. Im homogenen Licht dunkle Kurven.

|

Einachsig, zweiachsig (parallel zur optischen Achsenebene oder ⊥ zur zweiten Mittellinie).

a) Die Kurven sind hyperbolisch.

|

Einachsig, zweiachsig (parallel zur optischen Achsenebene).

b) Die Kurven sind lemniskatenförmig.

|

Zweiachsig (⊥ zur zweiten Mittellinie).

α) Die Kurven werden durch die beiden Kristallachsen symmetrisch geschnitten.

|

Rhombisch.

β) Die Kurven werden durch die Kristallachsen schief geschnitten.

|

Monoklin.

II. Das Blättchen zeigt im weissen Licht Farbenkurven.

|

Einachsig, zweiachsig.

1. Die Ringe besitzen bei jeder Neigung des Blättchens keinen dunklen Achsenpunkt.

|

Hexagonal, quadratisch: zirkularpolarisierend.

2. Die Ringe zeigen bei jeder Neigung nur einen einzigen Achsenpunkt mit dunklem Kreuz; beim Drehen der Platte ändert sich nichts.

|

Hexagonal, Quadratisch

3. Die Ringe besitzen nur einen einzigen Achsenpunkt mit einem dunklen Querbalken; beim Drehen der Platte dreht sich die Erscheinung mit.

|

Rhombisch, monoklin, triklin

β) Die Ecken- und Kantenzahl beträgt 4 oder 8, und es existieren Winkel von 90°.

|

Quadratisch.

γ) Es ist keine reguläre Fläche vorhanden, die Winkel sind beliebig.

|

Rhombisch.

b) Die Auslöschung ist eine schiefe.

|

Monoklin, triklin.

α) Es existiert eine einzige Auslöschrichtung ohne Dispersion.

|

Monoklin.

β) Es existiert keine Auslöschungsrichtung ohne Dispersion.

|

Triklin.

4. Die Ringe haben zwei Achsenpunkte mit rechtwinkligem Kreuz oder Hyperbelästen.

a) Das rechtwinklige Kreuz bei der 0°-Stellung hat keinen Farbensaum.

|

Rhombisch.

b) Es hat einen Farbensaum.

|

Monoklin, triklin.

c) Die Hyperbeln bei 45°-Stellung zeigen nur Dispersion der Achsen.

|

Rhombisch.

d) — geneigte Dispersion.

|

Monoklin (Achsenebene in der Symmetrieebene).

e) — horizontale Dispersion.

|

Monoklin (Achsenebene ⊥ zur Symmetrieebene, zweite Mittellinie = Symmetrieachse).

f) — gekreuzte Dispersion.

|

Monoklin (erste Mittellinie = Symmetrieachse).

g) Dispersion aller optischen Richtungen.

|

Triklin.

Die Bestimmung eines Kristalls ist noch weitgehender ermöglicht, wenn dessen Charakter der Doppelbrechung, Sinn der Dispersion, Hauptbrechungsexponenten oder Achsenwinkel experimentell aufgesucht werden würden.

Störende Erscheinungen, die durch Zwillingsbildung, Einlagerungen, Spannungen in den Kristallen hervorgerufen werden können, sind im obigen nicht berücksichtigt worden; es handelt sich dabei nur um regelmässig gebildete Kristalle.

Kapitel X.

Polarisationsapparate.

Apparate, welche die Untersuchung von Kristallen im polarisierten Licht gestatten, heissen Polarisationsapparate. Im wesentlichen enthalten sie einen Apparatteil, welcher geradlinig polarisiertes Licht liefert, und einen andern, welcher dasselbe, nachdem es durch den zwischen beiden befindlichen Kristall gegangen ist, wieder auf eine Schwingungsrichtung bringt und dadurch eine Zerlegung desselben erlaubt. Der erste Teil heisst Polarisator, der andere Analysator. Ausserdem aber können solche Instrumente hinsichtlich ihrer spezielleren Aufgabe noch andere eingefügte Apparatteile erfordern, welche im folgenden nur insoweit angegeben sind, als sie für die in Frage kommenden Zwecke von wesentlicher Bedeutung sind.

Es sollen nun zuerst die wichtigsten Instrumente beschrieben werden, welche im stande sind und dazu dienen, polarisiertes Licht zu liefern. Dann wird eine Uebersicht über einige Polarisationsapparate und einige andere zur Untersuchung polarisierten Lichts dienende Apparate, besonders auch der Saccharimeter zu geben sein, woran sich eine Zusammenstellung der verschiedenen Methoden zur Bestimmung der Brechungsexponenten reihen soll.

1. Abschnitt.

Polarisatoren.

Darunter sollen allgemein alle Instrumente verstanden sein, die polarisiertes Licht liefern können.

85. **Glasplatte.** Fällt natürliches Licht unter dem Polarisationswinkel (56°) auf eine Glasplatte, so ist das reflektierte Licht vollständig in der Einfallsebene polarisiert.

86. **Turmalin.** Schon früher zeigte sich, dass dünne, parallel zur optischen Achse geschnittene Turmalinplatten gut geeignet sind, geradlinig polarisiertes Licht zu liefern. Und zwar schwingt der aus der Platte austretende Strahl der optischen oder Längsachse parallel. Ein natürlicher Lichtstrahl, der auf eine Platte fällt, wird in zwei zueinander senkrecht schwingende Strahlen gespalten, von denen der ordinäre senkrecht zum Hauptschnitt, der extraordinäre im Hauptschnitt schwingt. Weil der erstere bei genügender Dicke der Kristallplatte vollständige Absorption erleidet, treten nur extraordinäre Strahlen aus und können zu Untersuchungen benutzt werden. Es kommen häufig Turmaline von völlig schwarzer Farbe vor, die in sehr dünnen Blättchen durchsichtig werden und dann das Licht fast vollständig polarisieren. Ein solch dünnes Schleifen ist aber mit Schwierigkeiten verbunden, besonders deshalb, weil der Turmalin oft kleine Sprünge und Risse enthält. Man verwendet deshalb meist die durchsichtigen braunen, rötlichbraunen oder dunkelgrünen Turmaline, die am leichtesten in erforderlicher Grösse erhalten werden und in 1 mm Dicke das Licht für viele optische Zwecke vollkommen genug polarisieren. Je heller die Turmaline sind, desto beträchtlichere Dicken müssen verwendet werden, damit sie genügend gut polarisieren. Schlechte Polarisatoren wären daher z. B. die bläulichen Varietäten.

Im Jahre 1853 ist es W. B. Herapath gelungen, gewisse Kristalle in solcher Grösse herzustellen, dass sie wegen ihrer schon in dünnen Schichten starker Absorption geeignet sind, Turmalin zu ersetzen. Der von Haidinger **Herapathit** benannte Kristall besteht aus schwefelsaurem Chinin in Holzessig und Weingeist mit einigen Tropfen Jodlösung gelöst. Die Kristalle sind im durchgelassenen oder reflektierten Licht stark goldgelb; weil dies störend ist, werden sie, um noch die Komplementärfarbe von Gelb zu erhalten, jodiert. Wegen ihrer geringen Dicke werden sie mit Kanadabalsam auf Glas gekittet.

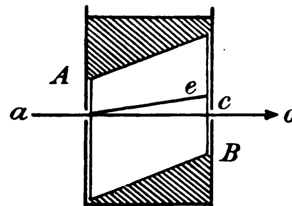
Am besten eignen sich zur Herstellung polarisierten Lichts die doppelbrechenden Kristalle, wenn der eine der beiden Strahlen auf irgend eine Art entfernt wird, so dass nur der andere zur Wirkung kommt. Solche Strahlen besitzen die vollkommenste Polarisation und treten mit grösserer Intensität auf, weil sie in farblosen Kristallen keine merkliche Absorption erfahren.

I. Aeltere Polarisationsprismen.

Früher wurden gewöhnlich grössere Stücke eines Kristalls, besonders Kalkspat, benutzt, welche schön durchsichtige und fehlerfreie Exemplare erforderten; sie sind auch jetzt noch in ausgedehnter Verwendung.

87. **Kalkspatprisma mit Blenden.** Die einfachste Art, den einen der beiden Strahlen unschädlich zu machen, ist die, denselben abzublenden und nur den andern durch eine kleine Oeffnung treten zu lassen. Man fasst ein Kalkspatrhomboëder in eine Hülse, die durch eine Blende mit mehreren verschieden grossen Oeffnungen verschlossen ist. Der schief zur optischen Achse AB einfallende Lichtstrahl a spaltet sich in den ungebrochen durchgehenden ordinären Strahl o und den gebrochenen extraordinären e. An die Stelle C wird die Oeffnung der Blende gebracht, so dass nur o austreten kann, während e an der Wand der Hülse aufgehalten und absorbiert wird.

Fig. 69.



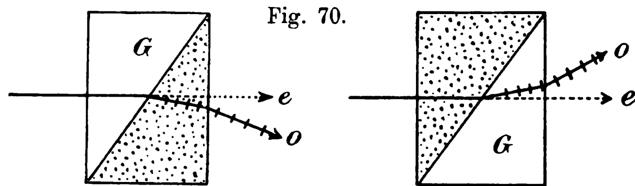
88. **Das achromatisierte Kalkspatprisma** bezweckt eine möglichst grosse Divergenz der beiden Strahlen, damit jeder derselben getrennt benutzt werden kann, ohne dass ein Vermischen mit einem Teil des andern befürchtet werden müsste. Es besteht aus einer Kombination zweier rechtwinkligen Prismen, deren eines aus Kalkspat mit der optischen Achse parallel zur Kante, deren anderes aus einer Glassorte besteht, deren mittlerer Brechungsexponent dem des ausserordentlichen Strahls im Kalkspat (1,48) möglichst nahe ist.

Fällt natürliches Licht zuerst senkrecht auf das Glasprisma, so geht es bis zur Grenze gegen Kalkspat ungebrochen hindurch, erleidet dort aber eine doppelte Brechung, und zwar geht der zur optischen Achse parallel schwingende extraordinäre Strahl unabgelenkt weiter, der ordinäre erleidet eine Brechung.

Tritt aber natürliches Licht zuerst normal in den Kalkspat ein, so geht e wieder unabgelenkt hindurch, der ordinäre Strahl wird an der Grenze gegen Glas vom Lot abgelenkt und zwar nach der entgegengesetzten Richtung wie zuvor. Mit wachsender Entfernung vom Prisma divergieren die beiden Strahlen immer mehr, so dass jeder einzelne verwendbar wird.

Es ist zu beachten, dass im weissen Licht der an der Austrittsfläche gebrochene Strahl Dispersion zeigen wird, er ist deshalb zur Polarisation weniger geeignet. Der direkt hindurchgehende aber behält für alle Farben seine Richtung; er lässt sich

Fig. 70.



im weissen und monochromatischen Licht mit gleicher Genauigkeit verwenden.

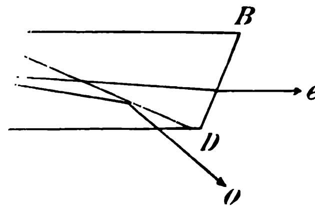
89. **Sénarmonts Prisma.** In einem Kalkspatrhomboëder bildet die optische Achse mit den Spaltflächen einen Winkel von 45^0 23′. Sei die Zeichenebene die Ebene des Hauptschnitts, d. h. sie enthalte die optische Achse, sei ABCD die Projektion des Hauptschnitts des Kristalls, so ist BD die Richtung der optischen Achse. Wird dann der Kristall senkrecht zur Ebene des Hauptschnitts durch die Achse in zwei Stücke geschnitten und das Stück BCD so an die Fläche AD angeklebt, dass die Ecke B auf D, C auf A und D nach D′ zu liegen kommt, so stehen die optischen Achsen der beiden Stücke fast genau aufeinander senkrecht. Schneidet man nun in der Richtung Ax und Ay die Ecken weg, so entsteht die gewöhnliche Form des Prismas; die Richtung der optischen Achsen ist durch Schraffierung kenntlich

i etwa 52° abgelenkt und daher
s Glasprisma soll die Ablenkung
ären Strahls beseitigen, die Ab-
össern.

angegebenes Prisma wird
h der Figur 74 in einem recht-
asselbe wird dann in den Flächen
dem Polieren mit Kanadabalsam
werden durch Feinschleifen und
. Es hat aber dieses Prisma den
ungslinie a stets als feine, störende

adan. Dieser hat zur selben Zeit
chen Strahl, wie er aus den zwei

Fig. 75.



iebenen, Kalkspatteilen tritt, durch eine
n- und Flintglas wieder achromatisch in
tung gebracht, den ordinären Strahl aber
einer Luftschicht entfernt.

. Die grösste Verwendung für Polari-
Prisma gefunden, das im Gegensatz zu
r den einen der beiden gebrochenen
andere dagegen wird nicht durch Ab-
durch T...ion im Innern des
lksp... homboëder ausge-
a. ... sei sein Haupt-
...chen bilden
...ndflächen
8° be-
chiefen

ist die Brechung des extraordinären Strahls die entgegengesetzte, nämlich zum Lot hin, weil Quarz optisch-positiv ist. Die Divergenz beider Strahlen ist in diesem Fall geringer, weil die Doppelbrechung des Quarzes eine kleinere ist als die des Kalkspats.

91. Das **Prisma von Wollaston** besteht aus Kalkspat und unterscheidet sich vom Rochowschen nur dadurch, dass die optische Achse des einen Keils senkrecht zur Prismenkante läuft. Der auffallende natürliche Strahl a b wird im ersten Teil des Prismas in zwei zueinander senkrecht polarisierte Strahlen zerlegt, die sich mit verschiedener Geschwindigkeit in derselben Richtung fortpflanzen. Der ordentlich gebrochene Strahl, der im ersten Teil senkrecht zur Achse schwingt, schwingt im zweiten ihr parallel, erhält also eine grössere Geschwindigkeit als der jetzt

Fig. 73.

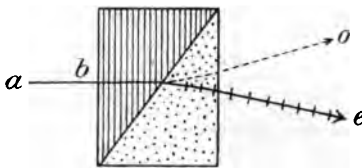
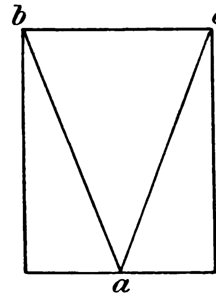


Fig. 74.



normal zur Achse schwingende frühere extraordinäre Strahl. Dieser wird deshalb an der Grenze dem Lot zu, jener davon weg gebrochen. Die Divergenz der Strahlen ist also hier eine doppelte. Die beiden Bilder erscheinen aber mit Spektralfarben, da beide eine Ablenkung erfahren haben, während das bei den vorhergehenden Prismen nur für den einen Strahl der Fall war.

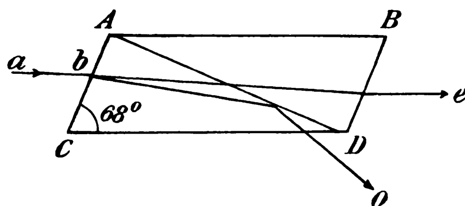
92. **Prismen von Ahrens.** In neuerer Zeit (1884) hat Ahrens ein Prisma angegeben, das aus drei Kalkspatprismen mit darauf geklebtem Prisma aus schwerem Flintglas besteht. Zunächst geht das Licht durch zwei Kalkspatkeile, deren optische Achsen senkrecht aufeinander stehen, so dass (wie unter 91) der ordinäre Strahl des ersten extraordinärer des zweiten wird. Durch nochmalige Brechung in einem dritten, dem ersten ganz gleichen Prisma

wird der extraordinäre Strahl um etwa 52° abgelenkt und daher aus dem Gesichtsfeld gerückt. Das Glasprisma soll die Ablenkung und Farbenzerstreuung des ordinären Strahls beseitigen, die Ablenkung des extraordinären vergrössern.

Ein anderes von Ahrens angegebenes Prisma wird aus Kalkspat hergestellt, der nach der Figur 74 in einem rechteckigen Prisma geschnitten ist. Dasselbe wird dann in den Flächen a b und a c zerschnitten und nach dem Polieren mit Kanadabalsam wieder zusammengekittet. Dann werden durch Feinschleifen und Polieren die Endflächen vollendet. Es hat aber dieses Prisma den Nachteil, dass die Zusammenfügungslinie a stets als feine, störende Linie im Gesichtsfeld erscheint.

93. **Prisma von H. G. Madan.** Dieser hat zur selben Zeit wie Ahrens den ausserordentlichen Strahl, wie er aus den zwei

Fig. 75.



ersten, unter 92 beschriebenen, Kalkspatteilen tritt, durch eine Kombination von Krown- und Flintglas wieder achromatisch in seine ursprüngliche Richtung gebracht, den ordinären Strahl aber durch Totalreflexion an einer Luftschicht entfernt.

94. **Nicolsches Prisma.** Die grösste Verwendung für Polarisationszwecke hat dieses Prisma gefunden, das im Gegensatz zu den vorher benutzten nur den einen der beiden gebrochenen Strahlen durchlässt. Der andere dagegen wird nicht durch Abblenden entfernt, sondern durch Totalreflexion im Innern des Kristalls. Aus klarem Kalkspat wird ein Rhomboëder ausgespalten, das etwa dreimal so lang als breit ist; es sei sein Hauptschnitt durch A B C D dargestellt. Die natürlichen Endflächen bilden mit den stumpfen Seitenkanten Winkel von 71°. Diese Endflächen werden derart abgeschliffen, dass dieser Winkel nur noch 68° beträgt. Dann wird der so erhaltene Kristall durch einen schiefen

Schnitt senkrecht auf den neuen Endflächen AC und BD entzwei geschnitten und die beiden Schnitthälften mit Kanadabalsam zusammengekittet. Das Ganze ist in eine Korkhülle gefasst, welche nur die beiden Endflächen frei lässt.

Ein nahezu mit der Längsachse AB einfallender Lichtstrahl ab wird zerlegt in zwei senkrecht aufeinander polarisierte Strahlen; davon wird der ordinäre stärker gebrochen. Er trifft dabei so schief auf die Kittschicht, dass er dort, weil der mittlere Brechungsexponent des Kanadabalsams $n = 1{,}54$ ist, total reflektiert wird nach o und nicht mehr zur andern Grenzfläche austritt. Der extraordinäre Strahl dagegen fällt steiler auf die Balsamschicht und durchsetzt dieselbe und tritt aus der zweiten Endfläche in der Richtung e ins Auge. Er ist vollständig polarisiert und schwingt im Hauptschnitt, d. h. parallel zur Ebene der kürzeren Diagonale der rautenförmigen Endfläche.

Man sieht, dass das austretende Licht nicht für alle Einfallswinkel total polarisiert sein wird, weil dann der Fall eintreten kann, dass auch der ordentliche Strahl durch die Schnittfläche tritt, wenn der Winkel der Totalreflexion noch nicht erreicht ist. In der Tat, blickt man durch das Prisma mit dem Auge dicht über der oberen Endfläche BD nach einem weissen Blatt Papier, so sieht man die äusserste linke Seite des Gesichtsfelds ganz dunkel, die rechte hell, und in der Mitte einen durch zwei farbige Linien abgegrenzten breiten Streifen von mittlerer Intensität. Das Licht der mittleren Zone ist total polarisiert, wie die Betrachtung mit einem zweiten Nicol ergibt; die Breite dieses Gesichtsfelds entspricht einem Winkelwert von 29^{0}, wenn das Zentrum des Bogens in der Mitte des Prismas liegt. Für alle Polarisationsprismen dieser Art ist nun die Kenntnis dieses Winkels von Bedeutung, weil er ein Mass gibt für die Verwendungsfäkigkeit derselben. Die dunkle Seite des Gesichtsfelds entspricht den Einfallswinkeln, für welche beide Strahlen total reflektiert werden, die helle Seite aber denjenigen, für welche beide durchtreten, also keiner total reflektiert wird. Da der Winkel der Totalreflexion aber von der Wellenlänge des Lichts abhängig ist, so sind die Farbenstreifen an den Grenzübergängen erklärlich.

HH' sei die Längsachse des Prismas. Wir betrachten nun sämtliche Strahlen, die durch seine Mitte M gehen, und suchen aus den Konstanten des Kalkspats und der Art des Schnitts die Grösse des Gesichtsfelds für polarisiertes Licht zu berechnen. Da der ordinäre Strahl stärker gebrochen wird, so muss er von einer Stelle der Endfläche kommen, die weiter gegen A hingerückt ist als für den extraordinären.

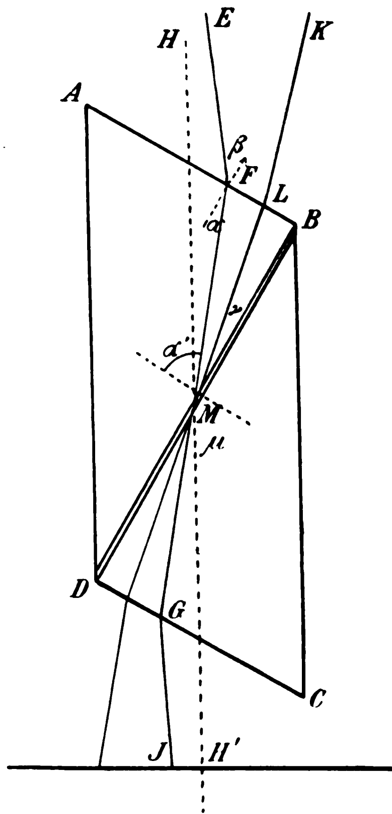


Fig. 76.

Sei der Strahl EFGJ gerade die Wellennormale, für die die ordinäre Welle gerade noch durch die Schnittfläche hindurchgeht, so dass für etwas kleineren Einfallswinkel gegen die Fläche Totalreflexion eintritt; wir nennen EFMGJ den ordinären Grenzstrahl der Totalreflexion. Dann sei der Winkel α berechnet, der diesem extremen Fall entspricht, der mithin ein Mass für die Grösse des Gesichtsfelds nach der einen Seite hin abgibt. M sei der Scheitel unsrer Winkel, ihre Richtung werde von MB nach links hin als positiv gezählt.

Die Brechungsexponenten, die für die Berechnung notwendig sind, betragen für Kalkspat D-Linie:

$$n_o = 1{,}6585 \quad n_e = 1{,}4863.$$

für Kanadabalsam D-Linie:

$$n = 1{,}548.$$

An der Balsamschicht tritt dann Totalreflexion ein, wenn der Brechungswinkel μ bei M 1 R wird.

Nun ist

$$\frac{\sin \alpha'}{\sin \mu} = \frac{n}{n_o}$$

oder

$$\sin \alpha' = \frac{n}{n_o}$$

für $\mu = 90^0$, wobei α' der Einfallswinkel des ordinären Strahls bei M bedeutet. Berechnen wir den Winkel, den dieser Grenzstrahl mit der Schnittfläche BD bildet, α genannt, so wird

$$\cos \alpha = \frac{n}{n_o} \quad \text{oder} \quad \alpha = \arccos \frac{1{,}548}{1{,}6585} = 21^\circ\ 3'.$$

Beim Austritt in Luft im Punkt F gilt die Beziehung

$$\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = n_o,$$

weil dort der Winkel α wieder erscheint, oder

$$\beta = \arcsin [n_o . \sin \alpha] = 36^0\ 33'.$$

Die Längsachse HH' bildet mit der Fläche AB einen Winkel von 68°, mit BD daher 22°. Daraus ergibt sich der Winkel

$$\sphericalangle\ HMF = 14^0\ 33'.$$

Oder: Ist der Winkel des einfallenden Strahls gegen die Längsachse grösser als 14° 33', so wird der ordinäre Strahl nicht mehr total reflektiert, sondern er geht durch die Grenzschicht hindurch und verlässt den Kristall, mit dem extraordinären Strahl gemischt, an der Fläche CD.

Der doppelte Betrag dieses Winkels ist die ganze Grösse des polarisierten Gesichtsfelds; man sieht, dass derselbe — 29° 6' — sehr gut mit dem experimentell gefundenen übereinstimmt.

Es wäre aber auch denkbar, dass bei irgend einem Einfallswinkel auch der extraordinäre Strahl total reflektiert würde. Es sei KLM der extraordinäre Grenzstrahl der Totalreflexion, so dass er für jeden Winkel kleiner als γ an der Balsamschicht total reflektiert würde.

Es ist wieder, wie oben,

$$\cos \gamma = \frac{n}{\varepsilon} \quad \text{oder} \quad \gamma = \arccos \frac{n}{\varepsilon}.$$

ε ist der Brechungsexponent des ausserordentlichen Strahls, der abhängig ist von dem Winkel, den seine Wellennormale mit der Hauptachse des Kristalls bildet.

Derselbe sei φ; dann ist nach früherem (siehe S. 35)

$$\varepsilon = \frac{n_e . n_o}{\sqrt{n_e^2 \cos^2 \varphi + n_o^2 . \sin^2 \varphi}}.$$

Der Winkel, den die kristallographische Hauptachse oder optische Achse mit der Schnittfläche BD bildet, beträgt 41,°8; es ist also

$$\varphi = 41,^0 8 + \gamma.$$

Aus den drei Gleichungen:

$$\varepsilon = \frac{n_o . n_e}{\sqrt{n_e^2 \cos^2 \varphi + n_o^2 . \sin^2 \varphi}}$$

$$\gamma = \arccos \frac{n}{\varepsilon},$$

$$\varphi = 41,^0 8 + \gamma,$$

folgt:

$$\gamma = 4,8^0$$

$$\varepsilon = 1,553.$$

Beim Austritt in Luft vergrössert sich dieser Winkel γ nach der Beziehung

$$\frac{\sin \gamma'}{\sin \gamma} = \varepsilon \quad \text{auf} \quad \gamma' = 7,5^0,$$

oder es entspricht dies einem Winkel von — 14° 30' mit der Längsachse HH'. Man sieht, dass dieser Wert dem früheren fast genau entgegen-

gesetzt gleich ist. Die Zone des polarisierten Lichts ist daher zur Längsachse symmetrisch und hat eine Breite von ca. 29°. Sie besteht aber nur in der Nähe der stumpfen Ecke B und nimmt gegen A hin rasch an Grösse ab. Ferner ist ersichtlich, dass Strahlen, die unter grösserem Winkel auf AB einfallen, in allen Fällen, wo sie näher gegen A hin liegen, sämtliche durch die Grenzschicht treten und Helligkeit erzeugen, während sie gegen B hin alle total reflektiert werden und Dunkelheit geben.

Die aus dem Prisma austretenden Strahlen sind zwar den einfallenden parallel, aber seitlich verschoben, und zwar um so mehr, je länger das Prisma ist. Es fällt daher die Mitte des Bildes nicht in die Achse des optischen Systems, in das ein solches Prisma eingeschaltet ist. Diesem Uebelstand suchen einige andre Prismen zu steuern.

95. **Verkürztes Nicolsches Prisma.** Dasselbe wurde von den Optikern Dr. Steeg und Reuter in Homburg v. d. H. hergestellt und unterscheidet sich von dem vorigen dadurch, dass zur Vermeidung der schwierigen Schliffe, die viel Arbeit und Kristallmaterial erfordern, die Endflächen natürliche Spaltflächen sind; die schiefe Schnittfläche bildet dann etwa einen Winkel von 84° mit denselben. Die Länge des Prismas beträgt etwa das 2,83fache der Breite, das nutzbare Gesichtsfeld umfasst 24°. Wenn Kanadabalsam als Kitt benutzt wird, so erhält das Gesichtsfeld eine ganz unsymmetrische Lage zur Längsachse, wie auf ähnliche Weise rechnerisch nachgewiesen werden kann als beim Nicolschen Prisma. Diesem Uebelstand wird durch Benutzung eines Harzes vom Brechungsexponenten 1,50 abgeholfen (z. B. Copaivabalsam).

96. Das **Nicolsche Prisma mit geraden Endflächen,** das ebenfalls von Steeg und Reuter angefertigt wurde, behält die Richtung der Längskanten bei und hat senkrecht dazu geschliffene Endflächen. Der Schnitt beträgt 75° gegen diese. Die Länge ist das 3,75fache der lichten Weite. Die symmetrische Lage des Gesichtsfelds in Bezug auf die Längsachse wird durch Anwendung eines Kitts vom mittleren Brechungsexponenten 1,525 erzielt. Die Grösse des Gesichtsfelds beträgt 27° (Fig. 77).

97. **Foucaultsches Prisma** (1857). Bei der Benutzung starker Lichtquellen schmelzen die Klebmittel leicht; deshalb trennte Foucault die beiden Hälften des Kalkspats durch eine dünne

Luftschicht. Die Endflächen des Prismas bleiben den Spaltrichtungen parallel; der Winkel des schiefen Schnitts gegen dieselben beträgt 59°. Dabei ist die Länge nur das 1,53fache der Breite. Das Gesichtsfeld ist indes nur innerhalb 8° nutzbar. Das Prisma eignet sich daher nur dann als Polarisator, wenn die auffallenden Strahlen fast genau parallel sind. Ein Vorzug besteht allerdings darin, dass die notwendige Menge Kalkspat eine geringere ist (Fig. 78).

98. **Doves Prisma** (1864). Dasselbe hat die Form eines rechtwinklig gleichschenkligen Dreiecks, dessen eine Kathetenfläche senkrecht, dessen andre parallel zur optischen Achse verläuft.

Fig. 77.

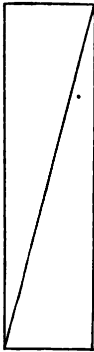


Fig. 78.

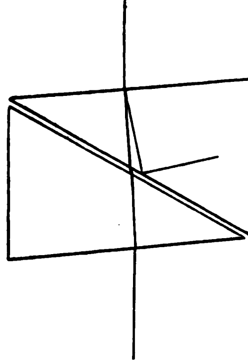
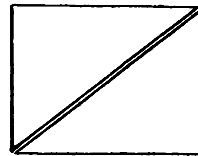


Fig. 79.



Das durch eine Kathetenfläche eintretende Licht erleidet zwei Brechungen an diesen Flächen und eine totale Reflexion an der Hypotenusenfläche, die in der Achse des Polarisationsapparates liegt.

99. **Prismen von Hartnack-Prazmowski** (1866). Hartnack und Prazmowski konstruierten auf Grund ähnlicher theoretischer Erwägungen, wie wir sie für den Nicol angestellt haben, Prismen mit möglichst grossem Gesichtsfeld und geringer Länge. Dabei war sowohl die Art des schiefen Schnitts als die Wahl des Kitts von Bedeutung. Mit einem Prisma mit geraden Endflächen und einer Neigung der Schnittfläche von 73,5° erzielten sie ein Gesichtsfeld von 35°; die Länge betrug aber das 3,4fache der Breite. Als Kitt war Leinöl benutzt. Das Gesichtsfeld erhält eine grössere

Ausdehnung, wenn sich der Brechungsexponent des benutzten Klebmittels dem Minimum von n_e möglichst nähert. Ferner wird das Prisma bei konstanter Grösse des Gesichtsfelds um so kürzer, je kleiner der Brechungsexponent des Kitts. Wird er kleiner als das Minimum von n_e, so wird das Prisma zwar sehr kurz, aber das Gesichtsfeld nimmt ab. Es wurden Prismen angefertigt, deren Schnitt auf der Kristallachse senkrecht stand, und die Endflächen so angeschliffen, dass sie im Verein mit einem ausgewählten Brechungsexponenten des Kitts möglichst günstige Wirkung gaben. Um Klebmittel von kleinem Exponenten benutzen zu können, wurden die Prismen in kurze Glasröhren mit Deckplatten und verschiedenen Flüssigkeiten eingeschlossen. Indes tritt hier der Uebelstand ein, dass das Licht an solchen Kittstellen öftere Reflexion erfährt, so dass sich störende Nebenbilder über das Hauptbild lagern.

100. **Das Glansche Prisma** hat eine Länge, die nur das 0,83-fache der Breite beträgt; das Gesichtsfeld hat aber nur 8° Oeffnung. Die optische Achse steht auf der Schnittfläche senkrecht, die Endflächen sind gerade. Als Trennungsschicht der beiden Hälften dient Luft; der Winkel zwischen Schnitt- und Endfläche ist 39° 43′ (Fig. 79).

Alle vorher erwähnten Prismen bestehen aus Kalkspat. Die Endflächen bilden mit der Längskante Winkel von 68—72° oder stehen darauf senkrecht. Die Länge ist das 0,8- bis 4fache der Breite. Schräg durch den Kristall geht ein Schnitt, der ihn in zwei Hälften trennt, welche teils mittels eines durchsichtigen Kitts, teils durch die Fassung zusammengehalten sind. Der durch die eine Endfläche einfallende Lichtstrahl spaltet sich in einen ordentlichen und einen ausserordentlichen Teilstrahl, die beide senkrecht zueinander polarisiert sind und der Längsachse des Prismas annähernd parallel laufen. Der ordinäre Strahl wird an der Grenzfläche total reflektiert, der extraordinäre durchsetzt den Kitt und tritt durch die zweite Endfläche aus.

Die Leistungsfähigkeit eines solchen Prismas hängt in erster Linie ab von der Winkelweite des vollständig polarisierten Gesichtsfelds. Ferner sucht man das Verhältnis der Länge des

Prismas zu seiner lichten Weite möglichst der Einheit zu nähern. Unter der Länge versteht man dabei die Projektion der grössten Diagonale auf die Achse. Ein Vorzug ist die senkrechte Lage der Endflächen gegen die Längsachse, weil dann das Bild weder seitlich verschoben ist, noch Spektralfarben zeigt. Ferner findet Glazebrook, dass das durchgelassene Licht nur dann absolut in derselben Ebene polarisiert ist, wenn der Schnitt der optischen Achse des Kalkspats parallel geführt wird.

Ueber „Praktische Methode zur Ausführung Nicolscher und Foucaultscher Prismen“ hat L. Laurent in der Zeitschrift für Instrumentenkunde 1887 (S. 70) geschrieben.

II. Neuere Polarisatoren.

Die neueren Polarisatoren sind von den älteren wesentlich dadurch verschieden, dass sie nur eine dünne Platte eines doppelbrechenden Kristalls erfordern, welche zwischen zwei keilförmige Glasstücke eingekittet ist; die Form ist deshalb eine den Kalkspatprismen ähnliche.

Jamin verfertigte im Jahre 1869 schon einen Polarisator, der aus einem mit Schwefelkohlenstoff gefüllten parallelepipedischen Glastrog bestand, in welchem eine dünne Kalkspatplatte unter einer solchen Neigung aufgestellt wurde, dass der extraordinäre Strahl, dessen Brechungsindex im Kalkspat kleiner ist als im Schwefelkohlenstoff, total reflektiert wurde und nur der ordinäre Strahl durch den Trog ins Auge gelangte.

Die neueren Arten wurden von Feussner (1884) angegeben. Das benutzte Kristallblättchen ist derart geschnitten, dass die Schnittfläche senkrecht steht auf der Richtung der grössten und kleinsten Elastizitätsachse desselben. Der Brechungsexponent des Glases und des benutzten Kitts stimmt mit dem grössten Exponenten des Kristalls überein. Auf diese Weise wird ein grosses Gesichtsfeld erzielt. Die parallel der kleinen Elastizitätsachse schwingenden Strahlen treten ohne Brechung und Reflexion durch die Kristallplatte, da ihr Brechungsexponent n_γ demjenigen des Glases und des Kitts gleich ist. Die normal dagegen schwingenden

werden total reflektiert, wenn ihr Neigungswinkel gegen die Kristallplatte kleiner ist als arccos $\frac{n_\alpha}{n_\gamma}$.

Da der Schnitt von der Längsachse halbiert wird, so beträgt die Weite des Gesichtsfelds nach dem Austritt der Strahlen in Luft

$$2 \,.\, \arcsin \left[n_\gamma \,.\, \sin \frac{1}{2} \arccos \frac{n_\alpha}{n_\gamma} \right].$$

Die Länge des Prismas im Vergleich zur Breite ist durch

$$\operatorname{cotg} \left[\frac{1}{2} \arccos \frac{n_\alpha}{n_\gamma} \right]$$

gegeben, kann aber auf Kosten der Weite des Gesichtsfelds verringert werden.

Der wesentliche Zweck dieser neuen Polarisatoren geht auf die Ersparnis an dem immer im Preise steigenden Kalkspat hinaus. Da sich nämlich bei der Anfertigung der grossen Prismen nur etwa 5% des Rohmaterials verwenden lässt, so sind deren Kosten ziemlich hohe. Ausserdem lässt sich der Kalkspat dann leicht mit Erfolg durch einen andern Kristall ersetzen, der nicht in solch grossen Individuen vorkommt, wenn nur die Doppelbrechung desselben eine grosse ist. Mit Vorteil lässt sich auf diese Weise der mit Kalkspat isomorphe Natronsalpeter verwenden, für den

$$n_o = 1{,}587,$$
$$n_e = 1{,}336 \text{ ist.}$$

Derselbe ist in schönen Kristallen erhältlich; als Kitt dient eine Mischung von Dammaraharz mit Monobromnaphthalin.

Ein solches Prisma gibt E. Bertrand (1885) an, das ein grosses Gesichtsfeld besitzt. Es besteht aus zwei Flintglaskeilen vom Brechungsexponenten 1,658, zwischen die eine Kalkspatlamelle eingekittet ist.

2. Abschnitt.

Polarisationsapparate zur Untersuchung der Doppelbrechung.

101. **Nörrembergs Polarisationsapparat.** Das vom hellen Himmel kommende Licht fällt unter 56° auf eine Glasplatte A, wird dort gegen den Spiegel S reflektiert und von hier vertikal aufwärts

auf eine zweite Glasplatte B, deren Ebene sowohl um die Achse ab als um die Längsachse AB des Instruments gedreht werden kann (Fig. 80). Der von A reflektierte Strahl ist vollständig in der Einfallsebene polarisiert; er wird daher auch von B nach aussen reflektiert werden, wenn diese Platte der untern parallel steht, dagegen nicht, wenn sie um die Vertikalachse AB um 90° gedreht ist. Zwischen beiden Platten, dem Polarisator und Analysator, ist eine Glasscheibe mit Kreisteilung angebracht, die zum Auflegen der zu untersuchenden Kristalle dient. Ausserdem können zwischen A und B mehrere Linsen angebracht werden, die die Untersuchung im konvergenten Licht gestatten.

Das schiefe Austreten der polarisierten Lichtstrahlen gestattet kein sehr bequemes Arbeiten mit einer derartigen Anordnung; deshalb wird bei den neueren Apparaten die obere Platte durch ein Nicolsches Prisma ersetzt, das ebenfalls um seine Längsrichtung als Achse drehbar ist. Trotzdem auf diese Weise weder exakte Dunkelheit noch vollständige Polarisation im Gesichtsfeld zu erhalten ist, genügt dieser Apparat für viele kristalloptische Arbeiten.

Alle andern Polarisationsapparate sind nach genau denselben Prinzipien gebaut; sie unterscheiden sich nur von dem obigen dadurch, dass sowohl der Polarisator als der Analysator aus einem Polarisationsprisma besteht, das selbst von verschiedener Konstruktion sein kann, am häufigsten finden die Nicolschen Prismen Verwendung.

Die Schwingungsebenen von Polarisator und Analysator sind durch die Richtung der kurzen Diagonalen der Endflächen gegeben; sie heissen Hauptebenen des Polarisationsapparats; der Winkel, den die Hauptebene des Analysators mit derjenigen des Polarisators bildet, heisst das Azimut des Analysators. Um möglichst grosses Gesichtsfeld und eine genügende Lichtstärke zu erzielen, werden Linsenkombinationen eingeführt. Bei Polarisationsapparaten, welche die Beobachtung im parallelen Licht ermöglichen sollen, müssen die Linsen derart beschaffen sein, dass das aus dem Polarisator P austretende Licht den Kristall, der auf einem Tischchen T liegt, völlig senkrecht trifft und parallel zum Analysator A gelangt. Solche Apparate heissen nach dem Vor-

schlag von Tschermak Orthoskope. Eines der einfachsten dieser Art zeigt die beistehende Skizze. Die Untersuchung im konvergenten Licht geschieht mit den Konoskopen. Diese unterscheiden sich von den erstgenannten nur dadurch, dass das vom Spiegel S kommende natürliche Licht nach Durchlaufen des Polarisators, mit einer Linsenkombination von kleiner Brennweite stark konvergent gemacht, die Kristallplatte durchsetzt, aus welcher es divergent auf eine zweite Linsenkombination fällt,

Fig. 80.

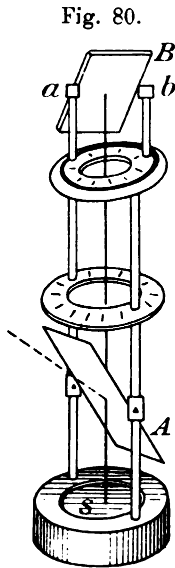
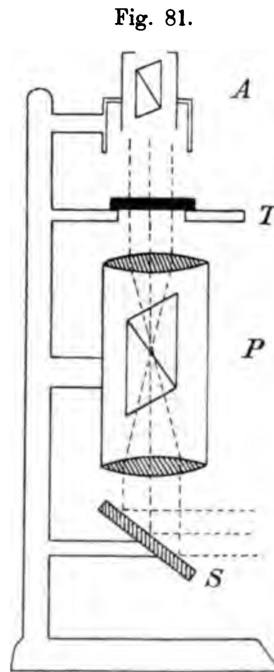


Fig. 81.



welche es schwächer konvergent durch den Analysator schickt. Derartige Instrumente unterscheiden sich von Mikroskopen nur durch den Besitz zweier Polarisationsprismen im wesentlichen, während sie in ihrer äusseren Gestalt kaum davon abweichen.

102. **Die Turmalinzange** ist der einfachste Polarisationsapparat, der sowohl die Untersuchung im parallelen, falls das Auge nicht zu nahe an die Platten herangeht, als auch im schwach konvergierenden Licht, falls das Auge die Zange direkt vor das

Auge bringt, gestattet. Das Instrument ist eine Kombination zweier parallel zur optischen Achse geschnittenen Turmalinplatten, von denen jede in einer Korkscheibe befestigt ist, die ihrerseits drehbar in einen Drahtring gefasst ist. Beide Ringe sitzen an einem mehrfach gebogenen federnden Draht, welcher die Platten sanft gegeneinander presst und die zu untersuchenden Kristallplatten zwischen ihnen festhält (Marx 1827).

103. **Stauroskope.** Man nennt alle Polarisationsapparate Stauroskope, welche dazu dienen, die gegenseitige Lage der optischen und kristallographischen Richtungen in Kristallen aufzufinden und den Winkel zwischen beiden zu messen. Sie finden besonders in der Mineralogie und Petrographie Verwendung zur Unterscheidung der Gemengmineralien in Gesteinen. Vortreffliche Instrumente fertigt R. Fuess in Berlin an.

Der Apparat besteht aus zwei Teilen, die gegeneinander verschoben werden können und beide an einem festen Stativ angebracht sind, einem Kollimatorrohr mit der polarisierenden Vorrichtung und einem Okulartubus mit dem Analysator.

Das vom Spiegel S in den Kollimator reflektierte Licht gelangt durch eine Linse l, das Nicolsche Prisma P und eine gleiche Linse l′ zum zu untersuchenden Objekt auf dem Träger T. Die Brennpunkte beider Linsen fallen im Mittelpunkt des Nicols zusammen; der Objekttisch T wird daher von vollständig parallelen Strahlen durchlaufen. Der mit dem Kollimatorrohr und dem Stativ fest verbundene Ring hh′ trägt einen Nonius, die darüber drehbar eingefügte Kappe k den Teilkreis. Ueber dem mittleren Ausschnitt des metallischen Objekttischs T liegt eine planparallele Platte aus schwarzem Glas, der sog. Kristallträger, mit ihrer genau normal zur Ober- und Unterseite geschliffenen und polierten Randfläche exakt an die um den Ausschnitt des Objekttischs angebrachte und durch zwei Korrektionsschrauben genau parallel oder senkrecht zur Verbindungslinie der zwei Nonien verstellbare Kante einer Stahlschiene festgedrückt. Die Glasplatte ist in der Mitte durchbohrt und lässt deshalb nur zentrale Strahlen durch. Auf ihr wird mit Wachs oder einer Klemmvorrichtung die Kristallplatte so befestigt, dass die Oeffnung von einer fehlerfreien Stelle ganz bedeckt wird und eine kristallographisch festgelegte Kante

der Glasplatte möglichst genau parallel läuft. Durch Drehen des Teilkreises kann auf diese Weise die Beziehung zwischen den bekannten kristallographischen und den zu ermittelnden optischen Richtungen des Kristalls gefunden werden.

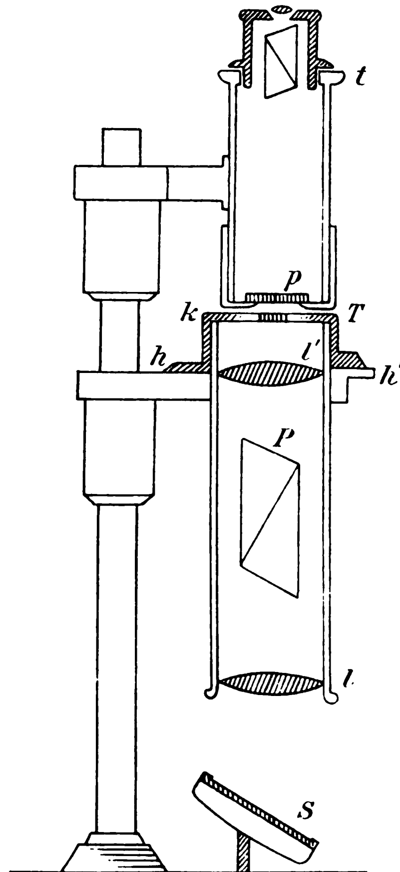


Fig. 82.

Im darüber stehenden Beobachtungsrohr sitzt ein Nicolsches Prisma als Analysator, darüber eine Linse von solcher Brennweite, dass man das etwa 13 cm entfernte Polariskop p und den etwa noch 0,5 cm entfernteren Kristall in annähernd derselben Schärfe sieht. Die Fassung des Prismas trägt unten einen konisch abgeschrägten Rand mit Kreisteilung, während sich der Indexstrich am Rohr z befindet.

An das Beobachtungsrohr ist von unten her eine Kappe eingeschoben, welche über ihrer mittleren Oeffnung ein Polariskop trägt, d. h. einen optischen Apparat, welcher eine genauere Einstellung in die Schwingungsrichtung des Lichts parallel oder senkrecht zur Hauptebene des Polarisators gestattet. Ohne solches Polariskop kann in vielen Fällen der Analysator um mehrere Grade verdreht werden, ohne dass das Auge eine merkliche Veränderung der Intensität im Gesichtsfeld wahrnehmen könnte. Die Einführung von Polariskopen aber bezweckt eine empfindlichere Einstellung, bei der das Auge für eine sehr kleine Verdrehung des Analysators schon eine merkliche Veränderung des Gesichtsfelds sieht. Die Polariskope sind Apparate, die, in den Gang der

Lichtstrahlen eingeführt, entweder die Farbenänderung oder Intensitätsänderung des ganzen Gesichtsfelds oder nur eines Teils desselben bei schwacher Drehung der analysierenden Vorrichtung herbeiführen. Die Güte oder Empfindlichkeit eines Instruments hängt wesentlich ab von der Art der benutzten Polariskope.

Bei den ursprünglichen Stauroskopen wurde als Kennzeichen für den Moment der erreichten Parallelstellung oder Normalstellung der Schwingungsrichtungen im Kristall mit den Hauptebenen des Apparats die maximale Verdunkelung in der Mitte des Gesichtsfelds benutzt, also kein Polariskop. Der Einstellungsfehler ist dabei verhältnismässig gross.

Deshalb führte v. Kobell als Polariskop eine senkrecht zur optischen Achse geschliffene Calcitplatte ein. Im gekreuzten Polarisationsapparat tritt ein schwarzes Achsenkreuz auf, das durch schwaches Verdrehen des Analysators rasch verändert wird. Es wird dies Achsenkreuz also nur dann ungestört bleiben, wenn die Schwingungsebene des Lichts in der hinzugebrachten doppelbrechenden Kristallplatte einer Hauptebene des Apparats parallel geht. Trotzdem ist aber selbst nach v. Kobell dabei nur eine Genauigkeit von 3 oder 4° möglich.

Eine Abänderung durch A. Brezina, die durch Anbringen zweier getrennten Röhren zur Aufnahme der optischen Teile (früher war nur ein einziges Rohr mit Ausschnitten vorhanden) und eine dadurch vermiedene Verschiebung der Kristallrichtung gegen die Träger und die Fixpunkte des Apparats geboten war, und eine normal zur optischen Achse geschnittene Kalkspatplatte führte zu etwas genaueren Einstellungen.

Später wurden Halbschattenpolariskope vorgeschlagen. Es sei die Calcitdoppelplatte von Calderon erwähnt. Sie besteht aus einem künstlichen Kalkspatzwilling, der dadurch erhalten wird, dass man ein Rhomboeder nach der kurzen Diagonale durchschneidet, eine keilförmige Partie von jeder Hälfte abschleift und beide mit den polierten neuen Flächen zusammenkittet. Wird der ein- und ausspringende Winkel dieses Zwillings abgeschliffen, so resultiert eine planparallele Platte, halbiert durch die Trennungsebene der beiden Kalkspatstücke. Diese Ebene erscheint als scharfer Durchmesser des Gesichtsfelds und gibt beim Verdrehen

des Analysators eine Grenze zweier verschieden gefärbten Gesichtshälften.

Da mit den Stauroskopen eine grosse Genauigkeit erzielt werden soll, Laspeyres in Aachen gibt sie auf 0,04 % an, so muss die Prüfung und Justierung des Instruments jeweils vom Beobachter selbst durchgeführt werden.

Neben der Untersuchung der Exzentrizitäts- oder Teilungsfehler der Kreisteilungen und Nonien umfasst dieselbe noch folgende Punkte:

1. Die Achsen des Kollimator- und des Beobachtungsrohrs müssen in einer Geraden senkrecht zur Ebene der Teilkreise liegen.
2. Die Calderonsche Platte und der Kristallträger müssen senkrecht zur optischen Achse des Beobachtungsrohrs stehen.
3. Die Trennungsfuge der Platte muss mit der Verbindungslinie des Mittelpunkts und Nullpunkts der feststehenden Kreisteilung zusammenfallen.
4. Der Hauptschnitt des Polarisators muss der Trennungslinie der Calderonschen Platte parallel sein.

Die mangelhafte Zentrierung der beiden Nicols gegeneinander verursacht nach den Untersuchungen von Van den Sande-Bakhuyzen keine Fehler, falls die Mittelwerte aus allen vier Quadranten genommen werden.

Mit Bezug auf die genaue Justierung der Apparate muss auf Laspeyres' Zeitschrift für Instrumentenkunde 1882 verwiesen werden.

104. **Das Polarispektromikroskop**, wie es von Prof. Rollett in Graz (1881) angegeben wurde, ist eine Kombination von Mikroskop, Polarisationsapparat und Spektroskop und dient dazu, die Doppelbrechung mikroskopischer Objekte im ganzen Bereich des Spektrums zu untersuchen. Es wurde von Schmidt und Haensch in Berlin ausgeführt.

Das Instrument lässt sich durch Anbringung mehrerer Modifikationen aus einem Mikroskop aufbauen. Unter dem Objekttisch eines solchen, der etwas weiter von der Grundplatte des Stativs abstehen muss als gewöhnlich, ist ein kleines Spektroskop angebracht, für welches ein Loch im Objekttischchen die freie

Durchsicht gestattet. Dasselbe ist mit Hilfe einer Schlittenvorrichtung in horizontaler Richtung verschiebbar und besteht aus folgenden Teilen:

1. Einem Spalt s, der durch die Schraube A verstellt werden kann.
2. Einer Kollimatorlinse l.
3. Einem Prismensystem mit gerader Durchsicht p.
4. Einer darüber befindlichen Konvexlinse c mit kurzer Brennweite, die das kleine vom Prismensystem p erzeugte Spektrum in die Ebene des auf dem Objekttisch liegenden Objekts projiziert.

Fig. 83.

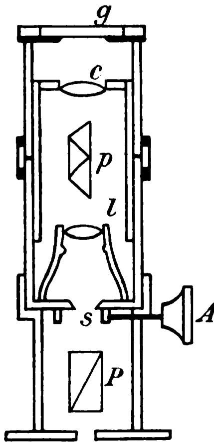
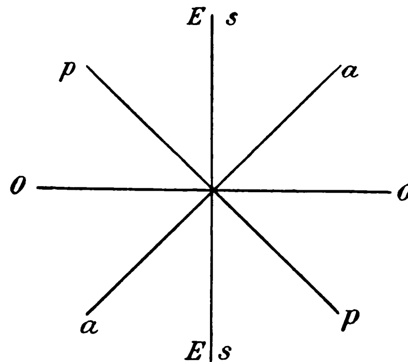


Fig. 84.



5. Einer Gipsplatte g über der Linse c, welche das Rot erster oder zweiter Ordnung zeigt.
6. Einem vor dem Spalt s befindlichen Polarisator nach Hartnack-Prazmowsky P.

Das Prisma ist mit der Konvexlinse vertikal verschiebbar, damit das Bild des Spektrums immer für verschieden dicke Objekte scharf einzustellen ist. Spalt und Kollimatorlinse sind dabei einerseits, Prisma und Sammellinse andrerseits an den Enden zweier mit Hilfe einer Mikrometerschraube ineinander verschiebbaren Röhren angebracht.

Die Dispersion des Prismensystems ist derart gewählt, dass

bei mittlerer Vergrösserung das kleine im Gesichtsfeld erscheinende Spektrum ganz vom roten bis zum violetten Ende zu übersehen ist.

Im Okularrohr des Mikroskops sitzt ein Hartnacksches Prisma als Analysator, dessen Drehung an einem Teilkreis abgelesen werden kann.

Die gegenseitige Orientierung aller Apparatteile ist durch das beigezeichnete Schema (Fig. 84) gegeben. Es bedeuten

ss Richtung des Spalts,
pp Schwingungsrichtung des Polarisators,
aa „ „ Analysators,
oo „ „ schwächer gebrochenen Strahls im Gips,
EE „ „ stärker gebrochenen Strahls im Gips.

Das durch die Gipsplatte gehende konvergente Licht erzeugt an einer bestimmten Stelle durch Interferenz der beiden Strahlen in demselben Dunkelheit. Dieselbe erscheint als dunkler Streifen für die gewählte Platte in der Nähe der Fraunhoferschen Linie E. Die den Analysator verlassende Lichtintensität ist für jede Farbe

$$J = a^2 . \sin^2 \frac{\pi}{\lambda} d (n_\alpha - n_\gamma),$$

wo n_α und n_γ den grössten und kleinsten Brechungsexponenten für Gips bedeuten.

Wird auf den Objekttisch das zu untersuchende Objekt gebracht und so eingeschoben, dass es über den dunklen Streifen zu liegen kommt, so wird es, falls es einfachbrechend ist, in allen Azimuten über dem dunklen Streifen dunkel bleiben. Ist es doppelbrechend, so wirkt es als Verdickung der Gipsplatte, wenn die Schwingungsrichtung des schwächer gebrochenen Strahls im Gips zusammenfällt mit der Schwingungsrichtung des schwächer gebrochenen im Kristall, als Verdünnung im entgegengesetzten Fall. In beiden Fällen aber leuchten die doppelbrechenden Objekte auf dunklem Grunde in der durch den Interferenzstreifen zuvor ausgelöschten Spektralfarbe. Dabei wandern die dunklen Interferenzstreifen im ersten Fall (bei zunehmender Plattendicke) gegen das rote, im zweiten gegen das blaue Ende des Spektrums zu

Es werden Gipsplatten verwendet, da sie leicht erhältlich und leicht spaltbar sind; ihre Dicke ist deshalb sehr günstig, weil die Lage ihrer Interferenzstreifen dabei in den mittleren Teilen des Spektrums vorherrscht, so dass von hier aus bequem die Verschiebung gegen das rote und gegen das violette Ende hin verfolgt werden kann. Die Anwendung von Interferenzplatten höherer Ordnung wäre nicht ratsam im Interesse der Empfindlichkeit. Denn ist die Dicke, für welche der Interferenzstreifen zwischen gekreuzten Polarisationsprismen mit der Fraunhoferschen G-Linie zusammenfällt,

$$d = (m - 1) \cdot \frac{\lambda_g}{[n_\alpha - n_\gamma]_g}$$

und die Dicke, für welche er mit der A-Linie zusammenfällt,

$$d' = (m - 1) \frac{\lambda_A}{[n_\alpha - n_\gamma]_A},$$

so ist

$$d' - d = (m - 1) \left\{ \frac{\lambda_A}{[n_\alpha - n_\gamma]_A} - \frac{\lambda_g}{[n_\alpha - n_\gamma]_g} \right\},$$

wenn m die Ordnungszahl des Streifens bedeutet. Man sieht, dass für steigendes m, d. h. bei Benutzung von Interferenzplatten höherer Ordnung, die Dickenzuwachse, welche notwendig sind, um den Streifen von G nach A oder umgekehrt durch das Spektrum zu schieben, eine steigende arithmetische Reihe bilden, so dass also in diesem Fall viel dickere Objekte notwendig wären.

3. Abschnitt.

Polarisationsapparate zur Messung von Lichtintensitäten (Polarisationsphotometer).

Zur Bestimmung der Helligkeiten verschiedener Lichtquellen ist in manchen Fällen die Benutzung polarisierten Lichts von Vorteil.

105. **Intensitätsmessung gewöhnlicher Lichtquellen mit polarisiertem Hilfslicht.** Nach Malus beträgt der durch einen Polarisator gehende Bruchteil linear polarisierten Lichts $\cos^2 \varphi$, wenn φ der Winkel ist, den die Schwingungsrichtungen des auffallenden

und des durchgehenden Lichts miteinander bilden. Ist die Intensität des auffallenden Lichts a^2, d. h. seine Amplitude a, so beträgt die Amplitude des in einer um φ gedrehten Ebene polarisierten Lichts $a . \cos \varphi$ und die Intensität $a^2 . \cos^2 \varphi$; beide verhalten sich demnach wie $1 : \cos^2 \varphi$. Wird nun die eine Hälfte eines Gesichtsfelds beständig durch polarisiertes Hilfslicht beleuchtet, die zweite durch eine weniger helle Lichtquelle, die mit einer andern verglichen werden soll, so mag der Winkel, den die Polarisationsebene eines das Gesichtsfeld betrachtenden Nicols mit der Polarisationsebene des Hilfslichts bildet, φ_1 sein für den Fall, dass nach dem Drehen des Nicols um seine Längsachse beide Hälften des Gesichtsfelds gleichhell erscheinen. Wird dieselbe Hälfte nun aus gleicher Entfernung mit der andern Lichtquelle beleuchtet, so sei der Winkel des Nicols φ_2, der gleiche Intensitäten der beiden Hälften bewirkt. Dann gilt:

$$i_1 : i_2 = \cos^2 \varphi_1 : \cos^2 \varphi_2.$$

Es ist dabei stets notwendig, dass die Gesichtshälfte mit polarisiertem Licht heller ist als die andre; denn man bestimmt mit dem drehbaren Nicolschen Prisma nur die Menge polarisierten Lichts, die von der ersten Hälfte weggenommen werden muss, damit sie ebenso hell erscheint wie die zweite.

106. **Verfahren von Zöllner.** Die miteinander zu vergleichenden Lichtquellen werden senkrecht zueinander polarisiert; darauf beleuchtet man mit ihnen die beiden Hälften eines Gesichtsfelds, nach welchen man wieder mit einem drehbaren Nicol blickt. Ist die Drehung desselben gegen die Schwingungsebene im einen Gesichtsfeld, bis gleiche Helligkeit auftritt, φ_1, so ist sie gegen die des zweiten Gesichtsfelds $(90 - \varphi_1)$, so dass

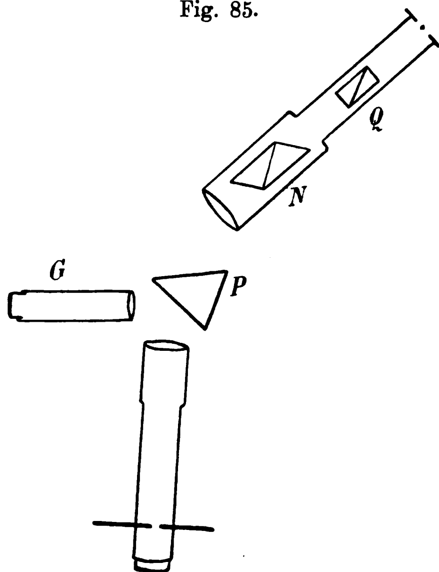
$$i_1 : i_2 = \mathrm{tg}^2 \varphi_1.$$

107. **Andre Photometer** gründen sich auf der Ueberlegung, dass gleiche Mengen senkrecht gegeneinander polarisierter Strahlen die Eigenschaften natürlichen Lichts annehmen, und dann eine in den Strahlengang eingebrachte Polariskopplatte ihr Interferenzbild verliert (Arago, Glan).

108. **Absorptiometer von Vierordt** (1873). Dies stellt einen Apparat dar, um für verschiedene Wellenlängen die Absorption der einzelnen Strahlen in Kristallplatten zu bestimmen. Der Spalt

eines gewöhnlichen Spektralapparats ist in zwei Teile geteilt, so dass jeder für sich, der obere und der untere, breiter oder enger gestellt und die Breite an der Trommel der zur Verstellung benutzten Mikrometerschraube abgelesen werden kann. Durch die eine Spalthälfte geht das Licht frei hindurch, vor die andre wird die Kristallplatte gebracht und dann der Spalt so weit geöffnet, dass das nach der Absorption hindurchgegangene Licht dieselbe Intensität besitzt wie das direkt hindurchgehende. Die Untersuchung für eine Farbe wird dadurch ermöglicht, dass im Okular

Fig. 85.



des Beobachtungsfernrohrs ein Schieber mit Schlitz angebracht ist, dessen obere Hälfte von dem durch die Platte bedeckten Spalt, dessen untere von dem freien Spalt beleuchtet ist.

109. **Spektralphotometer von Glan.** Dies lässt noch genauere Messungen der in einem Kristall absorbierten Strahlen zu. Der Spalt des Kollimators, durch den das weisse Licht eines Petroleumbrenners eintritt, ist durch ein schmales, querüber gelegtes Metallblättchen in zwei Hälften geteilt; vor die eine Hälfte wird die absorbierende Platte gebracht. Beide Hälften bleiben nun stets gleichbreit. Hinter dem Spalt im Kollimatorrohr befindet sich

ein Rochonsches Quarzprisma Q, das von jeder Spalthälfte zwei Bilder entwirft. Bei richtiger Einstellung des Instruments liegen das ordentliche Bild der einen Spalthälfte und das ausserordentliche der andern direkt übereinander in der Mitte des Gesichtsfelds. Darauf treten die Strahlen durch einen Nicol N, der drehbar im Kollimatorrohr sitzt. Steht derselbe auf 0^{0}, so fällt sein Hauptschnitt mit dem des Rochonschen Prismas zusammen, und das ordinäre Bild ist ausgelöscht. Man dreht so lange, bis beide erwähnten Bilder gleichhell erscheinen. Ist der abgelesene Drehungswinkel α, so verhalten sich die Intensitäten der durch die obere und untere Spalthälfte gegangenen Strahlen wie

$$\frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \operatorname{tg}^2 \alpha.$$

Um die Absorption für jede einzelne Spektralfarbe einzeln untersuchen zu können, wird das Licht durch ein Prisma P spektral zerlegt und durch ein Fernrohr mit verschiebbarem Schlitz beobachtet. Ein Skalenrohr G gibt die Wellenlänge der betreffenden Farbe an.

4. Abschnitt.

Saccharimeter.

110. **Einleitung.** Die Saccharimeter dienen in erster Linie dazu, die von einer Zuckerlösung hervorgebrachte Drehung der Polarisationsebene zu bestimmen. Sie unterscheiden sich von den gewöhnlichen Polarisationsapparaten nur durch den Besitz mehr oder weniger komplizierter Polariskope, die es ermöglichen sollen, schon eine äusserst geringe Drehung der Polarisationsebene deutlich dem Auge sichtbar zu machen. Man hat gefunden, dass drehende Flüssigkeiten einer einfachen Beziehung genügen, dass der Drehungswinkel φ einer beliebig langen Schicht l mit dem Prozentgehalt p und dem spezifischen Gewicht σ der Lösung zunimmt, oder dass die spezifische Drehung

$$[\alpha] = \frac{100 \cdot \varphi}{l \cdot p \cdot \sigma}$$

ist. Man hat hiedurch ein Mittel, aus der gemessenen Grösse φ des Drehungswinkels bei bekannter spezifischer Drehung $[\alpha]$ den

Prozentgehalt an drehender Substanz aufzufinden. Da nun Zuckerlösungen z. B. sehr schwach drehen im Vergleich zum Quarz (eine Lösung, die in 100 ccm 32,7 g Zucker enthält, dreht in einer 10 cm langen Röhre ebenso stark wie eine 1 mm dicke Quarzplatte), so ist die sichere Messung der geringsten Drehung für die Brauchbarkeit des Resultats mit Bezug auf den gesuchten Prozentgehalt von grösster Bedeutung. Der Zweck jedes Saccharimeters ist es nun, immer mehr einer höchsten Grenze der Genauigkeit sich zu nähern durch Einführung sehr empfindlicher Polariskope. — Ebenso wie zur Messung von Zuckerlösungen lassen sich diese Instrumente auch benutzen, um die Drehung jeder andern optisch aktiven Substanz zu bestimmen.

Diese Drehung kann entweder durch messbares Nachdrehen des Analysators oder durch Hinzufügen einer im entgegengesetzten Sinn drehenden Substanz von bekannter Dicke und bekanntem Drehvermögen, einem sog. Kompensator, gefunden werden. Ausserdem scheiden sich die Saccharimeter hinsichtlich der Wahl der Polariskope in solche, die ein einheitliches Gesichtsfeld lassen, das als Ganzes durch die drehende Substanz modifiziert wird, und in solche, die das Gesichtsfeld in zwei oder mehrere Felder teilen, in denen sich polarisiertes Licht, aber von verschiedener Schwingungsrichtung befindet. Infolgedessen erscheinen die beiden Teile (es seien immer nur zwei vorausgesetzt) gleichhell, wenn die Schwingungsrichtungen in den beiden Hälften des Gesichtsfelds gleiche Winkel bilden mit der Hauptebene des Analysators. Solche Apparate heissen Halbschattenapparate.

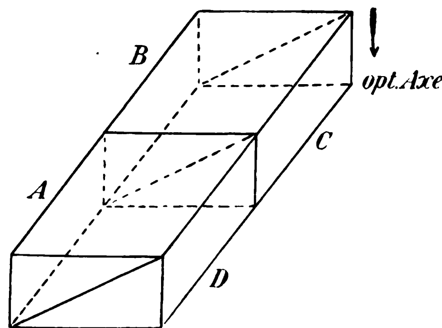
I. Saccharimeter mit ungeteiltem Gesichtsfeld.

111. **Biots Saccharimeter** ist das einfachste dieser Art. Als Polarisator diente ihm ein Spiegel, der Wolkenlicht durch eine geschwärzte Röhre, welche die Flüssigkeit aufnehmen sollte, nach dem Analysator reflektierte. Die Drehung desselben gab direkt die Drehung der Flüssigkeit an. Die Benutzung von Wolkenlicht war notwendig, weil für direktes Sonnenlicht die unvollständige Polarisation des vom Spiegel zurückgeworfenen Lichts sich stärker bemerkbar gemacht hätte.

Die erreichte Genauigkeit konnte keine grosse sein. Um von den Farben unabhängig zu sein, die im Gesichtsfeld erschienen, beobachtete Biot die Auslöschung durch rotes Kupferoxydulglas aus Annäherungen von beiden Seiten an den wahren Drehungswinkel, oder er benutzte das Auftreten der sensiblen Farbe, die aus Weiss hervorgeht, wenn darin das für das Auge am intensivsten wirkende gelbe Licht fehlt.

112. **Mitscherlich** benutzte Nicolsche Prismen als Polarisator und Analysator, deren Drehung an einem vertikalen Teilkreis abgelesen werden konnte. Er arbeitete mit Sonnen- und mit Natronlicht, das er durch eine vorgestellte Lösung aus Kaliumbichromat reinigte. Die Ablesungen waren auch hier keiner sehr

Fig. 86.

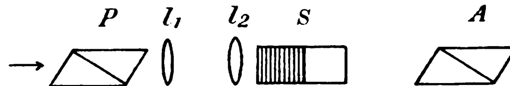


grossen Genauigkeit fähig, weil kein Polariskop zur Anwendung kam. Bei Sonnenlicht wurde auf die „empfindliche Farbe" eingestellt, so dass ihr Auftreten im Gesichtsfeld die Nullstellung des Analysators bezeichnete. Nach Zwischenbringung einer aktiven Substanz wurde wieder durch messbare Drehung des Analysators dieselbe Färbung hergestellt.

113. **H. de Sénarmont** konstruierte 1850 ein **Polariskop**, das eine empfindlichere Einstellung der Nullage des Analysators ermöglichen sollte. Es besteht aus vier mit den Hypotenusen zusammengelegten gleichen Quarzkeilen, die so gelegt, wie die Figur zeigt, zusammen eine einzige parallelflächige Platte bilden, deren Endflächen senkrecht stehen zur optischen Achse aller Stücke. Das Prisma A und C sind rechtsdrehend, B und D linksdrehend.

Stellt man die Platte zwischen den Polarisationsapparat senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung, so zeigen sich parallel den Längskanten schwarze oder farbige Streifen. Ist die Hauptebene des Analysators der langen Kante parallel, so wird im gekreuzten Apparat in der Mitte der Keile ein schwarzer Streifen sich ungebrochen über die Länge der Fläche erstrecken, da dort die entgegengesetzten Drehungen beider Plattenhälften sich aufheben. Dies entspricht der Nullstellung des Apparats. Wird nun eine optisch-aktive Substanz in das Feld gebracht, so verschieben sich die Streifen dem Sinne der drehenden Substanz entgegen, und zwar ist die Verschiebung in der vorderen und hinteren Hälfte der Platte entgegengesetzt, weil die Drehung des Körpers die Dicke des einen Keils vermehrt. Ausserdem ist die Erscheinung in der unteren Plattenhälfte gerade die entgegengesetzte wie in der oberen; es erscheinen daher die Streifen in der Mittelnaht

Fig. 87.



gebrochen. Die Beobachtung kann mit weissem und mit farbigem Licht angestellt werden.

Prismen, deren Hypotenuse 12° gegen die optische Achse geneigt ist, geben ebenso empfindliche Einstellung wie mit Soleilschen Platten, die im folgenden beschrieben sind.

114. **Polaristrobometer von H. Wild** (1864). Zwischen zwei Foucaultsche Prismen schaltet Wild eine Savartsche Platte S als Polariskop ein, die im Gesichtsfeld ähnliche Streifen hervorbringt wie das obige. Sie besteht (siehe S. 94) aus zwei unter 45° zur optischen Achse geschnittenen, 20 mm dicken Quarz- oder Kalkspatplatten, deren Hauptschnitte sich rechtwinklig kreuzen und mit der Schwingungsebene des Polarisators 45° bilden. Die Linsen l_1 und l_2 wirken als schwach vergrösserndes astronomisches Fernrohr. Blickt man durch das Instrument, so erscheint das Gesichtsfeld mit hellen und dunklen oder farbigen Streifen durchzogen, die durch Herausziehen des Okulars scharf einzustellen sind. Wird der Analysator so lange gedreht, dass

seine Schwingungsebene mit einem der Hauptschnitte des Quarzplattenpaars zusammenfällt, also 45° mit der Hauptebene des Polarisators bildet, so verschwinden die Streifen, und das Gesichtsfeld erscheint bei Benutzung homogenen Lichts einfarbig hell. Eine ganz geringe Drehung des Analysators aber lässt die Streifen wieder erscheinen. Es ist bei der Messung jeweils auf das Verschwinden derselben einzustellen.

Die Genauigkeit der Beobachtung ist eine sehr grosse, da einesteils wenig Apparatteile vorhanden sind, die Licht absorbieren können, und andrerseits die Beleuchtung eine sehr intensive ist. Wild findet mit seinem Apparat nur einen Einstellungsfehler von etwa 12′ bei weissem, 1′ bei monochromatischem Licht. Im ersten Fall kann nur eine Einstellung auf das Minimum der Intensität gemacht werden, weil auch schon bei verdünnten Lösungen die Drehung mit der Wellenlänge sich merkbar ändert und deshalb die Streifen nie ganz verschwinden.

II. Halbschattenapparate.

Bei den Halbschattenapparaten beobachtet das Auge zwei längs einer scharfen Grenze zusammenstossende Lichtflächen, deren Intensitätsänderung untersucht wird. Die grösste Empfindlichkeit des relativen Helligkeitswechsels entsteht, wenn die Schwingungsrichtungen in den beiden Hälften wenig voneinander verschieden sind und der Analysatorhauptschnitt den stumpfen Winkel zwischen denselben halbiert.

Der Polarisator schwinge in der Richtung PP′, die Schwingungsrichtungen in den beiden Gesichtshälften seien r und s mit dem kleinen Winkel ε, von dessen Grösse die durch den Analysator AA′ gehende Intensität abhängt.

Steht AA′ senkrecht auf r, so kann kein parallel zu r schwingendes Licht durch den Analysator, die eine Hälfte ist also dunkel. Wird der Analysator um den Winkel α aus dieser Lage herausgedreht, so ist die Intensität dieser Gesichtshälfte nach dem Austritt aus dem Analysator

$$J = (K \, . \, \sin \alpha)^2 = k \, . \, \sin^2 \alpha,$$

wo k eine Konstante ist, die von der Anfangsintensität abhängt. Die Helligkeit beider Gesichtshälften wird gleich, wenn

$$\alpha = \frac{\varepsilon}{2}$$

ist, sie beträgt dann

$$J = k \,.\, \sin^2 \frac{\varepsilon}{2}.$$

Wird der Analysator nun von dieser letzteren Lage aus, die als Nullstellung dient, um den kleinen Winkel $\Delta\alpha$ gedreht, so ist die Intensität des linken Felds

$$J_1 = k \,.\, \sin^2 \left(\frac{\varepsilon}{2} + \Delta\alpha\right)$$

und die des rechten Felds

$$J_2 = k \,.\, \sin^2 \left(\frac{\varepsilon}{2} - \Delta\alpha\right)$$

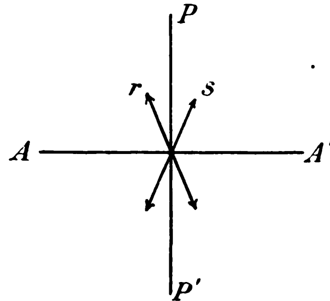
oder der Helligkeitsunterschied beider Felder $J_1 - J_2$ oder

$$\Delta J = k \,.\, \left[\sin^2 \left(\frac{\varepsilon}{2} + \Delta\alpha\right) - \sin^2 \left(\frac{\varepsilon}{2} - \Delta\alpha\right)\right]$$

$$= k \,.\, \left[\sin^2 \frac{\varepsilon}{2} \,.\, \cos^2 \Delta\alpha + \cos^2 \frac{\varepsilon}{2} \sin^2 \Delta\alpha + 2 \sin \frac{\varepsilon}{2} \cos \frac{\varepsilon}{2} \sin \Delta\alpha \,.\, \cos \Delta\alpha \right.$$

$$\left. - \sin^2 \frac{\varepsilon}{2} \cos^2 \Delta\alpha - \cos^2 \frac{\varepsilon}{2} \sin^2 \Delta\alpha + 2 \,.\, \sin \frac{\varepsilon}{2} \cos \frac{\varepsilon}{2} \sin \Delta\alpha \,.\, \cos \Delta\alpha\right]$$

Fig. 88.



$$= 4k \,.\, \sin \frac{\varepsilon}{2} \cos \frac{\varepsilon}{2} \,.\, \Delta\alpha,$$

indem für den Sinus des kleinen Winkels der Winkel selbst und für den Cosinus des sehr kleinen Winkels der Wert 1 gesetzt wurde.

Oder es wird:

$$\Delta J = 4k \,.\, \sin^2 \frac{\varepsilon}{2} \,.\, \mathrm{cotg}\, \frac{\varepsilon}{2} \,.\, \Delta\alpha$$

$$= 4 \,.\, J \,.\, \mathrm{cotg}\, \frac{\varepsilon}{2} \,.\, \Delta\alpha.$$

Auf diese Weise kann die Abhängigkeit der Helligkeitsänderung von der ursprünglichen Intensität der Gesichtshälften und von der Grösse des Drehungswinkels ersehen werden. Die Aufgabe reduziert sich darauf, zu finden, unter welchen Bedingungen einer sehr kleinen Drehung $\Delta\alpha$ eine möglichst grosse Intensitätsdifferenz ΔJ zukommen wird.

Nun haben Arago, Steinheil u. a. m. gefunden, dass jede eben noch merkliche Helligkeitsänderung jeweils nahe proportional ist der Helligkeit, bei der die Aenderung erfolgt. Es sei $\Delta\alpha$ gerade der Winkel, für den noch eben eine Helligkeitsänderung wahrgenommen wird, so kann

$$\frac{\Delta J}{J} = \text{const.}$$

gesetzt werden, und es ist daher:

$$\Delta\alpha = c \,.\, \operatorname{tg} \frac{\varepsilon}{2}.$$

Nun war:

$$\sin \frac{\varepsilon}{2} = \sqrt{\frac{J}{k}},$$

$$\cos \frac{\varepsilon}{2} = \sqrt{1 - \frac{J}{k}},$$

$$\operatorname{tg} \frac{\varepsilon}{2} = \sqrt{\frac{\frac{J}{k}}{1 - \frac{J}{k}}},$$

daraus:

$$\Delta\alpha = c \sqrt{\frac{J}{k - J}}$$

oder, weil für die fast genaue Nullstellung des Analysators die durchgehende Intensität J gegen diejenige der Lichtquelle k sehr klein ist,

$$\Delta\alpha = c \,.\, \sqrt{\frac{J}{k}}.$$

Nun wächst die Genauigkeit und Empfindlichkeit der Einstellung mit der Kleinheit von $\Delta\alpha$. Dieser Winkel hängt ab von der durch den Analysator bei dessen Nullstellung gehenden Intensität J, der Intensität k der benutzten Lichtquelle und indirekt von dem kleinen Winkel ε, da ja

$$J = k \,.\, \sin^2 \frac{\varepsilon}{2}$$

war. Man sieht, dass $\Delta\alpha$ um so kleiner wird, je grösser k und je kleiner J, d. h. ε sind. Eine Grenze für beide Werte ist aber dadurch gesetzt, dass J zu klein wird, wenn ε unter eine bestimmte tiefste Grenze sinkt; dann können aber auch keine deutlichen Intensitätsunterschiede mehr gut wahrgenommen werden. Man wird deshalb darauf zu achten haben, dass für möglichst kleinen Winkel ε die Intensität der Lichtquelle eine grosse ist.

Bei solchen Apparaten ist es notwendig, dass die Strahlen als paralleles Bündel durch die Polarisationsprismen gehen, da andernfalls das Gesichtsfeld bei keiner Stellung des Analysators ganz dunkel wird.

Lippich hat daher vor dem Polarisator und Analysator Linsen angebracht, die nur paralleles Licht durch dieselben schicken.

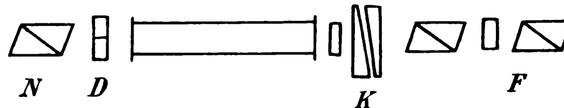
Obwohl auch hier nicht das ganze Gesichtsfeld dunkel erscheint, so wird es doch von einem völlig dunklen, scharfen Streifen durchzogen, dessen Intensitätsänderung eine genaue Beobachtung zulässt. Er konnte mit Sonnen- oder Knallgaslicht den Einstellungsfehler auf $\pm 2''$ beschränken, während ε zwischen 0 und etwa 3^0 variierte.

Unter den das Gesichtsfeld in zwei Hälften teilenden Apparaten nimmt das von Soleil eine besondere Stellung ein

115. **Saccharimeter von Soleil.** Hier werden nicht, wie das im vorigen beschrieben ist, gleiche Beschattungen der beiden Hälften des Gesichtsfelds miteinander verglichen, sondern gleiche Färbungen; es ist dies lediglich eine Folge der ausschliesslichen Anwendung von weissem Licht zur Beleuchtung des Apparats.

Das durch das polarisierende Nicolsche Prisma N gegangene Licht einer Gasflamme fällt zuerst auf die Soleilsche Doppel-

Fig. 89.



platte D. Dieselbe besteht aus zwei nebeneinandergekitteten Quarzplatten von 3,75 mm Dicke, die beide senkrecht zur optischen Achse geschnitten sind, von denen aber die eine rechts-, die andre linksdrehend ist. Die Dicke ist derart gewählt, dass die Drehung, die solche Platten der Polarisationsebene des gelben Lichts erteilen, gerade 90^0 beträgt, so dass zwischen parallel gestellten Nicols das Gelb ausgelöscht wird. Nun ist das menschliche Auge aber gerade für Gelb am empfindlichsten; es wird also eine kleine Drehung aus der parallelen Lage sofort merkbar werden, weil das Gelb sich wieder mit der vorherigen sog. Uebergangsfarbe mischt und die Färbung der einen Platte mehr ins Rote, diejenige der andern mehr ins Blaue verschiebt. Hierauf geht das Licht durch die optisch aktive Substanz und den Kompensator K, der die Drehung derselben wieder aufhebt. Er setzt sich zusammen aus einer senkrecht zur optischen Achse geschnittenen rechtsdrehenden Quarzplatte und zwei Keilen aus linksdrehendem Quarz,

ebenfalls mit ihren Endflächen normal zur optischen Achse geschliffen. Beide können, mit ihren Hypotenusenflächen aufeinandergelegt, gegenseitig um einen messbaren Betrag verschoben werden. Dadurch ändert sich ihre Dicke, welche bei ganz zusammengeschobenen Keilen mit der Dicke der Rechtsquarzplatte übereinstimmt und bei dieser Stellung die von ihr hervorgerufene Drehung aufhebt. Die Veränderung der Dicke kann mit Hilfe eines kleinen Zeigers an einem über dem Kompensator horizontal angebrachten Massstab bis auf 0,01 mm abgelesen werden. Man erfährt somit die Dicke einer Quarzschicht, die ebenso stark dreht wie die eingeschaltete aktive Substanz. Aus dem Kompensator austretend, gelangt das Licht durch den Analysator ins Auge.

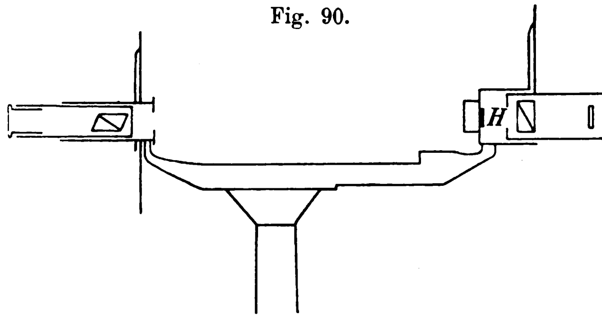
Die Nullstellung des Instruments ist erreicht, wenn der Doppelkeil ganz zusammengeschoben ist, so dass die beiden Hälften der Doppelquarzplatte die empfindliche Färbung zeigen. Da indes die zu untersuchenden Substanzen gefärbt sein können, und nicht alle Augen für den gleichen Farbenwechsel gleich empfindlich sind, so ist die violette Uebergangsfarbe nicht in allen Fällen die empfindlichste und daher günstigste. Deshalb besitzt das Instrument entweder dem Auge zugewandt oder auch auf der Seite der Flamme einen Farbenregulator F; er besteht aus einer Quarzplatte und einem weiteren mit Hilfe einer Zahnstange drehbaren Nicol, bei dessen Drehung sich die Farbe des Gesichtsfelds verändert, ohne dass dadurch die Lage des Nullpunkts beeinflusst würde.

Mit homogenem Licht zeigt die Doppelplatte an Stelle von Farben- nur Helligkeitsunterschiede der beiden Hälften. In diesem Fall ist aber die Genauigkeit der Einstellung eine viel geringere; deshalb beschränkt sich die Benutzung des Soleilschen Saccharimeters auf weisses Licht. Dabei ist zu beachten, dass die Farbendispersion der untersuchten Substanz und des zur Kompensation benutzten Quarzes annähernd dieselbe sei, weil sonst ein richtiges Einstellen nicht möglich ist, da dann die Kompensation nie eine vollständige sein könnte. Für Quarz und Zucker ist die Uebereinstimmung eine genügende. Stefan fand (1865), dass die grösste Abweichung des Winkels der Dispersion bei beiden nur 1 bis 2 % der Drehung beträgt. Für Quarz und Terpentinöl

beträgt sie 4 %, bei Quarz und Zitronenöl 14 %, und zwar dispergiert letzteres die Polarisationsebene stärker, Terpentinöl aber schwächer als Quarz. Das Soleilsche Verfahren bietet daher nur für Zucker die nötige Genauigkeit. Wild fand einen Einstellungsfehler bei den Beobachtungen von gegen 1^0 für eine 10 cm lange Zuckerlösung, d. h. es könnten in 1000 ccm Zuckerlösung bis 14 g Zucker nicht nachgewiesen werden. Es ist daher die Genauigkeit der Messung nur $\frac{1}{60}$ im ungünstigsten oder $\frac{1}{5}$ im allergünstigsten Fall gegenüber den Beobachtungen mit Wilds Polaristrobometer.

116. **Halbschattenapparat von Laurent.** Dieser Apparat sucht die in der Einleitung gestellten Anforderungen an ein günstig

Fig. 90.

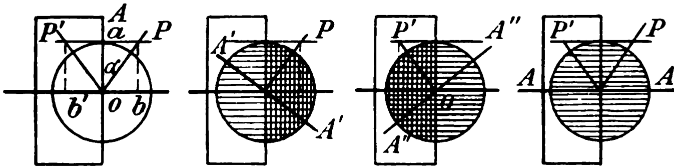


wirkendes Halbschatteninstrument zu erfüllen. Der Polarisator ist ein um seine Achse drehbares Kalkspatprisma, der Analysator ein ebenfalls drehbares Nicolsches Prisma, dessen Drehung mit Nonius und Lupe an einem vertikalen Teilkreis abgelesen werden kann. Zwischen beiden befindet sich das Halbschattenpräparat H, eine das ganze Gesichtsfeld bedeckende Planglasplatte, auf welcher ein dünnes Kristallblättchen derart aufgeklebt ist, dass es die Hälfte des Gesichtsfelds verdeckt. Es besteht aus einer parallel zur optischen Achse geschliffenen Quarz- oder einer abgespaltenen Glimmerplatte, die so dick sind, dass der Gangunterschied der beiden durch Doppelbrechung in ihr erzeugten Strahlen eine halbe Wellenlänge des Natronlichts beträgt. Deshalb wird auch nur mit Natronlicht beleuchtet. Eine vor dem Polarisator angebrachte

dünne Platte aus Kaliumbichromat reinigt das einfallende Licht vollständig von den noch in kleinen Mengen beigemischten grünen, blauen und violetten Strahlen.

Um die Wirkung des Halbschattenpräparats zu verstehen, nehmen wir an, der Polarisator bilde mit der Achsenrichtung des Quarzes oder mit der einen Elastizitätsachse des Glimmers einen Winkel α, wo OA die optische Achsenrichtung und OP die Schwingungsrichtung des Polarisators sei. Auf der freien Seite des Präparats kann die Schwingungsrichtung OP zerlegt werden in zwei aufeinander senkrechte Oa und Ob. Im Quarz aber lässt sich dieselbe zerlegen in eine Schwingung Oa parallel zur Achse und eine andre Ob′ senkrecht zur Achse, welche der früheren gerade entgegengerichtet ist, weil sie einen Gangunterschied von $\frac{\lambda}{2}$ erlitten hat. Die beiden letzten Komponenten setzen sich beim Austritt aus der Platte wieder zu einer einzigen Welle zu-

Fig. 91.



sammen, deren Schwingungsrichtung durch OP′ gegeben ist. Man sieht, dass die Schwingungsebene des aus der mit Quarz belegten Hälfte austretenden Strahls gegen diejenige des ungestört sich fortpflanzenden um einen bestimmten Winkel gedreht ist. Aus beiden Gesichtshälften treten daher, ähnlich wie bei Soleils Doppelquarz, Strahlen von verschiedener Schwingungsrichtung aus. Wir haben daher genau die Erscheinung, wie sie in den einleitenden Sätzen vorausgesetzt wurde. Um den zwischen beiden Richtungen bestehenden Winkel möglichst klein zu machen, muss nur die Richtung des Polarisators gegen die Schwingungsrichtung im Kristallblättchen möglichst klein sein. Die günstigste Lage wird am besten durch Ausprobieren zwischen zwei Nicolschen Prismen gefunden, indem man den Kristall in seiner Ebene verdreht und, wenn nötig, durch Spalten seine Dicke verändert.

Wird die Hauptebene des Analysators nach A′ A′ gestellt, also senkrecht zur Schwingungsrichtung in der freien Gesichtshälfte, so treten diese Vibrationen nicht durch, die rechte, freie Hälfte erscheint dunkel; dreht man den Analysator nach A″ A″, d. h. normal gegen die Schwingungsrichtung der aus der belegten Hälfte austretenden Strahlen O P′, so werden diese aufgehalten, es erscheint die belegte Hälfte dunkel. Steht endlich die Hauptebene des Analysators in A A, senkrecht zu O A, so halbiert sie den stumpfen Winkel der beiden Schwingungsrichtungen, und beide Gesichtshälften zeigen gleiche Helligkeit. Eine kleine Drehung nach rechts verdunkelt die rechte Hälfte, eine kleine nach links die linke, vorausgesetzt, dass der Winkel α sehr klein ist.

Die durch eine zwischengebrachte Substanz bewirkte Helligkeitsveränderung im Gesichtsfeld wird durch Drehen des Analysators wieder in die Nullstellung zurückgebracht, wo beide Hälften gleichhell erscheinen. Mit dem Instrument ist eine sehr grosse Genauigkeit zu erzielen, wenn das Halbschattenpräparat günstig gewählt ist.

117. **Halbschattenapparat von Lippich.** Das Licht durchläuft ein Glansches Prisma als Polarisator, der mit Hilfe eines Hebelarms um kleine Winkel um seine Längsachse gedreht werden kann, dann ein ebensolches Prisma, das als Analysator dient und nur das halbe Gesichtsfeld einnimmt. Es wird mit homogenem Licht beobachtet, das, zum Unterschied von andern Instrumenten, jede beliebige Wellenlänge haben kann. Die durch den Polarisator gehende Vibration P P′ (Fig. 92) tritt an der freien Gesichtshälfte direkt ins Auge. Steht nun der Analysator in A A′, so lässt er nur die parallel A A′ genommene Komponente des nach P P′ schwingenden Strahls durch. Die bedeckte Gesichtshälfte liefert demnach Schwingungen parallel A A′, die freie Hälfte aber parallel P P′. Bilden beide mit der Trennungslinie, die durch die freie Kante des Glanschen Analysators gegeben ist, gleiche Winkel, so erscheinen beide Gesichtshälften gleichhell. Die empfindliche Einstellung hängt auch hier ab von der Grösse des Winkels A′ O P′, der durch Verdrehen des Polarisators geändert werden kann.

Ausser diesen werden noch andre Instrumente konstruiert, deren Wesen auf demselben Prinzip beruht. In neuester Zeit stellt man Polariskope her, die ein mehr als zweiteiliges Gesichtsfeld liefern und durch grösseren Kontrast der Helligkeiten die Genauigkeit der Einstellung zu vergrössern suchen. Hieher gehört auch das von **Glan** (1891) konstruierte.

118. **Spektrosaccharimeter**, das die Untersuchung der Drehung der Polarisationsebene für jede beliebige Spektralfarbe gestattet. Das durch den Spalt eines Kollimatorrohrs tretende Licht wird durch eine Linse parallel auf den Polarisator (Glansches Prisma G) geworfen. Von hier passiert es ein rundes Diaphragma, dessen eine Hälfte mit einer sehr dünnen, senkrecht zur optischen Achse geschnittenen Quarzplatte bedeckt ist, welche die Polarisationsebene nur um einige Grade dreht. Man sieht, dass dann die Schwingungs-

Fig. 92.

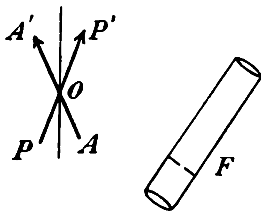
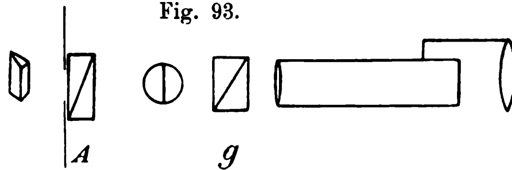


Fig. 93.



richtungen in beiden Hälften des Diaphragmas um einen kleinen Winkel gegeneinandergedreht sind, es wirkt also genau wie ein andres Halbschattenpräparat. Von hier kommt das Licht durch den mit Teilkreis versehenen Analysator A, ein Glasprisma und Beobachtungsfernrohr F ins Auge. Das Fernrohr besitzt im Brennpunkt des Okulars einen schmalen Spalt, der nur einen nahezu einfarbigen Streifen des Gesichtsfelds hindurchlässt. Durch Verschieben des Okulars wird auf das Halbschattendiaphragma eingestellt. Die beiden Hälften desselben sind gleichhell, wenn die Hauptebene des Analysators den Winkel halbiert, welchen die Schwingungsebenen des Lichts in beiden Gesichtshälften miteinander bilden. Wenn der Analysator auf gleiche Helligkeit der Bilder eingestellt ist, wird die zirkularpolarisierende Substanz eingefügt und durch Drehen des Analysators wieder gleiche Hellig-

keit herbeigeführt für diejenige Farbe, auf welche der Spalt des Fernrohrs eingestellt war.

5. Abschnitt.

Bestimmung von Brechungsexponenten.

Eine sehr wichtige Aufgabe der Kristalloptik besteht in der Bestimmung der Brechungsexponenten der Kristalle, weil fast jede Erscheinung nur nach deren Kenntnis mathematisch behandelt werden kann, indem sie ein vollständiges Bild geben von der Art und Grösse der Lichtfortpflanzung im Innern des Kristalls. Huyghens hat schon den Ausspruch getan, dass jedes optische Problem nach Kenntnis der Strahlenfläche des betreffenden Kristalls gelöst werden könne, wo nun jede Strahlenfläche eindeutig durch die Grösse der Brechungsexponenten dargestellt werden kann. Es handelt sich hier allerdings nur um die in die sog. absorptionslose Optik gehörenden Kristalle, für welche die Huyghensschen Annahmen zur Erklärung gebraucht werden können.

I. Mit dem Prisma.

119. **Für optisch-einachsige Kristalle** genügt zur Bestimmung der Brechungsexponenten sowohl des ordinären als des extraordinären Strahls ein einziges Prisma, dessen brechende Kante der optischen Achse parallel geschliffen ist. Fällt ein natürlicher Lichtstrahl auf die eine Fläche, so treten aus der andern zwei Strahlen, die einzeln beobachtet werden können, aus. Wird jeder getrennt auf Minimalablenkung gebracht, wo also die im Innern des Prismas verlaufende Wellennormale mit beiden brechenden Flächen gleiche Winkel bildet, so ergibt sich der Brechungsexponent nach der einfachen, für einfachbrechende Körper aufgestellten Beziehung

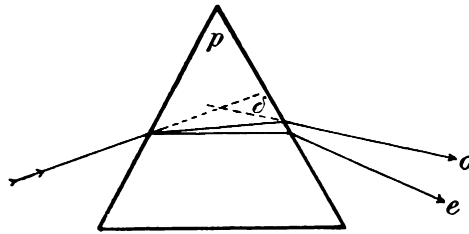
$$n = \frac{\sin \frac{p + \delta}{2}}{\sin \frac{p}{2}},$$

wo δ der Minimalablenkungswinkel und p der Prismenwinkel ist.

120. **Für optisch-zweiachsige Kristalle** lassen sich die drei Hauptbrechungsexponenten auf diese Weise bestimmen, wenn zwei verschiedene Prismen gegeben sind.

Zuerst schneidet man ein Prisma, dessen brechende Kante der Achse der grössten Elastizität parallel geht. Fällt dann ein natürliches Lichtbündel senkrecht auf die eine Fläche, so teilt es sich in einen ordinären Strahl, der senkrecht zum Hauptschnitt, d. h. parallel zur grössten Elastizitätsachse, schwingt und sich deshalb mit der grössten Geschwindigkeit $\mathfrak{v}_a$ fortpflanzt. Für diesen Strahl wird, da er am wenigsten gebrochen wird, Minimalablenkung eingestellt und nach Bestimmung des Prismenwinkels p der kleinste Brechungsexponent

Fig. 94.



$$n_\gamma = \frac{\sin \frac{p + \delta_a}{2}}{\sin \frac{p}{2}}$$

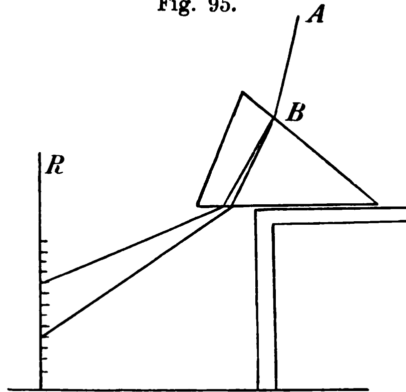
berechnet.

Ein zweites Bild des betrachteten Objekts rührt vom extraordinären Strahl her, der im Hauptschnitt, d. h. senkrecht zur grössten Elastizitätsachse schwingt. Er kann nun je nach dem gewählten Schnitt verschiedene Fortpflanzungsgeschwindigkeit haben. Wenn der Prismenwinkel durch die Ebene, in der die grösste Elastizitätsachse und die optische Normale liegt, halbiert wird, so schwingt der extraordinäre Strahl im Innern des Kristalls der Achse der mittleren Elastizität parallel. Wird auch für ihn Minimalablenkung eingestellt, so resultiert der mittlere Brechungsexponent n_β.

Um auch den dritten Exponenten zu finden, muss ein zweites Prisma geschnitten werden, dessen brechende Kante z. B. der kleinsten Elastizitätsachse parallel geht, wobei ferner der brechende Winkel durch einen optischen Hauptschnitt halbiert wird. Dann gibt die Ablesung einer neuen Minimalablenkung den grössten Brechungsexponenten n_a und den mittleren oder kleinsten nochmal; dieser kann sonach zur Kontrolle dienen.

Dass die Bestimmung jeweils nur für eine einzige Wellenlänge gilt, ist vorausgesetzt. Ferner ist ersichtlich, dass im Falle der Nichtbeachtung der Forderung, dass der Prismenwinkel von einem optischen Hauptschnitt halbiert werde, drei geschliffene Kristallprismen erforderlich sind.

Fig. 95.



Malus suchte (1808) zuerst, mit Hilfe von Prismen, die teils durch ebene Kristallflächen sofort gegeben waren, teils in geeigneter Weise aus den Kristallen geschliffen wurden, die Brechungsexponenten zur Prüfung der Gesetze der Doppelbrechung zu bestimmen.

Darauf untersuchte Biot ein- und zweiachsige Kristalle, aus denen er Prismen schnitt. Dieselben wurden mit einer Fläche so auf ein Tischchen aufgelegt, dass die brechende Kante etwas vorstand; in messbarem Abstand davon stand eine vertikale Skala, nach welcher mit einem Fernrohr durch die oben liegende Prismenfläche visiert wurde. Die Richtung AB blieb fest, und es wurden die zwei Skalenpunkte aufgesucht, die gleichzeitig im Fernrohr

erschienen. Auf diese Weise konnte der Brechungsexponent des ordinären Strahls einachsiger Kristalle jeweils sofort ermittelt werden. War die Einfallsebene kein Hauptschnitt, so wurde die Richtung des extraordinären Strahls aus derselben abgelenkt, es musste deshalb der vom extraordinären Strahl herrührende Skalenpunkt auf einer an R angebrachten, in einer Vertikalebene drehbaren Skala gesucht werden.

Jetzt werden die Prismen mit ihrer vertikal zur Längsachse oder brechenden Kante geschliffenen Grundfläche auf das Tischchen eines Goniometers gestellt. Dasselbe besteht im wesentlichen aus einer kleinen runden Platte, an der zwei gegenüberstehende Zeiger fest angebracht sind. Die in der Mitte angebrachte vertikale Achse geht durch eine zentral durchbohrte, feststehende Glasscheibe, die am Rand mit einer Winkelteilung versehen ist, über der sich die Zeiger bewegen. Als Lichtquelle dient eine monochromatische, in derselben Höhe in 2—3 m Entfernung aufgestellte Flamme. Das Auge visiert durch das Prisma nach einer an der Wand des Zimmers willkürlich gewählten Marke. Bei richtiger, nach sonst üblicher Methode ausgeführter Vertikalstellung der Drehachse und Prismenkante gegen die Visierrichtung, lässt sich hiemit die Gradablesung bis auf eine Genauigkeit von Fünfteln eines Grads bei mehreren Beobachtungen bringen.

Genauere Messungen werden mit dem Spektrometer ausgeführt. Dasselbe eignet sich besonders auch zur Messung der Brechungsexponenten für die Fraunhoferschen Linien oder andre direkt an der geaichten Skala ablesbare Wellenlängen.

Die Prismenmethode hat aber den grossen Nachteil, dass jeweils ziemlich beträchtliche Mengen des zu untersuchenden Kristalls benötigt werden, dass die notwendigen Schliffe bisweilen schwer ausführbar sind, und dass nur durchsichtige Kristalle untersucht werden können.

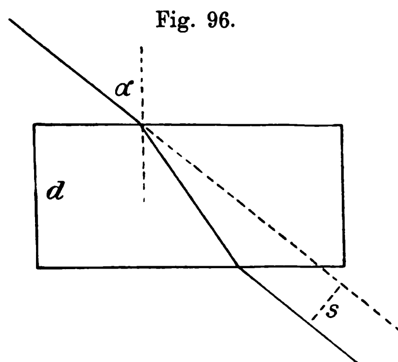
II. Mit Planplatten.

121. **Malussche Methode.** Der zu untersuchende Kristall wird so geschliffen, dass zwei Flächen planparallel sind. Malus legte (1808) die Kristallplatte mit der einen Endfläche auf eine Kupferplatte, in die ein rechtwinkliges Dreieck mit eingeteilter Hypo-

tenuse und langer Kathete eingeritzt war. Sah man in einer festen Richtung gegen die Oberfläche der Platte, so konnten zwei Dreiecke beobachtet werden, die um messbare Beträge gegeneinander verschoben waren, woraus die Brechungsexponenten sich berechnen liessen.

122. **Refraktometer von F. Bernard** (1854). Nach dieser Methode wird die seitliche Parallelverschiebung des aus einer Planplatte austretenden Strahls gegen die Richtung des einfallenden gemessen. Es bedarf dazu nur eines Instruments, das diese Verschiebung mit einem kleinen Fernrohr zu messen gestattet. Ist d die Dicke des Kristalls, α der Einfallswinkel und s die seitliche Verschiebung, so ergibt sich

Fig. 96.



$$n = \sin\alpha \sqrt{1 + \left(\frac{2\,d\cos\alpha}{2\,d\sin\alpha - s}\right)^2}.$$

123. **Für sehr dünne durchsichtige Platten** gibt Arago eine Methode an, auf die er bei der Wiederholung der Fresnelschen Spiegelversuche geführt wurde. Das Licht einer möglichst feinen Lichtquelle fällt auf zwei unter einem nur wenig von 180° verschiedenen Winkel zusammenstossende geschwärzte Spiegelglasplatten, und wird von jeder derselben nach einer etwas verschiedenen Richtung reflektiert. Dabei tritt ein mittleres Feld auf, welches Licht von beiden Spiegeln erhält. Darin wird eine Reihe heller und dunkler Streifen sichtbar (im monochromatischen Licht), die alle der Grenzlinie der beiden Spiegel parallel gehen. Sie entstehen durch Interferenz der vom einen und vom andern

Spiegel nach derselben Stelle des Feldes geworfenen Lichtstrahlen, die etwas verschiedene Wege durchlaufen haben. Wird nun in den Bereich des einen der interferierenden Strahlenbündel eine dünne durchsichtige Platte eingeschaltet, so werden die Gangunterschiede der von beiden Spiegeln reflektierten Strahlen verändert, und man beobachtet eine Verschiebung der Interferenzstreifen. Nun kann gerade die Verschiebung des dem ursprünglichen Gangunterschied 0 entsprechenden Streifens gut gemessen werden. Pflanzen sich beide Strahlen durch Luft fort, so steht der Zentralstreifen von beiden Lichtpunkten genau gleichweit ab. Ist aber einerseits ein dichteres Medium eingeschaltet, so schiebt er sich nach der Seite der Lichtquelle, die den verzögerten Strahlen angehört. Ist die Dicke des eingeschobenen Kristallblättchens d, die Geschwindigkeit des Lichts in Luft $\mathfrak{v}$, im Kristall ν, so beträgt die Verzögerung dieses Strahls

$$\frac{d}{\nu} - \frac{d}{\mathfrak{v}}.$$

Gelangt infolge der Verschiebung der k^{te} Streifen an die Stelle des Zentralstreifens, so ist, wenn T die Schwingungsdauer bedeutet,

$$\frac{d}{\nu} - \frac{d}{\mathfrak{v}} = k \cdot \frac{T}{2}$$

oder

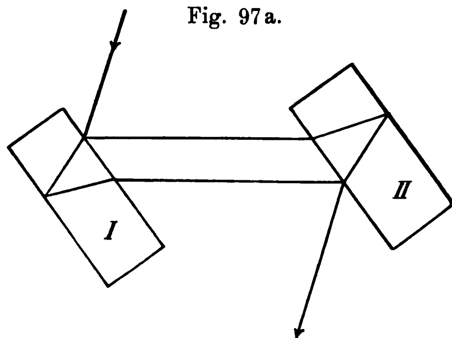
$$n = \frac{\mathfrak{v}}{\nu} = \frac{\frac{k}{2}\lambda + d}{d}.$$

Diese Methode eignet sich nur für dünne Blättchen, da andernfalls die Streifen verschwinden, weil sie nur in der Nähe des Zentralstreifens sichtbar bleiben; sie ist sehr empfindlich und wurde z. B. von Fizeau benutzt, um den Einfluss der Temperatur auf die Brechungsexponenten zu untersuchen.

124. **Der Jaminsche Interferentialrefraktor** gestattet die Messung kleiner Aenderungen der Brechungsverhältnisse, sei es infolge von Temperatur- oder Wellenlängenänderung, sei es infolge Veränderung der Fortpflanzungsrichtung in einem Kristall. Er besteht aus zwei gleichdicken (etwa 3 cm), an den Rückseiten versilberten planparallelen Glasplatten, die sich in einigem Abstand parallel gegenüberstehen und mit der Verbindungslinie ihrer Mitten

einen Winkel von 45—50° bilden. Fällt ein Lichtstrahl auf Platte I, so spaltet er sich durch Reflexion an der Vorder- und an der Hinterseite derselben in zwei unter sich parallel auf die andre Platte auffallende Strahlen, von denen jeder wieder zwei Strahlen durch Reflexion an II liefert, welche gemeinsam austreten. Da der Gangunterschied je zweier Strahlen derselbe ist, so erscheint das Gesichtsfeld dem in der Richtung auf II blickenden Auge gleichmässig erhellt. Wird aber die eine Platte etwas gedreht, so treten wegen veränderter Gangunterschiede Interferenzstreifen von vertikaler oder auch horizontaler Richtung auf. In derselben Weise wirkt eine in den Gang des einen Strahlenbündels eingeführte, dünne, durchsichtige Kristallplatte. Irgend eine Ver-

Fig. 97a.



änderung an ihr bringt ein Wandern der Interferenzstreifen hervor. Aus dieser Verschiebung der Dicke der durchstrahlten Schicht und der Wellenlänge lässt sich die der Veränderung entsprechende Aenderung des Brechungsexponenten berechnen.

Um eine solche Platte leichter in den Gang des einen Strahlenbündels bringen zu können, haben Mach und Zehnder die beiden Strahlen durch Einführung zweier Hilfsspiegel weiter voneinander gerückt, wie es die Figur 97b zeigt.

Der Apparat wird auf einem Stativ fest aufgestellt, in etwa 50 cm von der einen Platte eine monochromatische Flamme angebracht und nach nötigenfalls kleinem Verdrehen der zweiten Platte um eine vertikale und eine horizontale Achse die Interferenzstreifen beobachtet, wenn das auf unendlich akkommodierte Auge

gegen die zweite Platte blickt. Zum Beobachten dient ein festes Fernrohr mit einem Spalt vor dem Objektiv, dessen Richtung senkrecht auf den Streifen steht. Vor der Lichtquelle empfiehlt sich die Aufstellung eines Troges mit Alaunlösung zur möglichsten Abhaltung von Wärmestrahlen.

Ist L die Länge einer durchstrahlten Schicht, s die Anzahl der beim kontinuierlichen Verändern der Schicht durchgewanderten Streifenbreiten, n_1 der Brechungsexponent nach, n_0 vor der Zustandsänderung, so ist

$$s = \frac{L}{\lambda_1} - \frac{L}{\lambda_0} = (n_1 - n_0) \cdot \frac{L}{\lambda}$$

Fig. 97b.

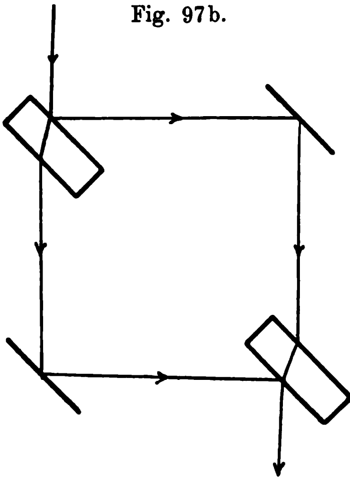
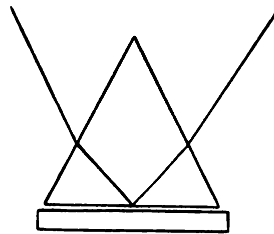


Fig. 98.



oder

$$(n_1 - n_0) = \frac{s \cdot \lambda}{L}.$$

III. Mit Totalreflexion.

125. **Wollaston** (1802) benutzte zuerst die Erscheinung der Totalreflexion, um die Brechungsexponenten besonders solcher Kristalle zu bestimmen, die nicht leicht in Prismenform geschliffen werden können, wie z. B. Glimmer (Haidinger konnte [1854] auch Prismen aus Glimmer herstellen und damit die Exponenten bestimmen) oder die nur in kleinen Stückchen oder Blättchen vorkommen.

Geht ein Lichtstrahl von einem dichteren Medium in ein dünneres, so wird er in das dichtere total reflektiert, wenn der Brechungswinkel im zweiten 90° erreicht hat. Sind die Brechungsexponenten der beiden Medien N und n, wo N > n, so gilt

$$\sin \tau = \frac{n}{N},$$

wenn τ der Winkel der Totalreflexion ist. Alles Licht, was unter noch grösserem Einfallswinkel auffällt, wird ebenfalls total reflektiert.

Bei Wollaston fällt das Licht durch die Seitenfläche eines Glasprismas, wird an der Hinterfläche gegen Luft reflektiert und geht durch die zweite Seitenfläche nach aussen. Auf die Rückenfläche wird eine Platte des zu untersuchenden Kristalls mittels eines stärker brechenden Kitts aufgeklebt. Dann wird der Lichtstrahl unter einem bestimmten Einfallswinkel an der Platte total reflektiert, wenn der Brechungsexponent des Glases in allen Fällen grösser ist als derjenige des Kristalls. Hat das Klebmittel noch einen grösseren Koeffizienten als das Prisma, so kann an ihm keine Totalreflexion eintreten, die sonst störend wirkte.

Als Klebmittel seien folgende angegeben:

Kanadabalsam $n_D = 1{,}54$,
Kassiaöl $n_D = 1{,}58$ bis $1{,}64$,
α-Bromnaphthalin $n_D = 1{,}661$,
$n_F = 1{,}6848$,
Arsenbromür $n_D = 1{,}78$,
Methylenjodid mit Schwefel gesättigt $n_D = 1{,}78$ bis $1{,}79$,
Phosphor in Schwefelkohlenstoff gelöst $n_D = 1{,}95$.

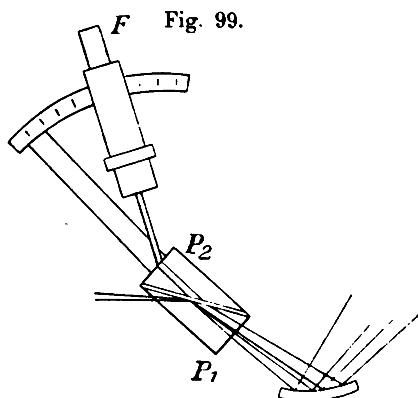
Wird die Kristallplatte, wenn das Klebmittel kein festes ist, in ihrer Ebene gedreht, so lassen sich die Brechungsexponenten für alle möglichen Orientierungen finden. Wollaston suchte auf diese Weise die Gesetze der Doppelbrechung experimentell zu bestätigen.

Einige Zeit später erfuhr die Methode von Wollaston einige Modifikationen durch Abbe, Liebisch, Feussner, Pulfrich, Czapski u. A., bei denen die Glasprismen teilweise durch Kreiszylinder oder stark brechende Halbkugeln aus Glas ersetzt wurden.

126. **Refraktometer von Abbe** (1874). Abbe benutzte zwei

rechtwinklige Glasprismen mit gleichen Hypotenusenflächen. Das zu untersuchende Kristallblättchen kann mit Hilfe eines Tropfens einer stärker brechenden Flüssigkeit unter das obere der beiden Prismen, die mit den Hypotenusenflächen bis auf einen kleinen Zwischenraum aufeinanderliegen, geklebt werden. Tritt nun Licht durch die untere Fläche P_1 ein, so findet man beim langsamen Verdrehen der Prismenkombination um eine zur Ebene der Zeichnung senkrechte Achse eine Stelle, für die gerade noch das auffallende Licht die Zwischenschicht durchsetzt und durch das auf Unendlich eingestellte Fernrohr F beobachtet werden kann. Bei geringerem Neigungswinkel der Strahlen gegen die Grenzschicht aber tritt Totalreflexion ein, und die Lichtstrahlen werden nach

Fig. 99.



der Seite geworfen, ohne ins Auge zu treten. Man beobachtet dann im Fernrohr eine scharfe Grenze zwischen Hell und Dunkel im Gesichtsfeld. In den hellen Teilen werden Strahlen sichtbar, deren Einfallswinkel nicht gross genug ist, dass sie total reflektiert würden, in den dunklen Teilen aber fehlen solche Strahlen, deren Einfallswinkel so gross ist, dass sie total reflektiert werden. Der Grenzwinkel der Totalreflexion wird deshalb erhalten, wenn man die scharfe Grenzlinie auf das Fadenkreuz des Fernrohrs einstellt. Die direkte Messung desselben ist nicht notwendig, weil eine am Instrument angebrachte Teilung mit Hilfe des drehbaren Zeigers direkt die Brechungsexponenten angibt. Weil die festen Körper in genau planparallelen Platten geschliffen sein müssten, ist das

Instrument für diese weniger geeignet. In viel einfacherer Weise bestimmt man damit aber die Brechung von Flüssigkeiten, weil diese nur in Tropfen zwischen die beiden Prismen gebracht werden müssen. In allen Fällen aber müssen die Brechungsexponenten der Glasprismen grösser sein als diejenigen der zu untersuchenden Substanz, weil sonst keine Totalreflexion auftritt.

127. **Totalreflektometer von F. Kohlrausch** (1878). Dieses Instrument gestattet die Untersuchung von Kristallen jeder beliebigen Form, falls nur eine ebene Fläche vorhanden ist. Der Kristall wird an einem mit zwei Kugelgelenken versehenen Halter, an dem entweder eine Doppelspitze oder eine kleine Zange angebracht ist, befestigt. Oder man setzt als Objektträger eine Platte vertikal ein, die mit einem Fensterchen versehen ist, dessen Ränder stark abgeschrägt sind, um noch stark seitlichem Licht den Zutritt zu gewähren. Das Ganze ist am unteren Teil einer vertikalen Drehachse befestigt, und zwar muss die Rückwand der Fensterplatte mittels Schrauben genau in deren Verlängerung eingestellt werden und beim Drehen genau in derselben bleiben. An diese Rückwand wird die ebene Fläche des Kristalls mit einer Feder glatt angedrückt. Dieser Teil des Instruments wird von oben in ein Fläschchen aus Glas getaucht, das an seinem dickwandigen Bauch eben angeschliffen und mit einem angekitteten Stück Spiegelglas versehen ist. Die Figur zeigt den Querschnitt von oben. Das Fläschchen wird darauf mit einer Flüssigkeit gefüllt, die einen grösseren Brechungsexponenten hat als der Kristall. Um den Einfluss der Temperatur berücksichtigen zu können, steht ein Thermometer in ihr. Das Ganze ist an einem eisernen Gestell von 28 cm Höhe angeschraubt. Die Drehung des Objektträgers kann an einem horizontalen Teilkreis abgelesen werden. Zur Beobachtung des Totalreflexionswinkels dient ein $1^1/_2$mal vergrösserndes kleines (4 cm lang) Fernrohr. Es enthält ein Fadenkreuz und eine Mikrometerskala und lässt sich an einem Träger mittels eines aufgeschnittenen Stiels auf- und abschieben. Das Fernrohr muss parallel zum Teilkreis stehen und mit seiner Achse genau auf die Drehachse des Instruments gerichtet sein.

Das Glasfläschchen wird aussen ringsum — mit Ausnahme der Fenstergegend — mit ölgetränktem Papier beklebt, so dass

eine homogene Lichtquelle, die auf einer Seite der transparenten Umhüllung steht, im Innern des Fläschchens diffuses Licht erzeugt. Mit dem Fernrohr wird dann normal gegen die ebene Glaswand visiert, der Objektträger mit dem daran befestigten Kristall so lange gedreht, bis die Grenze für die Totalreflexion in derselben Weise erscheint wie bei den früheren Apparaten. Die Einstellung wird beim Drehen des Objekts sowohl nach der einen als nach der andern Seite ausgeführt und der Mittelwert aus beiden Ablesungen genommen. Ist derselbe τ, so ist der Brechungsexponent der Kristallplatte $n = N . \sin \tau$, worin N der Exponent der Flüssigkeit ist. Bei doppelbrechenden Kristallen treten jeweils zwei Grenzen der Totalreflexion auf wegen der beiden verschieden stark gebrochenen Strahlen. Bei regulären und optisch-einachsigen Kristallen genügt eine natürliche spiegelnde Fläche, bei optisch-zweiachsigen eine in einem Hauptschnitt gelegene Fläche.

Optisch-einachsige Kristalle: Ist die Fläche senkrecht zur optischen Achse, so liefert jede beliebige Beobachtungsrichtung die beiden Hauptbrechungsverhältnisse. Ist sie aber der optischen Achse parallel und liegt dieselbe horizontal, so erscheint nur die Grenze für den ordinären Strahl, ist sie aber der Drehachse parallel, d. h. vertikal, so erhält man beide Brechungsexponenten.

Optisch-zweiachsige Kristalle: Einfach wird die Bestimmung, wenn die Fläche einem optischen Hauptschnitt parallel ist. Und zwar resultieren zwei Hauptbrechungskoeffizienten, wenn eine Elastizitätsachse horizontal gestellt ist, der dritte und einer der beiden ersten nochmal, wenn man um 90^0 dreht.

Um das Brechungsverhältnis der Flüssigkeit im Fläschchen zu bestimmen, wird am Objektträger eine kleine Planplatte von bekanntem Brechungsvermögen n befestigt und aus der oben angegebenen Formel N berechnet.

128. **Refraktometer von Pulfrich** (1886). Während bei den zuerst beschriebenen Instrumenten der ganze Strahlenverlauf im dichteren Medium vor sich ging und jeweils der Reflexionswinkel gemessen wurde, unter dem dieselbe total wurde, verfährt Pulfrich gerade umgekehrt, indem er den Brechungswinkel

im dichteren Medium misst, der einer streifenden Inzidenz aus dem dünneren entspricht.

Auf einem eisernen Stativ ist in vertikaler Richtung verstellbar ein 3—4 cm breiter Würfel oder Zylinder aus schwerem Glas befestigt. Die Mantelfläche oder die eine Seitenfläche des Würfels und die obere ebene Fläche sind geschliffen und poliert. Eine ebenfalls am Stativ in der Höhe der oberen Fläche des Glasteils angebrachte Konvexlinse wirft die Strahlen einer in etwa 70 cm Entfernung aufgestellten homogenen Lichtquelle streifend auf die obere Glasfläche, so dass sie in das Innere des Würfels oder Zylinders gebrochen werden und an der gegenüberliegenden polierten Fläche nach g hin austreten. Sie werden durch ein

Fig. 100.

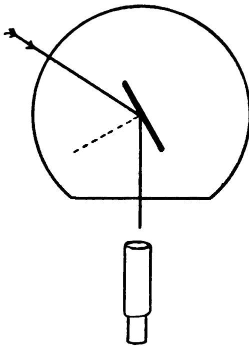
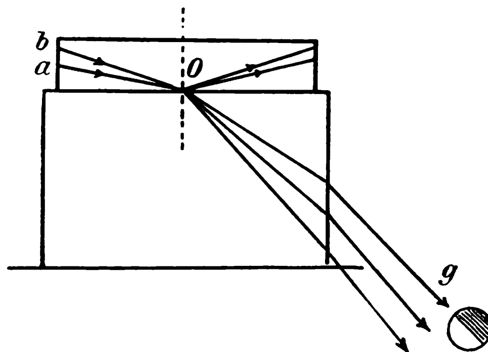


Fig. 101.



rechtwinklig gebogenes Fernrohr mit Fadenkreuz beobachtet. Während alle Strahlen, die nicht genau streifend auffallen, z. B. a O oder b O, unter kleineren Brechungswinkeln weiterlaufen, treten die streifenden gerade unter dem Winkel der Totalreflexion aus. Unter einem grösseren Winkel können keine Strahlen austreten. Es wird also in der Nähe der Grenze der Totalreflexion das Gesichtsfeld g, wie früher, in eine dunkle und eine helle Hälfte geteilt werden. Die Einstellung des Fadenkreuzes auf die dunkle Grenzlinie gibt den Totalreflexionswinkel an, der allerdings noch durch die Brechung beim Austritt in Luft modifiziert ist. Derselbe kann mit Hilfe zweier am Fernrohr angebrachten Nonien an einem Teilkreis mit vertikal stehender Ebene abgelesen werden.

Die Kristalle, deren Brechungsexponent gemessen werden

soll, werden in runden planparallelen Platten mit vertikalen Begrenzungsflächen auf die obere Fläche des Zylinders gelegt und mittels einer Flüssigkeit festgeheftet, deren Brechungsexponent $\mathfrak{N}$ der Bedingung genügen muss, dass, wenn N der Exponent des Glases, n der gesuchte des Kristalls ist, $N > n < \mathfrak{N}$. Dabei kann $\mathfrak{N}$ grösser, kleiner oder gleich N sein, der Austrittswinkel wird dadurch nicht beeinflusst.

Ist der beim Austritt aus der Mantelfläche, die keine Nachteile gegenüber einer Würfelfläche bietet, in Luft gemessene Winkel i, so ergibt sich

$$n = \sqrt{N^2 - \sin^2 i}$$

für die gewählte Lichtart. Denn

$$\frac{n}{N} = \sin \alpha, \quad \sin \alpha = \cos i' = \sqrt{1 - \sin^2 i'},$$

$$\sin i' = \frac{\sin i}{N}.$$

Die Verwendungsgrenze des Glascylinders mit dem Exponenten N liegt zwischen N und $\sqrt{N^2 - i}$ für die zu untersuchenden Körper.

Betrachtet man alles von allen Seiten in einem Punkt O der Glasfläche streifend einfallende Licht, so werden die Grenzstrahlen der Totalreflexion alle gleiche Winkel mit der Vertikalachse bilden und daher auf einer darunter befindlichen horizontalen Fläche für isotrope Körper einen Kreis beschreiben, weil die Brechungsexponenten nach allen Seiten dieselben sind.

Um diese Grenzkurve zu beobachten, muss der von Pulfrich benutzte Glaszylinder gegen den Würfel bevorzugt werden. Die dabei im Fernrohr erscheinende schwache Krümmung der Grenzlinie ist nicht die Folge der Wirkung der Zylinderfläche, sondern es ist ein kleiner Teil der kreisrunden Grenzkurve.

Bei isotropen Körpern wird also eine Drehung des Zylinders und des daraufliegenden Körpers um seine vertikale Achse die Gestalt der Kurve nicht verändern. Bei Benutzung doppelbrechender Kristalle erscheinen jeweils zwei Grenzkurven, deren eine dem ordinären, deren andre dem extraordinären Strahl eigen ist. Da nun bei einachsigen Kristallen der erstere nach allen Richtungen gleiche Fortpflanzungsgeschwindigkeit hat, so wird auch der Grenzwinkel der Totalreflexion konstant bleiben; die auf unsere Horizontalebene projizierte Kurve wird ein Kreis sein.

Der extraordinäre Strahl dagegen hat nach verschiedenen Richtungen verschiedene Brechungsexponenten; in derselben Weise wie diese ändert sich der Reflexionswinkel. Dreht man den Zylinder einmal ganz um seine Achse, so wird der Grenzstrahl für die extraordinäre Welle auch eine geschlossene Kurve beschreiben, die aber elliptisch ist. Durch Drehen des Zylinders erhalten wir auf diese Weise die Projektion der Huyghensschen Wellenfläche auf eine Ebene. Der Schwingungszustand des Lichts kann durch Anbringen eines Nicols am Fernrohr untersucht werden.

Wird weisses Licht benutzt, so kann zur Messung der Brechungsexponenten an der Stelle des Fadenkreuzes im Fernrohr der Spalt eines geradsichtigen Spektroskops mit Fadenkreuz angebracht werden.

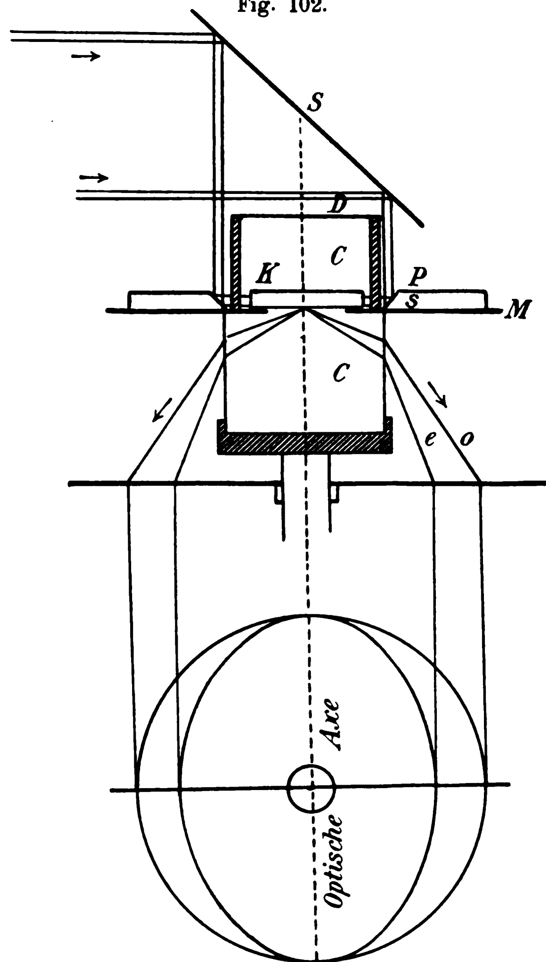
Um ohne störende Drehung des Zylinders die Grenzkurven für jeden Kristall vollständig und übersichtlich beobachten zu können, hat Pulfrich ein eigenes Instrument ohne Fernrohr konstruiert.

129. **Kristallrefraktoskop von Pulfrich.** C ist eine auf drehbarem Stativ ruhende Glasröhre zur Aufnahme einer stark brechenden Flüssigkeit. Das untere Ende ist verschlossen, das obere senkrecht zur Drehachse abgeschliffen. Eine Metallscheibe M ist aufgekittet; sie besitzt in der Mitte eine kreisförmige Oeffnung. Darüber ist eine zweite Glasröhre gekittet, die oben durch den Deckel D verschlossen werden kann. Die Kristallplatte K, welche die Oeffnung der dünnen Metallscheibe bedeckt, ist ringsum von derselben stärker brechenden Flüssigkeit umgeben. Ueber dem Instrument ist ein geneigter Spiegel befestigt, der das Sonnenlicht oder das Licht irgend einer andern Lichtquelle vertikal nach unten am Mantel der oberen Glasröhre vorbei auf den spiegelnden Konus einer Metallplatte P wirft, so dass es streifend in das Innere der Glasröhre und die Grenzschicht Kristall-Flüssigkeit dringt, um dort Anlass zur Entstehung der Totalreflexion zu geben. Alles falsche Licht wird durch den Deckel D und die Platte P abgehalten. Die gebrochenen Strahlen kommen durch die Wand der unteren Glasröhre auf einen unter dem Apparat angebrachten horizontalen Papierschirm, auf dem die Grenzkurven der Totalreflexion vollständig übersehen werden können.

Die Figur stellt das Kurvenbild von oben, den Apparat von der Seite gesehen dar.

Da kaum andres als streifendes Licht eintreten kann, so erscheinen die Kurven sehr deutlich als Farbenstreifen im weissen

Fig. 102.

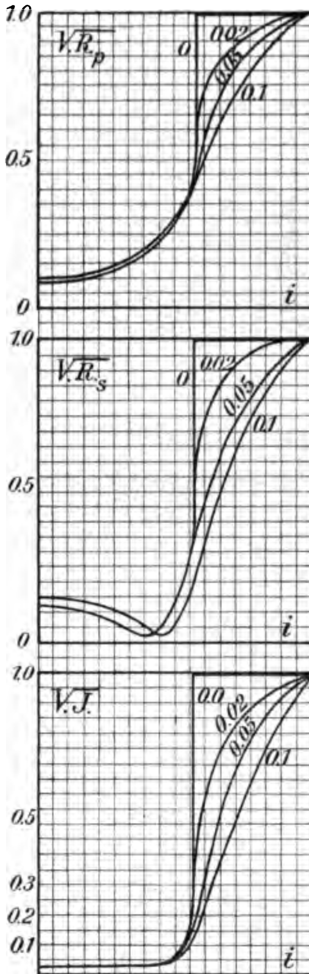


Licht, einfarbig im monochromatischen. Die Farbenfolge hängt ab von der Dispersion sowohl der Flüssigkeit als des Kristalls.

Die Kurven geben ein direktes Bild für die reziproken Fortpflanzungsgeschwindigkeiten im Kristall.

130. **Absorbierende Körper.** Mit der Wahl der Methoden zur Bestimmung des Brechungsexponenten absorbierender Kristalle muss man vorsichtig sein. Denn hier nimmt die Vibrationsintensität einfallenden Lichts mit der Dicke rasch ab, so dass auch die Fortpflanzung davon beeinflusst wird. Man hat aber unter dem Brechungsverhältnis als dem Verhältnis der beiden Fortpflanzungsgeschwindigkeiten in Luft und dem Körper immer das Verhältnis derjenigen Fortpflanzungsgeschwindigkeiten zu verstehen, welche in dem Körper ebene Wellen mit in ihrer ganzen Ausdehnung gleicher Schwingungsamplitude besitzen. Das ist für durchsichtige Körper allerdings selbstverständlich, muss aber bei absorbierenden betont werden.

Fig. 103.



Da die Prismenmethode in manchen Fällen wegen der geringen Lichtintensitäten kein bequemes Arbeiten ermöglicht, wird vielfach die Methode der Totalreflexion zu Hilfe genommen. Dieselbe knüpft, wie im vorigen gezeigt ist, daran an, dass bei der Reflexion am dünneren Medium die Intensität mit wachsendem Einfallswinkel sich schnell ändert beim Passieren des Winkels $\tau = \arcsin \frac{n_1}{n}$, der der Winkel der Totalreflexion heisst. Während dieser Uebergang bei durchsichtigen Körpern unendlich rasch erfolgt, tritt bei absorbierenden Körpern nur ein Maximum der Intensitätsänderung für einen bestimmten Einfallswinkel ein, das bei geringer Absorption noch sehr auffällig ist, bei stärkerer dagegen mehr und mehr verschwindet, so

dass die sehr stark absorbierenden Kristalle keine messbare Grenze der Totalreflexion mehr bieten. Die Zeichnung gibt die Abhängigkeit der reflektierten Intensität von dem Einfallswinkel für den Fall, dass das einfallende Licht parallel zur Einfallsebene polarisiert ist, durch R_p, dass es senkrecht dazu polarisiert ist, durch R_s, und wenn natürliches Licht einfällt, durch

$$J = (R_s + R_p) : 2.$$

Die Kurven sind berechnet für Kristalle mit dem Brechungsexponenten 0,8 und den Absorptionskoeffizienten $k = 0$, 0,02, 0,05 und 0,1 nach den früher gegebenen Formeln. Die Ordinaten sind die Amplituden des reflektierten Lichts $\sqrt{R}$, die Abszissen die zugehörigen Einfallswinkel.

Man sieht, wie die scharfe Ecke, welche bei durchsichtigen Medien den Beginn der totalen Reflexion bezeichnet, mit wachsender Absorption sich rundet und dabei die Stelle des Aenderungsmaximums nach höheren Winkelwerten rückt. Man würde also in diesem Fall jeweils falsche Brechungsexponenten beobachten, wenn man die alte Formel der Totalreflexion benutzt. Es sei indes erwähnt, dass bedeutende Fehler nur für die stark absorbierenden Kristalle entstehen könnten. Für solche haben wir aber ein andres Verfahren zur Bestimmung von n früher kennen gelernt (siehe unter „Reflexion an der Oberfläche absorbierender Kristalle").

Herstellung von Kristallschnitten.

Wie aus dem vorhergehenden ersichtlich wrid, ist es für kristallographische Arbeiten oft unerlässlich, sich die Mineralien in geeigneter Form herzustellen. Im allgemeinen sind natürliche Flächen, wenn sie die verlangten Orientierungen gegen die optischen oder kristallographischen Achsen schon haben, den künstlichen vorzuziehen, seien sie nun natürliche Oberflächen am Kristall oder erst durch Abspalten erhalten. Denn es ist sehr schwierig, genaue Beziehungen der Flächen zu den Achsen künstlich zu verifizieren, und ausserdem verändern die meisten der benutzten Schleif- oder Poliermittel die Oberflächen des Kristalls derart, dass

sie für manche Arbeiten, z. B. Reflexionsstudien, nicht mehr brauchbar sind.

Zur Herstellung der erforderlichen Platten aus harten Mineralien bedarf es einer **Schneidemaschine.**

Eine Metallscheibe, meist Weissblech von $^1/_2$ mm Dicke, rotiert genau senkrecht gegen ihre Achse; dabei muss ihr Rand genau rund laufen und ihre Ebene keine seitlichen Schwankungen aufweisen. Vor der Scheibe steht ein aufrechter Pfeiler auf einer horizontalen, drehbaren Achse; er dient zur Befestigung der Kristalle. An der Achse sitzt eine Schraube, die eine Drehung oder Parallelverschiebung des Pfeilers in einer zur Drehachse der Scheibe parallelen Richtung gestattet. Auf den am Pfeiler angebrachten Befestigungsstücken wird der Kristall mit Kolophoniumkitt oder Siegellack aufgesetzt und durch einen am Tischchen angeschraubten Hebel mit verstellbarem Reitergewicht an den Rand der rotierenden Blechscheibe gedrückt. Beim Beginn und während des Schneidens wird angefeuchteter Schmirgelsand auf die zu durchschneidenden Kristallstücke aufgetragen. Die Feinheit des Schmirgels richtet sich nach der Härte des Kristalls. Für sehr harte Steine werden die Blechscheiben mit Diamantpulver imprägniert.

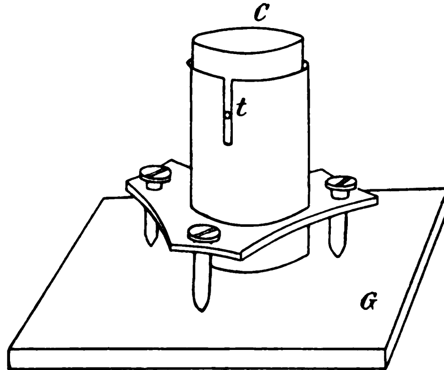
Soll parallel zu einem Schnitt ein zweiter geführt werden, so wird der Pfeiler längs der unteren horizontalen Schraubenachse parallel verschoben. Für den Fall, dass die Schnitte gegen die Kristallachsen vorgeschriebene Orientierungen besitzen sollen, wird der Kristall auf einer Kombination von mehreren verstellbaren Kreisteilungen angebracht.

Das **Schleifen** von Kristallen kann mit derselben Maschine vorgenommen werden, wenn die vertikale Scheibe durch eine horizontal liegende aus Gusseisen ersetzt wird.

Für die meisten kristallographischen Untersuchungen werden nur weniger harte, natürliche oder künstliche Kristalle verwendet, die wegen ihrer geringeren Härte ohne Schneidemaschine in die erforderliche Form gebracht werden können. Das Durchschneiden kann entweder mit Hilfe eines dünnen Drahts, der hin- und hergezogen wird — falls die durchschnittenen Flächen nicht konserviert werden müssen, benetzt man mit einem schwachen Lösungs-

mittel der Substanz — oder mit einer feinen und dünnen Laubsäge bewerkstelligt werden. Kommt es nicht darauf an, die abgefallenen Stücke weiterzuverwenden, so lässt sich die Fläche zuerst roh herstellen durch Feilen oder Abschaben, worauf alle Unebenheiten durch Abschleifen entfernt werden. Man schleift die Kristalle durch Reiben auf einer matten Glasplatte mit einer Benetzungsflüssigkeit. Als solche kann Wasser oder Oel benutzt werden, Alkohol nur dann, wenn die zu behandelnden Kristalle nicht wasserhaltig sind, weil der Alkohol ihnen das Wasser entziehen und sie trüben würde. Wird nicht sehr grosse Feinheit und Intaktheit der Flächen erfordert, so kann das Schleifen durch Benetzen mit einem Lösungsmittel der Substanz stark beschleunigt

Fig. 104.



werden. In andern Fällen wird feiner Bimsstein, bei härteren Kristallen feinstes Schmirgelpulver, mit einer Benetzungsflüssigkeit verwandt. Dabei ist darauf zu achten, dass die Kristallfläche überall gleichmässig auf die Unterlage aufgedrückt wird, weil sonst niemals ebene Flächen erhalten werden. Da sehr kleine Kristalle nicht direkt mit den Fingern angefasst werden können, steckt man sie auf Kork oder Siegellack. Für grössere Kristalle konstruierte Fuss in Steglitz eine besondere Vorrichtung zum Schleifen und Polieren planparalleler Platten.

An einer zylindrischen Metallhülse sitzen drei seitliche Arme, mit drei harten Stahlschrauben versehen, durch welche die Hülse auf die Glasplatte G aufgestellt werden kann. In ihr lässt sich

ein massiver Zylinder C vertikal verschieben und in jeder beliebigen Höhe mit Hilfe eines Stifts t in einem Schlitz der Hülse feststellen. An seiner Unterseite wird der zu schleifende Kristall in passender Orientierung mit Kanadabalsam oder Kolophoniumkitt angeklebt. Nun werden die Stahlschrauben so eingestellt, dass ihre Enden in einer zur Unterfläche parallelen Ebene liegen. Dann kann die ganze Vorrichtung so mit der Hand auf der Schleifplatte verschoben werden, dass der Kristall durch einen leichten Druck auf die Zylinderoberfläche stets mit der Schleifplatte in Berührung ist. Dabei kann er jeweils nur so weit abgeschliffen werden, bis die drei Schrauben auf die Unterlage zu liegen kommen.

Dünnschliffe stellt man dadurch her, dass man den Kristall auf der rotierenden Scheibe der Schleifmaschine oder mit freier Hand auf einer ebenen Eisenplatte mit Wasser und Schmirgel auf einer Seite abschleift, dieselbe dann auf einer matten Glasplatte mit fein geschlämmtem Schmirgel poliert und mit Kanadabalsam auf einer starken Glasplatte aufkittet. Dann schleift man auch die andre Seite ab, poliert sie und klebt sie nötigenfalls mit Kanadabalsam, Mastixlösung in Aether oder einer Mischung beider auf ein zweites Planglas. Das Polieren geschieht mit feinem Leder, weicher Leinwand oder Seide, die auf eine ebene Unterlage aufgespannt sind. Als Poliermittel dient Englischrot (caput mortuum, Fe_2O_3) oder fein geschlämmte Zinnasche mit Alkohol oder Aether. Weiche Körper nehmen schwer Politur an; sie dürfen nur mit dem Leder ohne Poliermittel behandelt werden.

Das Schwärzen von Flächen, die durch Spieglung nicht stören sollen, geschieht mit Russ und einem rasch trocknenden Oel.

Kapitel XI.

Theorien des Lichts.

Die Feinheit der optischen Vorgänge und die Merkwürdigkeit der Erscheinungen machen es begreiflich, dass die Vorstellungen von der Natur des Lichts und die daran anknüpfenden mathematischen Erörterungen sich im Laufe der Zeit mehrfach verändert haben. In den ältesten Zeiten beschränkte man sich darauf, das Licht als eine durch Vermittlung der Augen im Bewusstsein erregte Empfindung aufzufassen, ohne sich über die Art dieses Eindrucks oder das Wesen seiner Fortpflanzung tiefere Gedanken zu machen. Während man deshalb in den frühesten Zeiten schon teilweise weitgehende Kenntnisse über die vom Auge direkt wahrgenommenen Erscheinungen findet, bleiben die Erklärungsversuche derselben dagegen vereinzelt und ohne wissenschaftlichen Wert.

131. Die optischen Kenntnisse des **Altertums** beschränken sich auf die Erscheinungen der geradlinigen Fortpflanzung und der Spiegelung des Lichts. Man wusste, dass sich das Licht in demselben Medium geradlinig fortpflanzt, dass bei der Spiegelung der Einfalls- und Reflexionswinkel einander gleich sind und beide Strahlen in derselben Ebene liegen; ausserdem stellte schon Heron von Alexandrien (ca. 100 v. Chr.) den Satz auf, dass der Weg des Lichtstrahls bei der Reflexion ein Minimum sei. Ueber die Brechung war wenig bekannt. Kleomedes (50 n. Chr.) führt in einem Werk an, dass in dichteren Medien der Strahl zum Lot gebrochen wird. Ueber Linsen wusste man schon zur Zeit Sene-

cas (12—66 n. Chr.) und des älteren Plinius (23—79 n. Chr.) einiges. Bei Pytagoras (ca. 500 v. Chr.), Demokrit (ca. 460 v. Chr.), Plato (429—347 v. Chr.), Epikur (342—270 v. Chr.), Euklid (ca. 300 v. Chr.), Lucretius und andern findet man über das Wesen des Lichts die Ansicht, ein Lichtstrahl schiesse aus dem Auge hervor und befühle gleichsam die Gegenstände, das Licht wäre also nur etwas vom Auge Ausgehendes. Bei Empedokles (ca. 440 v. Chr.) gehen sowohl aus dem Auge als vom Objekt Strahlen aus, die sich treffen und durch ihre Mischung erst das Sehen ermöglichen. Aristoteles 384 bis 322 v. Chr.) drückt zum ersten Male die Vermutung aus, es müsse zwischen dem Gegenstand und dem Auge ein das Sehen vermittelndes Medium existieren, ähnlich wie beim Schall.

132. Zu Beginn des **Mittelalters** beherrschten die Araber die wissenschaftliche Welt, während im Abendland jedes höhere Interesse, jede Kulturbestrebung durch den Verfall des römischen Reiches unmöglich gemacht war. Von Bedeutung für die Optik ist der um 1100 in Spanien lebende Alhazen, der in seinem „Opticae thesaurus Alhazeni Arabis libri VII" ausgedehnte Kenntnisse auf diesem Gebiet niedergelegt hat. Nach ihm gehen von jedem Punkt eines leuchtenden Körpers nach allen Richtungen Strahlen aus, so dass das Auge jeweils ein ganzes Strahlenbündel, nie aber einen einzigen Strahl aufnimmt. Durch jede Kristallinse eines Auges wird ein Bild des Gegenstands auf die Hinterwand des Auges geworfen und zwar so, dass sich beide Bilder an der Kreuzungsstelle der Augennerven decken; in diesem Fall wird nur immer ein Bild des betreffenden Gegenstands wahrgenommen.

Erst in der zweiten Hälfte des Mittelalters beginnt im Abendland das Interesse an wissenschaftlichen Arbeiten zu erwachen; es wurde gefördert durch die Gründung zahlreicher Universitäten.

133. Im ersten Jahrhundert der **Neuzeit** erfuhr die Optik nur insofern eine grössere Durcharbeitung, als ihre Gesetze für die Linsenbrechung den astronomischen Bestrebungen dienlich waren. Vertreter dieser Richtung sind Giambattista della Porta (1538—1615) und Markus Antonius de Dominis (1566 bis 1624), welche sich besonders mit Erklärungsversuchen der atmo-

sphärischen Lichterscheinungen, wie des Regenbogens u. s. w. abgaben. Galilei (1564—1642) war wohl einer der ersten, der sich erneut die Frage nach dem Wesen des Lichts aufwarf. Er glaubte annehmen zu müssen, dass sich das Licht nicht plötzlich von einem leuchtenden Körper bis zum Auge fortpflanze, sondern dass es dazu eine gewisse endliche Zeit brauche. René Descartes (1596—1650) leitet die Erscheinungen in der Körperwelt aus seiner Wirbeltheorie ab. Das Licht ist ein Druck der sogenannten „Himmelskügelchen" auf das Auge; er pflanzt sich von einem Kügelchen zum andern momentan fort. Der Druck wird von der Lichtquelle hervorgebracht, deren einzelne Teilchen in heftiger Bewegung sind und auf diese Weise die sogenannten „Kügelchen des zweiten Elements", die in und um die Körpermoleküle sind, fortwährend stossen. Im dichteren Medium liegen die Kügelchen näher beieinander, der Stoss wird deshalb rascher vom einen zum andern fortgepflanzt werden; in dichteren Medien wäre also die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichts grösser.

1. Abschnitt.

Emissionstheorie.

134. **Isaac Newton** (1642—1726) entwickelte seine optischen Ansichten aus der Vorstellung heraus, dass jeder leuchtende Körper in sehr lebhafter Bewegung sei, vermöge deren er kleine leuchtende, materielle Teilchen mit grosser Geschwindigkeit von sich fortschleudert. Er sah also das Licht als eine Substanz an und wurde durch die Ausdehnung dieser Anschauung auf alle von ihm gefundenen optischen Erscheinungen der Begründer der sogenannten Emissions- oder Emanationstheorie, deren Grundsätze schon vor Newton ihrem Wesen nach bekannt waren, weil man sich damals keine Fortpflanzung irgend einer Wirkung denken konnte, ohne die Annahme einer Bewegung materieller Körper. Die Lichtkörperchen bewegen sich geradlinig mit konstanter Geschwindigkeit, solange sie sich in einem nach allen Richtungen gleichartigen, d. h. homogenen Medium befinden. An der Grenze zweier verschiedenen Medien aber tritt eine Richtungsänderung ein, die durch

eine grössere Anziehung des zweiten dichteren Mediums auf die Lichtkörperchen bedingt wird. Wird der einfallende Strahl in zwei aufeinander senkrechte Komponenten a und b zerlegt, so kann man annehmen, dass die Geschwindigkeit an der Grenze längs a dieselbe geblieben ist wie im ersten Medium, weil dieser Strahl noch in diesem schwingt; die Geschwindigkeit der normalen Komponente dagegen muss einen grösseren Wert erhalten haben. Die Richtung des in das zweite Medium eindringenden Strahls, welche durch die Diagonale des Geschwindigkeitsrechtecks gegeben ist, nähert sich daher auf der brechenden Oberfläche dem Lot. Dies gilt für den Fall, dass das zweite Medium das dichtere, dass also b grösser als a ist. Ist dagegen b kleiner als a, so entfernt sich der gebrochene Strahl vom Einfallslot. — Lassen sich also die Gesetze der Brechung auf Grund der Emissionstheorie erklären, so müsste die Geschwindigkeit des Lichts in optisch dichteren Körpern grösser sein als in optisch dünneren. — Die Farbenzerstreuung bei der Brechung oder die Dispersion erklärte Newton durch die Annahme, dass die roten Lichtteilchen grösser seien als die gelben, und diese grösser als die violetten, so dass sie sich mit kleinerer Geschwindigkeit fortbewegen.

Schwieriger wurde es, als Newton bei der Untersuchung der Farben dünner Blättchen auf Interferenzphänomene stiess, die eine einfache Erklärung kaum zuliessen. Es zeigte sich, dass ein Lichtstrahl an einer Fläche in manchen Fällen leicht reflektiert wurde, in andern dagegen leicht durchtrat und ein kleinerer Teil reflektiert wurde. Newton gelangte zu der Vorstellung, dass die Lichtkörperchen von vierkantiger Gestalt wären und schnell rotierten, wodurch sie einem in ihren Weg kommenden Körper bald eine Fläche, bald eine Kante zukehrten. Es erleide der Strahl auf solche Weise auf seinem Weg „Anwandlungen", vermöge deren er im einen Fall leichter zurückgeworfen wird, im andern leichter eindringt. Diese Anwandlungen folgen in gleichen, sehr kleinen, aber für verschiedene Farben verschiedenen Intervallen aufeinander, und zwar seien sie für Rot am grössten, für Violett am kleinsten.

Zur Erklärung der im Jahre 1669 aufgefundenen Erscheinung

der Doppelbrechung nahm Newton an, der Lichtstrahl sei nach verschiedenen Seiten mit verschiedenen Eigenschaften begabt, so dass zwei entgegengesetzte Seiten Ursache der ordinären, zwei andre entgegengesetzte Ursache der extraordinären Brechung seien.

Auf diese Weise entstand ein sehr gekünsteltes Gebäude von verschiedenen Vorstellungen über die Natur und die Eigenschaften der Lichtkörperchen. Es konnte sich so lange erhalten, als sich die gemachten Annahmen nicht gegenseitig ausschlossen und keine Erfahrungstatsache mit der Theorie in Widerspruch kam. — Newton hat seine Theorie in seinem 1704 erschienenen Werk über die Optik: *Optics, or a treatise of the reflections, refractions, inflections and colours of light* niedergelegt. Fast alle Physiker seiner Zeit waren seine Anhänger; von seinem grossen Geist und dem Glauben an die unfehlbare Autorität seiner Aussagen liessen sie sich leiten und blieben deshalb lange unempfänglich für andre Deutungsweisen der Erscheinungen, die in viel einfacherer Form gegeben wurden.

135. **Pierre-Simon Laplace** (1749—1827) sieht wie Newton das Licht als materielle Substanz an, die aus sehr kleinen Teilchen besteht, welche hinsichtlich gewisser Flächen symmetrisch, der Anziehung und Abstossung fähig sind und sich mit messbarer Geschwindigkeit fortbewegen. Die Doppelbrechung erklärt er aus einer doppelten Art der Anziehung, die von den Molekülen des brechenden Körpers auf diejenigen des ordinären Strahls unveränderlich, auf diejenigen des extraordinären mit vom Winkel der Fortpflanzungsrichtung gegen die optische Achse abhängiger Grösse wirkt.

Ist die Geschwindigkeit des ordinären und extraordinären Strahls optisch einachsiger Kristalle v_o und v_e, α der Winkel der Strahlenrichtung mit der optischen Achse und k ein von der brechenden Substanz abhängiger Faktor, so ist

$$v_e^2 = v_o^2 + k \cdot \sin^2 \alpha.$$

Man sieht, dass k der maximale Geschwindigkeitsunterschied der beiden Strahlen ist; ist $k > o$, so gilt die Beziehung für attraktive, ist $k < o$, so für repulsive Kristalle.

136. **Etienne Louis Malus** (1775—1812) hat die Kenntnis der kristalloptischen Erscheinungen in sehr wesentlichen Punkten durch umfangreiche experimentelle Untersuchungen erweitert, ohne

neue Theorien zur Erklärung der aufgefundenen Tatsachen heranzuziehen. Er deutet sie ausschliesslich im Sinne der Emanationstheorie. Seine bedeutendste Entdeckung bezieht sich auf die Polarisation des Lichts, eine Erscheinung, welche er (1808) im reflektierten Licht auffand. Und zwar gelangte er zu dem Resultat, dass es für jede isotrope Substanz einen bestimmten Winkel gäbe, unter dem die reflektierten Lichtstrahlen nicht mehr ihre natürlichen Eigenschaften besässen, sondern eine ausgesprochene Seitlichkeit nach zwei Richtungen zeigten. (Er denkt sich die Erscheinung herrührend von der Form der Lichtmoleküle, die nicht nach allen Richtungen dieselbe wäre, so zwar, dass alle ihre gleichwertigen Polaritätsachsen gleichgerichtet wären.) Den in diesem Sinne definierten Einfallswinkel nannte er Polarisationswinkel. Er fand, dass derselbe für verschiedene Substanzen ein andrer war, konnte aber keine gesetzmässige Beziehung für ihn auffinden. Im Jahre 1811 erhielt Malus das Resultat, dass auch der gebrochene Strahl teilweise polarisiert ist und zwar in einer Ebene senkrecht zur Polarisationsebene des reflektierten Strahls. Daraus folgerte er den Satz, dass bei jeder Polarisation des Lichts zwei polarisierte Strahlen entständen, deren Polarisationsebenen aufeinander senkrecht stehen. Oder in seinen eigenen Worten: „Ich nenne einen Lichtstrahl polarisiert, wenn er bei gleichem Einfallswinkel auf einen durchsichtigen Körper die Eigenschaft hat, entweder zurückgeworfen zu werden oder sich der Zurückwerfung zu entziehen, je nachdem er dem Körper eine andre Seite zuwendet; und es stehen diese Seiten oder Pole des Lichtstrahls stets untereinander unter rechten Winkeln."

Auf die Anregung einer von der Akademie für Untersuchung der Doppelbrechung gestellten Preisaufgabe fand Malus, dass die beiden im Kalkspat auftretenden Strahlen vollständig polarisiert sind, dass ausserdem die Intensität des ausserordentlich gebrochenen Strahls von dem Winkel des einfallenden Strahls gegen die optische Achse abhängt. Wenn die Polarisationsebene des auf einen Kalkspat fallenden Strahls mit dem Hauptschnitt den Winkel α bildet, so ist, die Intensität des einfallenden Strahls gleich 1 gesetzt, diejenige des ordentlich gebrochenen $\cos^2 \alpha$, des ausserordentlich gebrochenen Strahls $\sin^2 \alpha$.

Nach Wild ist die Intensität der beiden Strahlen bei normaler Inzidenz $c \cdot \cos^2 \alpha$ und $\sin^2 \alpha$, wo c eine vom Kristall und seiner Orientierung abhängige Konstante ist. Für Quarz wäre $c = 1{,}0$, für das Nicolsche Prisma $c = 0{,}9773$.

137. **Jean Baptiste Biot** (1774—1862) ist einer der letzten eifrigen Anhänger der Emissionstheorie, die er zur Erklärung seiner vielseitigen Beobachtungen unter Einführung mancher unwahrscheinlichen Hypothese heranzog. Den Lichtmolekülen schreibt er eine Gestalt von Polyedern zu, deren eine Symmetrieachse die Achse der Polarisation gibt. Eine auf ihr normale Achse wird an ihrem einen Ende von dem brechenden Körper angezogen, am andern abgestossen. Die Polarisationsachse selbst, welche auf der Strahlenrichtung senkrecht steht, hat in unpolarisierten Strahlen alle möglichen Richtungen. Die Lichtmoleküle rotieren gleichmässig um sie, und von dieser Rotationsgeschwindigkeit hängt die Farbe des Lichts ab. Durch die Rotation kehrt das Molekül abwechselnd die angezogene und abgestossene Seite dem brechenden Körper zu. Bei der Reflexion wird die Rotationsgeschwindigkeit nicht verändert, es kommen aber dafür die Polarisationsachsen in teilweise oder ganz parallele Lage zueinander, so dass sie alle zum grossen Teil in einer Ebene liegen. Die Brechung ändert die Rotationsgeschwindigkeit der Moleküle in einer vom brechenden Körper und dem Einfallswinkel abhängigen Weise, und die Polarisationsachsen streben danach, sich auf die Brechungsebene senkrecht zu stellen. Für die Doppelbrechung nimmt Biot an, dass die Moleküle unterhalb der Oberfläche des Kristalls von ihrer festen, geradlinigen Polarisationsrichtung abweichen und die Polarisationsachsen eine schwingende Bewegung um die Fortpflanzungsrichtung als Achse ausführen. Die Dauer solcher Oszillationen ist für die Moleküle verschiedener Farben der Rotationsdauer um die Polarisationsachse proportional. In einer gewissen Tiefe hören die Schwingungen auf, und alle Polarisationsachsen lagern sich in zwei zueinander senkrechten Richtungen an. Diese Hypothese ist die der sogenannten „mobilen Polarisation".

138. **Dominique François Jean Arago** (1786—1853) fand im Jahre 1811 die Erscheinung der chromatischen Polarisation. Er glaubt zur Erklärung annehmen zu müssen, dass die Polarisations-

ebene des Lichts durch das zwischen gekreuzte Hauptebenen eines Polarisationsapparats gebrachte Kristallblättchen aus ihrer alten Lage herausgedreht sei. Diese sogenannte „Depolarisation“ hängt sowohl von der Farbe des Lichts als von der Dicke des Kristalls ab. Vom Jahre 1818 an arbeitete Arago gemeinschaftlich mit Fresnel; trotzdem konnte er sich nicht entschliessen, seine alten Ansichten über die Natur des Lichts in irgend einem Punkt zu ändern.

2. Abschnitt.

Undulations- oder Elastizitätstheorie.

A) Reine Aetherschwingungen.

Die gehäuften Hypothesen der Emissionstheorie machten sich immer schwerer verständlich, und man suchte dem Gedanken bald näher zu kommen, ob nicht eine Kraftwirkung auch möglich wäre ohne die Annahme fortgeführter kleiner Massenteilchen. Man wusste, dass die auf einer Wasseroberfläche fortschreitenden Bewegungen nicht darin bestanden, dass die im Erregungszentrum vorhandenen Teilchen vermöge eines ihnen erteilten Stosses bis zum Rande der bewegten Fläche fortliefen, sondern dass sie nur kleine rotierende Bewegungen ausführten und die Wellenbewegung durch Uebertragen der Bewegung des einen Teilchens an das nächstliegende fortgepflanzt würde. Analog war es beim Schall, wo allerdings die Beobachtung eine schwierigere blieb. Zu Beginn des 18. Jahrhunderts gewannen die Ansichten immer mehr Glauben, dass auch die Wärme durch einen solchen Vorgang bedingt wäre. Und zwar liessen die Arbeiten von Graf von Rumford (1753—1814), Sir Humphry Davy (1778—1829), Pictet (1752—1825) und Fr. Wilhelm Herschel (1738—1822) keinen Zweifel mehr daran aufkommen, dass die Wärme nur in einer lebhaften Bewegung der Körpermoleküle bestehe. Warum sollte nicht auch die Fortpflanzung des Lichts, dessen Materialität allmählich so unwahrscheinlich geworden war wie die der Wärme, auf einem ähnlichen Vorgang beruhen? Einige Forscher beschäftigten sich schon sehr früh mit diesem Gedanken, ohne damit grosse Beachtung gefunden zu haben.

139. **Robert Hooke** (1635—1703) sprach zum ersten Mal die Ansicht aus, dass sich das Licht ähnlich ausbreite wie eine Erschütterung auf einer Wasseroberfläche. Die Lichtteilchen führen rasche Schwingungen aus, die sich in einem Medium allseitig ausbreiten und nach einer bestimmten Zeit eine sphärische Oberfläche einnehmen, die sich um den leuchtenden Punkt immer weiter ausdehnt. Er sagte sogar voraus (1672), dass diese Vibrationen in Bahnen geschehen müssten, die auf der Richtung der Fortpflanzung senkrecht stehen, dass sie also transversal seien. Seine Vorstellungen waren indes noch wenig deutlich; er konnte daher die Interferenzerscheinungen nicht erklären. Deshalb trat diese Hypothese gegen die Newtonsche rasch zurück und wurde bald vergessen.

140. **Christian Huygens** (1629—1695) sprach im Jahre 1678 vor der Pariser Akademie und 1690 in seinem „tractatus de lumine" überzeugt die Ansicht aus, dass das Licht nicht ein Stoff, sondern eine Wellenbewegung sei, und zwar einer hypothetisch angenommenen Materie, des Lichtäthers. Auf diese Weise ist also der unklare Begriff der Lichtteilchen entfernt und eine äusserst feine Substanz an deren Stelle gesetzt, welche alle Poren der ponderablen Materie ausfüllt und der Träger sehr schneller Schwingungen ist. Huygens erklärte mit dieser einzigen Annahme ohne weitere Zuhilfenahme andrer Hypothesen nicht nur die Erscheinungen der Reflexion und einfachen Brechung, sondern auch diejenige der Doppelbrechung, welche zu seiner Zeit am isländischen Kalkspat aufgefunden wurde. Er nimmt an, dass die Bewegung sich rings um den Erregungspunkt in gleicher Weise ausbreite, dass aber die Vibrationen in der Richtung des Strahls vor sich gehen. Dadurch blieb aber die Erklärung der Polarisationserscheinungen erfolglos, und aus diesem Grunde wurde die Arbeit von Huygens von den Zeitgenossen kaum beachtet.

141. **Leonhard Euler** (1707—1783) vertrat die von Huygens begründete Undulationstheorie energisch gegen die Anfeindungen der Emanationstheoretiker. Er zeigt diesen besonders, dass der der Undulationstheorie gemachte Vorwurf, dieselbe lasse die Erwägung unberücksichtigt, dass die Planeten in ihrem schnellen Lauf durch den sie umgebenden Aether merklichen Störungen

ausgesetzt sein müssten, in weit höherem Masse der Emissionstheorie selbst gemacht werden könne, weil die Himmelskörper zweifellos in ihrer Bewegung noch mehr dadurch gestört werden müssten, dass sie fortwährend auf eine unendlich grosse Zahl mit grosser Geschwindigkeit fortgeschleuderter Lichtteilchen stossen.

142. **Thomas Young** (1773—1829) kam durch Anknüpfung an die Untersuchungen über Wärmebewegungen zu dem Schluss, dass das Licht ein Bewegungsvorgang nach Art der Luftschwingungen sei. Die Emissionstheorie kann nicht erklären, warum die Fortpflanzungsgeschwindigkeit aller Lichtteilchen jedes beliebigen, leuchtenden Punktes dieselbe ist, weil man doch annehmen könnte, dass sich die Lichtteilchen nach der Art der Flamme veränderten. Die Annahme eines homogenen Aethers aber stösst auf solche Schwierigkeiten nicht. Ausserdem können damit die neu gefundenen Erscheinungen der Interferenz des Lichts gut plausibel gemacht werden. Dieselben beruhen auf der merkwürdigen Tatsache, dass in manchen Fällen Helligkeit plus Helligkeit Dunkelheit gibt und umgekehrt auch Dunkelheit plus Dunkelheit Helligkeit. Die in der Arbeit: „On the theory of light and colours“ niedergelegten, von Young benutzten Hypothesen lauten:

1. Ein feiner, elastischer Aether erfüllt den Raum, welcher die Fortpflanzung des Lichts vermittelt.
2. Das Leuchten eines Körpers erregt Undulationen dieses Aethers.
3. Alle Körper üben auf den Aether eine gewisse Anziehung aus, so dass um jeden eine gewisse Anhäufung desselben stattfindet, die sich aber nur auf eine geringe Tiefe erstreckt und die Elastizität des Aethers nicht verändert.
4. Die Farbenempfindung hängt von der verschiedenen Schnelligkeit der Vibrationen ab, welche das Licht auf der Netzhaut hervorruft.

Dadurch lässt es sich erklären, dass zwei Strahlenbündel, die sich nahezu in derselben Lage befinden, sich zu einem einzigen Strahl vereinigen, dessen Wirkung durch die Summe der beiden Teilstrahlen gegeben ist. Solange die Strahlenbündel natürliches

Licht enthalten, genügt die Annahme longitudinaler Schwingungen, d. h. solcher Bewegungen, bei denen die Aethervibrationen in der Richtung der Fortpflanzung des Lichts vor sich gehen. Damit lassen sich aber die von Malus entdeckten Polarisationserscheinungen nicht erklären, weil es nicht denkbar wäre, dass ein Strahl, dessen Teilchen in seiner Fortpflanzungsrichtung hin- und herschwingen, nach verschiedenen Seiten andre Eigenschaften besitzen sollte. Young kam so auf die Idee der Annahme transversaler Schwingungen. Er machte davon im Jahre 1817 an Arago in einem Briefe Mitteilung. Weil aber die mathematischen Deduktionen zu unklar waren, wurden Youngs wichtige Schlussfolgerungen bald gänzlich vergessen, und er kann daher nur als unmittelbarer Vorläufer der Undulationstheorie genannt werden.

143. **Augustin Jean Fresnel** (1788—1827) erst war berufen, durch seine durchdringenden optischen Untersuchungen die Undulationstheorie gegen die Emanationstheorie zum Siege zu führen. Er verband mit der Exaktheit der Beobachtung die Schärfe der denkenden Ausbeutung seiner Resultate und konnte auf diese Weise die optischen Erscheinungen mit der grössten Einfachheit deuten. Er begann seine Arbeiten in den Jahren 1814—1818, angeregt durch Beobachtungen über die Interferenz des Lichts. Die Resultate führten ihn auf die Annahme schwingender Bewegungen kleiner Teilchen eines Stoffes, des sog. Aethers, der alle wägbare Materie durchdringt. Die Beobachtung der Farben dünner Kristallplatten im polarisierten Licht legte ihm den Gedanken nahe, dass eine Erklärung nicht mit Längsschwingungen zu geben sei, da man findet, dass ein Lichtstrahl Verschiedenheiten nach den verschiedenen Seitenrichtungen zeigt, was bei Longitudinalwellen ausgeschlossen ist. Er teilte dies Ergebnis an Arago mit, und von dieser Zeit an arbeiteten beide Physiker gemeinsam an der Detaillierung ihrer Ansichten. Die Untersuchung über die Interferenzfähigkeit des polarisierten Lichts führte zu folgenden Sätzen:

1. Zwei in derselben Richtung polarisierte Strahlen interferieren wie gewöhnliche Strahlen.
2. Zwei rechtwinklig aufeinander polarisierte Strahlen interferieren nie.

3. Zwei rechtwinklig polarisierte Strahlen, die von demselben polarisierten Strahl herrühren, interferieren, wenn sie auf dieselbe Polarisationsebene gebracht werden.
4. Zwei rechtwinklig polarisierte Strahlen, die von natürlichem Licht herrühren, interferieren nie.

Daraus konnte aber unmittelbar gefolgert werden, dass die Vibrationen in den in entgegengesetztem Sinne zueinander polarisierten Strahlen zueinander und zur Fortpflanzungsrichtung senkrecht stehen müssen. Die Bewegung der Aetherteilchen geht also senkrecht zur Richtung der Fortpflanzung, tangential zur Fläche der erzeugten Welle vor sich.

Dieses Resultat der notwendigen Existenz transversaler Wellenbewegungen war den Physikern etwas so Unerhörtes, dass sie sich lange nicht zu dieser Ansicht bekennen konnten. Selbst Arago konnte sich niemals mit dieser Theorie befreunden und sagte später, er habe es nicht vermocht, den Arbeiten seines Mitarbeiters zustimmend zu folgen, von dem Augenblick an, wo dieser von Transversalwellen gesprochen habe. Daher entschloss sich Fresnel erst sehr spät nach der Entdeckung dieser Notwendigkeit zu der Annahme transversaler Wellen, diese offen auszusprechen. Bald darnach gelang es ihm auch, viele kristalloptische Erscheinungen auf höchst einfache Weise zu interpretieren mit Hilfe der Einführung der Elastizitäts- und der Wellenfläche. Er fand, dass die Gesetze der Doppelbrechung mit Hilfe eines dreiachsigen Ellipsoids dargestellt werden können. Sind alle drei Achsen einander gleich, so gibt es keine Doppelbrechung. Sind nur zwei Achsen gleich, so stellt es die Doppelbrechung eines einachsigen Kristalls dar. Das eine der beiden Wellensysteme, in welche das Licht sich teilt, behält dieselbe Geschwindigkeit nach allen Richtungen im Kristall bei und folgt sonach dem gewöhnlichen Brechungsgesetz, während das andre System mit veränderter Strahlenrichtung auch die Geschwindigkeit successive verändert, und zwar ist letztere jeweils gleich dem Radius vektor des Ellipsoids nach diesen betrachteten Richtungen. Im Falle des dreiachsigen Ellipsoids, welches allgemein auf zweiachsige Kristalle angewendet wird, gibt es keinen ordinären Strahl mehr, weil sich

sphärischen Lichterscheinungen, wie des Regenbogens u. s. w. abgaben. Galilei (1564—1642) war wohl einer der ersten, der sich erneut die Frage nach dem Wesen des Lichts aufwarf. Er glaubte annehmen zu müssen, dass sich das Licht nicht plötzlich von einem leuchtenden Körper bis zum Auge fortpflanze, sondern dass es dazu eine gewisse endliche Zeit brauche. René Descartes (1596—1650) leitet die Erscheinungen in der Körperwelt aus seiner Wirbeltheorie ab. Das Licht ist ein Druck der sogenannten „Himmelskügelchen“ auf das Auge; er pflanzt sich von einem Kügelchen zum andern momentan fort. Der Druck wird von der Lichtquelle hervorgebracht, deren einzelne Teilchen in heftiger Bewegung sind und auf diese Weise die sogenannten „Kügelchen des zweiten Elements“, die in und um die Körpermoleküle sind, fortwährend stossen. Im dichteren Medium liegen die Kügelchen näher beieinander, der Stoss wird deshalb rascher vom einen zum andern fortgepflanzt werden; in dichteren Medien wäre also die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichts grösser.

1. Abschnitt.

Emissionstheorie.

134. **Isaac Newton** (1642—1726) entwickelte seine optischen Ansichten aus der Vorstellung heraus, dass jeder leuchtende Körper in sehr lebhafter Bewegung sei, vermöge deren er kleine leuchtende, materielle Teilchen mit grosser Geschwindigkeit von sich fortschleudert. Er sah also das Licht als eine Substanz an und wurde durch die Ausdehnung dieser Anschauung auf alle von ihm gefundenen optischen Erscheinungen der Begründer der sogenannten Emissions- oder Emanationstheorie, deren Grundsätze schon vor Newton ihrem Wesen nach bekannt waren, weil man sich damals keine Fortpflanzung irgend einer Wirkung denken konnte, ohne die Annahme einer Bewegung materieller Körper. Die Lichtkörperchen bewegen sich geradlinig mit konstanter Geschwindigkeit, solange sie sich in einem nach allen Richtungen gleichartigen, d. h. homogenen Medium befinden. An der Grenze zweier verschiedenen Medien aber tritt eine Richtungsänderung ein, die durch

eine grössere Anziehung des zweiten dichteren Mediums auf die Lichtkörperchen bedingt wird. Wird der einfallende Strahl in zwei aufeinander senkrechte Komponenten a und b zerlegt, so kann man annehmen, dass die Geschwindigkeit an der Grenze längs a dieselbe geblieben ist wie im ersten Medium, weil dieser Strahl noch in diesem schwingt; die Geschwindigkeit der normalen Komponente dagegen muss einen grösseren Wert erhalten haben. Die Richtung des in das zweite Medium eindringenden Strahls, welche durch die Diagonale des Geschwindigkeitsrechtecks gegeben ist, nähert sich daher auf der brechenden Oberfläche dem Lot. Dies gilt für den Fall, dass das zweite Medium das dichtere, dass also b grösser als a ist. Ist dagegen b kleiner als a, so entfernt sich der gebrochene Strahl vom Einfallslot. — Lassen sich also die Gesetze der Brechung auf Grund der Emissionstheorie erklären, so müsste die Geschwindigkeit des Lichts in optisch dichteren Körpern grösser sein als in optisch dünneren. — Die Farbenzerstreuung bei der Brechung oder die Dispersion erklärte Newton durch die Annahme, dass die roten Lichtteilchen grösser seien als die gelben, und diese grösser als die violetten, so dass sie sich mit kleinerer Geschwindigkeit fortbewegen.

Schwieriger wurde es, als Newton bei der Untersuchung der Farben dünner Blättchen auf Interferenzphänomene stiess, die eine einfache Erklärung kaum zuliessen. Es zeigte sich, dass ein Lichtstrahl an einer Fläche in manchen Fällen leicht reflektiert wurde, in andern dagegen leicht durchtrat und ein kleinerer Teil reflektiert wurde. Newton gelangte zu der Vorstellung, dass die Lichtkörperchen von vierkantiger Gestalt wären und schnell rotierten, wodurch sie einem in ihren Weg kommenden Körper bald eine Fläche, bald eine Kante zukehrten. Es erleide der Strahl auf solche Weise auf seinem Weg „Anwandlungen“, vermöge deren er im einen Fall leichter zurückgeworfen wird, im andern leichter eindringt. Diese Anwandlungen folgen in gleichen, sehr kleinen, aber für verschiedene Farben verschiedenen Intervallen aufeinander, und zwar seien sie für Rot am grössten, für Violett am kleinsten.

Zur Erklärung der im Jahre 1669 aufgefundenen Erscheinung

der Doppelbrechung nahm Newton an, der Lichtstrahl sei nach verschiedenen Seiten mit verschiedenen Eigenschaften begabt, so dass zwei entgegengesetzte Seiten Ursache der ordinären, zwei andre entgegengesetzte Ursache der extraordinären Brechung seien.

Auf diese Weise entstand ein sehr gekünsteltes Gebäude von verschiedenen Vorstellungen über die Natur und die Eigenschaften der Lichtkörperchen. Es konnte sich so lange erhalten, als sich die gemachten Annahmen nicht gegenseitig ausschlossen und keine Erfahrungstatsache mit der Theorie in Widerspruch kam. — Newton hat seine Theorie in seinem 1704 erschienenen Werk über die Optik: Optics, or a treatise of the reflections, refractions, inflections and colours of light niedergelegt. Fast alle Physiker seiner Zeit waren seine Anhänger; von seinem grossen Geist und dem Glauben an die unfehlbare Autorität seiner Aussagen liessen sie sich leiten und blieben deshalb lange unempfänglich für andre Deutungsweisen der Erscheinungen, die in viel einfacherer Form gegeben wurden.

135. **Pierre-Simon Laplace** (1749—1827) sieht wie Newton das Licht als materielle Substanz an, die aus sehr kleinen Teilchen besteht, welche hinsichtlich gewisser Flächen symmetrisch, der Anziehung und Abstossung fähig sind und sich mit messbarer Geschwindigkeit fortbewegen. Die Doppelbrechung erklärt er aus einer doppelten Art der Anziehung, die von den Molekülen des brechenden Körpers auf diejenigen des ordinären Strahls unveränderlich, auf diejenigen des extraordinären mit vom Winkel der Fortpflanzungsrichtung gegen die optische Achse abhängiger Grösse wirkt.

Ist die Geschwindigkeit des ordinären und extraordinären Strahls optisch einachsiger Kristalle v_o und v_e, α der Winkel der Strahlenrichtung mit der optischen Achse und k ein von der brechenden Substanz abhängiger Faktor, so ist

$$v_e^2 = v_o^2 + k \,.\, \sin^2 \alpha.$$

Man sieht, dass k der maximale Geschwindigkeitsunterschied der beiden Strahlen ist; ist $k > o$, so gilt die Beziehung für attraktive, ist $k < o$, so für repulsive Kristalle.

136. **Etienne Louis Malus** (1775—1812) hat die Kenntnis der kristalloptischen Erscheinungen in sehr wesentlichen Punkten durch umfangreiche experimentelle Untersuchungen erweitert, ohne

neue Theorien zur Erklärung der aufgefundenen Tatsachen heranzuziehen. Er deutet sie ausschliesslich im Sinne der Emanationstheorie. Seine bedeutendste Entdeckung bezieht sich auf die Polarisation des Lichts, eine Erscheinung, welche er (1808) im reflektierten Licht auffand. Und zwar gelangte er zu dem Resultat, dass es für jede isotrope Substanz einen bestimmten Winkel gäbe, unter dem die reflektierten Lichtstrahlen nicht mehr ihre natürlichen Eigenschaften besässen, sondern eine ausgesprochene Seitlichkeit nach zwei Richtungen zeigten. Er denkt sich die Erscheinung herrührend von der Form der Lichtmoleküle, die nicht nach allen Richtungen dieselbe wäre, so zwar, dass alle ihre gleichwertigen Polaritätsachsen gleichgerichtet wären.1) Den in diesem Sinne definierten Einfallswinkel nannte er Polarisationswinkel. Er fand, dass derselbe für verschiedene Substanzen ein andrer war, konnte aber keine gesetzmässige Beziehung für ihn auffinden. Im Jahre 1811 erhielt Malus das Resultat, dass auch der gebrochene Strahl teilweise polarisiert ist und zwar in einer Ebene senkrecht zur Polarisationsebene des reflektierten Strahls. Daraus folgerte er den Satz, dass bei jeder Polarisation des Lichts zwei polarisierte Strahlen entständen, deren Polarisationsebenen aufeinander senkrecht stehen. Oder in seinen eigenen Worten: „Ich nenne einen Lichtstrahl polarisiert, wenn er bei gleichem Einfallswinkel auf einen durchsichtigen Körper die Eigenschaft hat, entweder zurückgeworfen zu werden oder sich der Zurückwerfung zu entziehen, je nachdem er dem Körper eine andre Seite zuwendet; und es stehen diese Seiten oder Pole des Lichtstrahls stets untereinander unter rechten Winkeln."

1) Auf die Anregung einer von der Akademie für Untersuchung der Doppelbrechung gestellten Preisaufgabe fand Malus, dass die beiden im Kalkspat auftretenden Strahlen vollständig polarisiert sind, dass ausserdem die Intensität des ausserordentlich gebrochenen Strahls von dem Winkel des einfallenden Strahls gegen die optische Achse abhängt. Wenn die Polarisationsebene des auf einen Kalkspat fallenden Strahls mit dem Hauptschnitt den Winkel α bildet, so ist, die Intensität des einfallenden Strahls gleich 1 gesetzt, diejenige des ordentlich gebrochenen $\cos^2 \alpha$, des ausserordentlich gebrochenen Strahls $\sin^2 \alpha$.

Nach Wild ist die Intensität der beiden Strahlen bei normaler Inzidenz $c \cdot \cos^2 \alpha$ und $\sin^2 \alpha$, wo c eine vom Kristall und seiner Orientierung abhängige Konstante ist. Für Quarz wäre $c = 1{,}0$, für das Nicolsche Prisma $c = 0{,}9773$.

137. **Jean Baptiste Biot** (1774—1862) ist einer der letzten eifrigen Anhänger der Emissionstheorie, die er zur Erklärung seiner vielseitigen Beobachtungen unter Einführung mancher unwahrscheinlichen Hypothese heranzog. Den Lichtmolekülen schreibt er eine Gestalt von Polyedern zu, deren eine Symmetrieachse die Achse der Polarisation gibt. Eine auf ihr normale Achse wird an ihrem einen Ende von dem brechenden Körper angezogen, am andern abgestossen. Die Polarisationsachse selbst, welche auf der Strahlenrichtung senkrecht steht, hat in unpolarisierten Strahlen alle möglichen Richtungen. Die Lichtmoleküle rotieren gleichmässig um sie, und von dieser Rotationsgeschwindigkeit hängt die Farbe des Lichts ab. Durch die Rotation kehrt das Molekül abwechselnd die angezogene und abgestossene Seite dem brechenden Körper zu. Bei der Reflexion wird die Rotationsgeschwindigkeit nicht verändert, es kommen aber dafür die Polarisationsachsen in teilweise oder ganz parallele Lage zueinander, so dass sie alle zum grossen Teil in einer Ebene liegen. Die Brechung ändert die Rotationsgeschwindigkeit der Moleküle in einer vom brechenden Körper und dem Einfallswinkel abhängigen Weise, und die Polarisationsachsen streben danach, sich auf die Brechungsebene senkrecht zu stellen. Für die Doppelbrechung nimmt Biot an, dass die Moleküle unterhalb der Oberfläche des Kristalls von ihrer festen, geradlinigen Polarisationsrichtung abweichen und die Polarisationsachsen eine schwingende Bewegung um die Fortpflanzungsrichtung als Achse ausführen. Die Dauer solcher Oszillationen ist für die Moleküle verschiedener Farben der Rotationsdauer um die Polarisationsachse proportional. In einer gewissen Tiefe hören die Schwingungen auf, und alle Polarisationsachsen lagern sich in zwei zueinander senkrechten Richtungen an. Diese Hypothese ist die der sogenannten „mobilen Polarisation".

138. **Dominique François Jean Arago** (1786—1853) fand im Jahre 1811 die Erscheinung der chromatischen Polarisation. Er glaubt zur Erklärung annehmen zu müssen, dass die Polarisations-

ebene des Lichts durch das zwischen gekreuzte Hauptebenen eines Polarisationsapparats gebrachte Kristallblättchen aus ihrer alten Lage herausgedreht sei. Diese sogenannte „Depolarisation" hängt sowohl von der Farbe des Lichts als von der Dicke des Kristalls ab. Vom Jahre 1818 an arbeitete Arago gemeinschaftlich mit Fresnel; trotzdem konnte er sich nicht entschliessen, seine alten Ansichten über die Natur des Lichts in irgend einem Punkt zu ändern.

2. Abschnitt.

Undulations- oder Elastizitätstheorie.

A) Reine Aetherschwingungen.

Die gehäuften Hypothesen der Emissionstheorie machten sich immer schwerer verständlich, und man suchte dem Gedanken bald näher zu kommen, ob nicht eine Kraftwirkung auch möglich wäre ohne die Annahme fortgeführter kleiner Massenteilchen. Man wusste, dass die auf einer Wasseroberfläche fortschreitenden Bewegungen nicht darin bestanden, dass die im Erregungszentrum vorhandenen Teilchen vermöge eines ihnen erteilten Stosses bis zum Rande der bewegten Fläche fortliefen, sondern dass sie nur kleine rotierende Bewegungen ausführten und die Wellenbewegung durch Uebertragen der Bewegung des einen Teilchens an das nächstliegende fortgepflanzt würde. Analog war es beim Schall, wo allerdings die Beobachtung eine schwierigere blieb. Zu Beginn des 18. Jahrhunderts gewannen die Ansichten immer mehr Glauben, dass auch die Wärme durch einen solchen Vorgang bedingt wäre. Und zwar liessen die Arbeiten von Graf von Rumford (1753—1814), Sir Humphry Davy (1778—1829), Pictet (1752—1825) und Fr. Wilhelm Herschel (1738—1822) keinen Zweifel mehr daran aufkommen, dass die Wärme nur in einer lebhaften Bewegung der Körpermoleküle bestehe. Warum sollte nicht auch die Fortpflanzung des Lichts, dessen Materialität allmählich so unwahrscheinlich geworden war wie die der Wärme, auf einem ähnlichen Vorgang beruhen? Einige Forscher beschäftigten sich schon sehr früh mit diesem Gedanken, ohne damit grosse Beachtung gefunden zu haben.

139. **Robert Hooke** (1635—1703) sprach zum ersten Mal die Ansicht aus, dass sich das Licht ähnlich ausbreite wie eine Erschütterung auf einer Wasseroberfläche. Die Lichtteilchen führen rasche Schwingungen aus, die sich in einem Medium allseitig ausbreiten und nach einer bestimmten Zeit eine sphärische Oberfläche einnehmen, die sich um den leuchtenden Punkt immer weiter ausdehnt. Er sagte sogar voraus (1672), dass diese Vibrationen in Bahnen geschehen müssten, die auf der Richtung der Fortpflanzung senkrecht stehen, dass sie also transversal seien. Seine Vorstellungen waren indes noch wenig deutlich; er konnte daher die Interferenzerscheinungen nicht erklären. Deshalb trat diese Hypothese gegen die Newtonsche rasch zurück und wurde bald vergessen.

140. **Christian Huygens** (1629—1695) sprach im Jahre 1678 vor der Pariser Akademie und 1690 in seinem „tractatus de lumine" überzeugt die Ansicht aus, dass das Licht nicht ein Stoff, sondern eine Wellenbewegung sei, und zwar einer hypothetisch angenommenen Materie, des Lichtäthers. Auf diese Weise ist also der unklare Begriff der Lichtteilchen entfernt und eine äusserst feine Substanz an deren Stelle gesetzt, welche alle Poren der ponderablen Materie ausfüllt und der Träger sehr schneller Schwingungen ist. Huygens erklärte mit dieser einzigen Annahme ohne weitere Zuhilfenahme andrer Hypothesen nicht nur die Erscheinungen der Reflexion und einfachen Brechung, sondern auch diejenige der Doppelbrechung, welche zu seiner Zeit am isländischen Kalkspat aufgefunden wurde. Er nimmt an, dass die Bewegung sich rings um den Erregungspunkt in gleicher Weise ausbreite, dass aber die Vibrationen in der Richtung des Strahls vor sich gehen. Dadurch blieb aber die Erklärung der Polarisationserscheinungen erfolglos, und aus diesem Grunde wurde die Arbeit von Huygens von den Zeitgenossen kaum beachtet.

141. **Leonhard Euler** (1707—1783) vertrat die von Huygens begründete Undulationstheorie energisch gegen die Anfeindungen der Emanationstheoretiker. Er zeigt diesen besonders, dass der der Undulationstheorie gemachte Vorwurf, dieselbe lasse die Erwägung unberücksichtigt, dass die Planeten in ihrem schnellen Lauf durch den sie umgebenden Aether merklichen Störungen

ausgesetzt sein müssten, in weit höherem Masse der Emissionstheorie selbst gemacht werden könne, weil die Himmelskörper zweifellos in ihrer Bewegung noch mehr dadurch gestört werden müssten, dass sie fortwährend auf eine unendlich grosse Zahl mit grosser Geschwindigkeit fortgeschleuderter Lichtteilchen stossen.

142. **Thomas Young** (1773—1829) kam durch Anknüpfung an die Untersuchungen über Wärmebewegungen zu dem Schluss, dass das Licht ein Bewegungsvorgang nach Art der Luftschwingungen sei. Die Emissionstheorie kann nicht erklären, warum die Fortpflanzungsgeschwindigkeit aller Lichtteilchen jedes beliebigen, leuchtenden Punktes dieselbe ist, weil man doch annehmen könnte, dass sich die Lichtteilchen nach der Art der Flamme veränderten. Die Annahme eines homogenen Aethers aber stösst auf solche Schwierigkeiten nicht. Ausserdem können damit die neu gefundenen Erscheinungen der Interferenz des Lichts gut plausibel gemacht werden. Dieselben beruhen auf der merkwürdigen Tatsache, dass in manchen Fällen Helligkeit plus Helligkeit Dunkelheit gibt und umgekehrt auch Dunkelheit plus Dunkelheit Helligkeit. Die in der Arbeit: „On the theory of light and colours“ niedergelegten, von Young benutzten Hypothesen lauten:

1. Ein feiner, elastischer Aether erfüllt den Raum, welcher die Fortpflanzung des Lichts vermittelt.
2. Das Leuchten eines Körpers erregt Undulationen dieses Aethers.
3. Alle Körper üben auf den Aether eine gewisse Anziehung aus, so dass um jeden eine gewisse Anhäufung desselben stattfindet, die sich aber nur auf eine geringe Tiefe erstreckt und die Elastizität des Aethers nicht verändert.
4. Die Farbenempfindung hängt von der verschiedenen Schnelligkeit der Vibrationen ab, welche das Licht auf der Netzhaut hervorruft.

Dadurch lässt es sich erklären, dass zwei Strahlenbündel, die sich nahezu in derselben Lage befinden, sich zu einem einzigen Strahl vereinigen, dessen Wirkung durch die Summe der beiden Teilstrahlen gegeben ist. Solange die Strahlenbündel natürliches

Licht enthalten, genügt die Annahme longitudinaler Schwingungen, d. h. solcher Bewegungen, bei denen die Aethervibrationen in der Richtung der Fortpflanzung des Lichts vor sich gehen. Damit lassen sich aber die von Malus entdeckten Polarisationserscheinungen nicht erklären, weil es nicht denkbar wäre, dass ein Strahl, dessen Teilchen in seiner Fortpflanzungsrichtung hin- und herschwingen, nach verschiedenen Seiten andre Eigenschaften besitzen sollte. Young kam so auf die Idee der Annahme transversaler Schwingungen. Er machte davon im Jahre 1817 an Arago in einem Briefe Mitteilung. Weil aber die mathematischen Deduktionen zu unklar waren, wurden Youngs wichtige Schlussfolgerungen bald gänzlich vergessen, und er kann daher nur als unmittelbarer Vorläufer der Undulationstheorie genannt werden.

143. **Augustin Jean Fresnel** (1788—1827) erst war berufen, durch seine durchdringenden optischen Untersuchungen die Undulationstheorie gegen die Emanationstheorie zum Siege zu führen. Er verband mit der Exaktheit der Beobachtung die Schärfe der denkenden Ausbeutung seiner Resultate und konnte auf diese Weise die optischen Erscheinungen mit der grössten Einfachheit deuten. Er begann seine Arbeiten in den Jahren 1814—1818, angeregt durch Beobachtungen über die Interferenz des Lichts. Die Resultate führten ihn auf die Annahme schwingender Bewegungen kleiner Teilchen eines Stoffes, des sog. Aethers, der alle wägbare Materie durchdringt. Die Beobachtung der Farben dünner Kristallplatten im polarisierten Licht legte ihm den Gedanken nahe, dass eine Erklärung nicht mit Längsschwingungen zu geben sei, da man findet, dass ein Lichtstrahl Verschiedenheiten nach den verschiedenen Seitenrichtungen zeigt, was bei Longitudinalwellen ausgeschlossen ist. Er teilte dies Ergebnis an Arago mit, und von dieser Zeit an arbeiteten beide Physiker gemeinsam an der Detaillierung ihrer Ansichten. Die Untersuchung über die Interferenzfähigkeit des polarisierten Lichts führte zu folgenden Sätzen:

1. Zwei in derselben Richtung polarisierte Strahlen interferieren wie gewöhnliche Strahlen.
2. Zwei rechtwinklig aufeinander polarisierte Strahlen interferieren nie.

3. Zwei rechtwinklig polarisierte Strahlen, die von demselben polarisierten Strahl herrühren, interferieren, wenn sie auf dieselbe Polarisationsebene gebracht werden.
4. Zwei rechtwinklig polarisierte Strahlen, die von natürlichem Licht herrühren, interferieren nie.

Daraus konnte aber unmittelbar gefolgert werden, dass die Vibrationen in den in entgegengesetztem Sinne zueinander polarisierten Strahlen zueinander und zur Fortpflanzungsrichtung senkrecht stehen müssen. Die Bewegung der Aetherteilchen geht also senkrecht zur Richtung der Fortpflanzung. tangential zur Fläche der erzeugten Welle vor sich.

Dieses Resultat der notwendigen Existenz transversaler Wellenbewegungen war den Physikern etwas so Unerhörtes, dass sie sich lange nicht zu dieser Ansicht bekennen konnten. Selbst Arago konnte sich niemals mit dieser Theorie befreunden und sagte später, er habe es nicht vermocht, den Arbeiten seines Mitarbeiters zustimmend zu folgen. von dem Augenblick an, wo dieser von Transversalwellen gesprochen habe. Daher entschloss sich Fresnel erst sehr spät nach der Entdeckung dieser Notwendigkeit zu der Annahme transversaler Wellen, diese offen auszusprechen. Bald darnach gelang es ihm auch, viele kristalloptische Erscheinungen auf höchst einfache Weise zu interpretieren mit Hilfe der Einführung der Elastizitäts- und der Wellenfläche. Er fand, dass die Gesetze der Doppelbrechung mit Hilfe eines dreiachsigen Ellipsoids dargestellt werden können. Sind alle drei Achsen einander gleich, so gibt es keine Doppelbrechung. Sind nur zwei Achsen gleich, so stellt es die Doppelbrechung eines einachsigen Kristalls dar. Das eine der beiden Wellensysteme, in welche das Licht sich teilt, behält dieselbe Geschwindigkeit nach allen Richtungen im Kristall bei und folgt sonach dem gewöhnlichen Brechungsgesetz, während das andre System mit veränderter Strahlenrichtung auch die Geschwindigkeit successive verändert, und zwar ist letztere jeweils gleich dem Radius vektor des Ellipsoids nach diesen betrachteten Richtungen. Im Falle des dreiachsigen Ellipsoids, welches allgemein auf zweiachsige Kristalle angewendet wird, gibt es keinen ordinären Strahl mehr, weil sich

das Licht nach allen Richtungen im Kristall mit verschiedener Geschwindigkeit fortpflanzt. Die Schwingungen der Teilchen erfolgen in allen Fällen in den Tangentialebenen, welche in den betreffenden Punkten an die Wellenfläche gelegt werden können.

Eine mechanische Deutung der Vibrationen lässt sich dadurch geben, dass man das schwingende Medium als elastisch ansieht, in welchem also infolge einer bestimmten Verschiebung in einer Richtung eine Gegenkraft auftritt, welche den alten Gleichgewichtszustand des Stoffs wieder herzustellen strebt. Denkt man sich das Medium aus einzelnen Molekülen bestehend, so befinden sich diese in einem Gleichgewichtszustand, wenn alle von den benachbarten Molekülen auf jedes einzelne ausgeübten Kräfte sich gegenseitig aufheben. Wird nun ein Molekül aus seiner Ruhelage herausgeschoben, so ändern sich die Einzelkräfte, und es wird eine Komponente in der Richtung der Verschiebung erscheinen, die das Molekül in seine ursprüngliche Lage zurückzubringen sucht. Wirken solche Verschiebungen in der Längsrichtung eines Körpers, so treten Elastizitätskräfte in derselben Richtung auf. Wird ein dünner Metalldraht durch angehängte Gewichte nach unten gezogen, so leistet er in derselben Richtung einen Widerstand und kehrt nach Aufhören der Zugkraft in seine frühere Lage zurück. Hört diese Kraft plötzlich auf zu wirken, so fahren die einzelnen Moleküle vermöge der plötzlich frei gewordenen Elastizitätskräfte nach oben, bleiben aber nicht sofort in der alten Gleichgewichtslage in Ruhe, sondern gehen vermöge der Trägheit ihrer bewegten Masse darüber hinaus, kehren wieder um und führen auf diese Weise vibrierende Bewegungen um ihre Ruhelage aus, die alle in der Richtung des Zugs, also in der Längsrichtung des Drahts stattfinden. Wir haben sog. longitudinale Schwingungen. Solche Schwingungen können bei allen bekannten Körpern, bei gasförmigen sowohl wie bei flüssigen und festen vorkommen. Es ist deren Existenz nur an die elastische Eigenschaft der betreffenden Substanz gebunden; unelastische Körper können deshalb keine solche Schwingungen aufweisen.

Wird ein Zylinder aus festem Material an einem Ende eingeklemmt und am andern um seine Achse gedreht, so wird eine

Widerstandskraft gegen die Drehung geweckt, welche den Körper in seinen alten Zustand zurückbringen will. Hört die tortierende Kraft auf, so schnellt der Zylinder nach mehreren schwingenden Bewegungen in seine alte Lage zurück. Jedes Molekül bewegt sich hierbei in der Querrichtung des Körpers; wir haben Quer- oder Transversalschwingungen. Solche Schwingungen können nun nicht in Flüssigkeiten vorkommen, sondern nur in festen Körpern; denn jene widerstehen nur einem Druck oder Zug nach allen Richtungen, dagegen nicht einer Bewegung, durch welche ihre Querschnitte gegeneinander gedreht werden. Wir haben also hier nicht Gestalts-, sondern nur Volumenelastizität. Wenn aber kein Widerstand gegen eine bestimmte Art der Bewegung vorhanden ist, so kann es auch nicht zu solchen Oszillationen kommen, welche in Bewegungen bestehen, die durch diese Kräfte verursacht werden.

Dass die Schwingungen, welche das Licht fortzupflanzen fähig sind, nicht Molekülschwingungen fester, flüssiger oder gasförmiger materieller Körper sein konnten, war von vornherein klar, weil ja das Licht im luftleeren Raum sich ebensogut ausbreitet wie in den Körpern. Man hatte also notwendig ein Medium anzunehmen, das alle Poren der wägbaren Materie erfüllt, also äusserst leicht und feiner Natur ist, und dessen Teilchen in sehr rasche Vibrationen gebracht werden können. Man nannte es Aether. Mit der Annahme transversaler Schwingungen im Aether mussten ihm solche mechanischen Eigenschaften zugeschrieben werden, welche denen der starren festelastischen Körper ähnlich waren. Dazu war die Beschränkung nötig, dass der Aether vollkommen inkompressibel sei, da er andernfalls auch Längsschwingungen hätte zeigen müssen. Man sieht, dass es für die Vorstellung sehr schwierig sein musste, dass zufolge dieser Anschauung die Planeten und die übrigen sich im Weltraum bewegenden Körper mit sehr grosser Geschwindigkeit durch die starre Substanz des Aethers hindurch eilen. Es ist immerhin noch möglich, solange man voraussetzt, dass der Aether dauernd in Ruhe ist; die Fresnelsche Ausführung der Theorie führte aber zu der Vorstellung, dass ein Teil des Aethers sich an der Bewegung der festen Körper beteiligt, während ein andrer Teil

in Ruhe bleibt. Dies blieb eine grosse Schwierigkeit für jede klare Vorstellung.

Nach **Fresnel** ist also der Aether ein aus gesonderten Molekülen bestehendes Medium, das vollständig inkompressibel ist. Eine Verschiebung seiner Moleküle weckt Elastizitätskräfte, die die Ursache transversaler Schwingungen sind.

Eine mathematische Darlegung der Erscheinungen aus diesen Grundannahmen ist gegeben, wenn die Bewegungsmöglichkeiten eines Massenpunktes m unter der Wirkung von Torsionskräften mit Benutzung der Sätze der Mechanik von der Konstanz der lebendigen Kraft untersucht werden. Wird die x-Achse eines rechtwinkligen Koordinatensystems als Fortpflanzungsrichtung festgelegt, so sollen nur Verschiebungen senkrecht dazu, also in der [yz]-Ebene betrachtet werden. Ist die Verschiebung zweier Teilchen im Abstand $x = 1$ voneinander durch η bezeichnet, so wird η von der unteren bis zur oberen Fläche regelmässig zunehmen, für den Fall, dass jede höher liegende Schicht gegen die tiefer liegende in gleicher Weise verschoben wird. Es ist also $\eta = b \, . \, x$, wenn b eine Konstante bedeutet, welche durch

$$b = \frac{\eta}{x} = \frac{\partial \eta}{\partial x}$$

für sehr kleine Werte der Fortpflanzung und Verschiebung gegeben ist.

Denken wir uns zwei Flächen im Abstand 1, welche auf diese Weise gegeneinander verdreht wurden, so leisten die elastischen starren Körper gegen solche Verschiebungen einen Widerstand in der Art, dass Gegenkräfte entstehen, welche die beiden Flächen im entgegengesetzten Sinne zu verdrehen streben. Und zwar können diese Gegenkräfte bei kleinen Verschiebungen der Konstanten b proportional gesetzt werden, also

$$Y = \varkappa^2 \, . \, b,$$

wenn $\varkappa^2$ eine von der Natur des tortierten Körpers abhängige Konstante bedeutet. Die Gesamtkraft, welche auf eine einzige solche Schicht ausgeübt wird, kann berechnet werden aus der Differenz zwischen der an der oberen und an der unteren Seite auf sie wirkenden Drehkraft.

Sie stellt sich dar durch

$$Y_{x+dx} - Y_x = \frac{\partial Y}{\partial x} \, . \, dx = \varkappa^2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \, . \, dx.$$

Diese bewegende Kraft wird durch das Produkt aus bewegter Masse und Beschleunigung für die Flächeneinheit gegeben. Ist die Dichte der Substanz h, die Dicke der Schicht dx, so folgt:

$$h \, . \, dx \, . \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = \varkappa^2 \, . \, dx \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \quad \text{oder} \quad \frac{\varkappa^2}{h} = a^2$$

gesetzt,

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2}, \quad \text{ebenso} \quad \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = a^2 \, . \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}.$$

Die Integralfunktion, welche eine vollständige Lösung dieser Differentialgleichung darstellt, ist durch

$$\eta = A \cdot f_1 (x + at) + B \cdot f_2 (x - at)$$

gegeben, welche eine Wellenbewegung in der Richtung der zunehmenden und der abnehmenden x darstellt und als Kosinusfunktion von der Form

$$\cos \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{v} \right) - \varphi \right]$$

geschrieben werden kann.

Auf diese Weise war eine klare Vorstellung von dem Wesen der Lichtfortpflanzung gegeben, solange diese ausschliesslich eine Funktion der Schwingungen des Aethers blieb, also im freien Weltraum. Tritt aber ein Lichtstrahl in einen wägbaren Körper ein, so ändert er bekanntlich seine Fortpflanzungsgeschwindigkeit und erleidet eine mehr oder weniger starke Schwächung seiner Intensität. Da bei der Brechung des Lichtstrahls eine Zerlegung in seine einzelnen Bestandteile eintritt, so kann dieser ganze Vorgang als Dispersion bezeichnet werden. Eine solche kann nur dadurch erklärt werden, dass man annimmt, dass der Aether in den materiellen Medien eine Modifikation erfährt, die von der Wellenlänge abhängig ist. Eine erschöpfende Deutung der optischen Phänomene erfordert deshalb die Untersuchung der Art dieser Modifikation.

B) Lichtschwingungen in optisch isotropen Medien.

Es sind seit Fresnel eine grosse Anzahl von Theorien aufgestellt worden, die eine Erklärung der Dispersion des Lichts beim Eintritt in einen ponderablen Körper zu geben versuchten.

Sie werden allgemein mit Dispersionstheorien bezeichnet.

144. **Allgemeine Uebersicht über die Dispersionstheorien.** Sie alle gehen von der Erkenntnis aus, dass man zur vollständigen Erklärung der Lichtfortpflanzung in ponderablen Medien mit blossen Aetherschwingungen nicht auskomme, sondern dass man in allen aus ponderablen und Aetherteilchen zusammengesetzten Medien die ponderablen Teilchen selbst in Bezug auf ihre Einwirkung auf die an ihnen vorüberziehenden Wellen zu untersuchen habe. Dieser Einfluss kann mehrfach verschieden sein, und zwar ein statischer, falls die Körperteile die statische Anordnung der Aether-

teilchen abändern, ein dynamischer, wenn sie erst auf den schwingenden Aether einwirken. Es können sich in diesem Fall die Körpermoleküle sowohl ruhend als bewegt verhalten; im ersten Fall wäre die Fortpflanzungsgeschwindigkeit nur durch die Schwingungen von Aetherteilchen, im zweiten aus dem Zusammenschwingen von Körper- und Aetherteilchen gegeben. Bei der Annahme ruhender Moleküle hätte man sich vorzustellen, dass sie auf die Aetherteilchen eine von der Entfernung abhängige anziehende oder abstossende Kraft ausüben. Man könnte dabei von der von Voigt und C. Neumann verfolgten Anschauung geleitet werden, dass der Aether wohl schwachen Kräften, wie es die optischen Impulse sind, gegenüber sich als inkompressibel verhalte, dagegen starken Kräften, wie es die Molekularkräfte sind, gegenüber Veränderungen seiner Dichtigkeit zulasse. Bedenken gegen diese ältere Theorie geben die Entdeckungen der anormalen Dispersion und der sie begleitenden Absorption des Lichts.

Die neuere Theorie nimmt deshalb allgemein an, dass die Körperteilchen an den Schwingungen des Aethers teilnehmen. Sie rechnet sowohl mit einer Atomschwingung innerhalb des Moleküls, die als thermische und chemische Kraft wirksam wird, als auch mit Schwingungen des ganzen Moleküls, welche durch die von den benachbarten Molekülen ausgehenden Kräfte hervorgerufen werden, und als Wirkungen von Elastizitäts- und Kohäsionskräften angesehen werden.

Die Absorption ist in diesem Fall anzusehen als ein Verschlucken von lebendiger Kraft der Molekülbewegung. Und zwar verkleinert sich die Energie für jede Schwingungsquelle sowohl durch Abgabe nach aussen als durch innere schwächende Vorgänge, welche als eine Art Reibung aufgefasst werden. Diese wandelt die verlorene regelmässige Schwingungsenergie in unregelmässige Schwingungen um, die eine Erhöhung der inneren Wärmebewegung verursachen. Die Amplitude eines Aetherteilchens wäre durch die Beziehung

$$x = A \,.\, e^{-2\pi \frac{t}{T} \cdot \vartheta} \,.\, \cos\left(\frac{2\pi t}{T} - \varphi\right)$$

gegeben.

Darin ist:

ϑ der Extinktionskoëffizient,

$2\pi \frac{\vartheta}{T}$ der Absorptionskoëffizient,

A die Anfangsamplitude.

Die Grösse der beiden ersteren Konstanten würde von der Art der Molekülbewegung abhängen.

145. **Verhalten des ruhenden Aethers gegenüber den Körpermolekülen.** Der Aether gilt als eine feine Substanz von der Natur der starrelastischen Körper, die alle Poren der wägbaren Materie ausfüllt. Ueber die Art dieses Durchdringens sind verschiedene Vorstellungen geäussert worden.

Nach Fizeau (geb. 1819) macht der in einem Körper enthaltene Aether dessen Bewegung zum Teil mit, zum Teil bleibt er in Ruhe. Man hätte sich darnach die Moleküle in einem ruhenden Aethermeer eingebettet zu denken, die sich ohne Reibung in demselben bewegen könnten und dabei nur eine kleine, an ihre Oberfläche geheftete Aetherhülle mitführen.

August Beer (1825—1863) schloss sich dieser Ansicht an; er glaubt aber, dass nicht nur ein Teil des Aethers sich bewegt, sondern dass der ganze im Körper enthaltene Aether die Bewegung mitmacht, aber nur mit einem Bruchteil seiner Geschwindigkeit.

Ist die Geschwindigkeit des bewegten Körpers c, so beträgt der Bruchteil für den Aether u . c, worin u der Korreptionskoëffizient genannt wird, der durch die Beziehung

$$u = 1 - \frac{1}{n^2}$$

mit dem Brechungsexponenten der Substanz zusammenhängt. Für Wasser wäre

$$u = \frac{7}{16},$$

für Luft

$$u = 0{,}000\,589.$$

Denkt man sich nach Beer einen Cylinder mit dem Brechungsexponenten n längs seiner Achse mit der Geschwindigkeit c im leeren Raum bewegt, so fliesst der Aether mit einer Geschwindigkeit $\frac{c}{n^2}$ durch ihn hindurch. Dann wird also

$$u \,.\, c = c - \frac{c}{n^2}.$$

so dass u das Verhältnis der Masse des bewegten Aethers zu der im betreffenden Medium enthaltenen Gesamtmasse darstellt. Beer gelangt zu diesen Annahmen durch die Ueberlegung, dass bei der Bewegung eines Mediums kein Sprung vom bewegten zum vollkommen ruhenden Aether vorkommen könne, wie es nach Fizeau, der zwischen den Aetherteilchen keine Kohäsions- oder Reibungskräfte annimmt, der Fall ist. Vielmehr müssten sich in der vom Körper eingeschlossenen Aethermasse alle Geschwindigkeiten in allmählichen Uebergängen von 0 bis c finden, so dass in dieser Aethermasse und dem den Körper nächstbegrenzenden Aether Strömungen auftreten. Der Effekt wird dann derselbe sein, wenn man der eingeschlossenen Aethermasse eine mittlere Geschwindigkeit u . c gibt.

Der Aether würde in solchen Fällen der Bewegung eines Körpers merkliche Widerstände entgegensetzen, die sogar von der Natur des Körpers abhingen. Wir gehen aber auf diese und ähnliche, ziemlich willkürliche Annahmen und Spekulationen, weil sie belanglos sind, nicht näher ein, sondern beschäftigen uns im folgenden kurz mit den einzelnen Dispersionstheorien im speziellen.

146. **Dispersionstheorien.**

Fresnel stellte eine Theorie der Lichtschwingungen auf, ohne zunächst einzugehen auf die Erscheinungen, wie sie in ponderablen Körpern auftreten. Und zwar machte er die Annahme, dass die Wirkungssphäre der Aetherteilchen im Vergleich mit der Wellenlänge ausserordentlich klein sei, wie es für die Fortpflanzung des Schalls zutrifft. Unter dieser Annahme konnten in seiner Rechnung die Glieder höherer Ordnung für die Verschiebungen der Aetherteilchen aus der Ruhelage vernachlässigt werden; dadurch fiel aber die Wellenlänge λ aus der Rechnung heraus, und Fresnel fand eine von der Wellenlänge unabhängige Fortpflanzungsgeschwindigkeit, was nur für den leeren Raum zutreffend ist. Später bemerkte er, dass für die kleinen Lichtschwingungen doch obige Voraussetzung nicht mehr notwendig zutreffen müsse, und dass dadurch vielleicht das Phänomen der Dispersion erklärbar würde. Diese Idee verfolgte Fresnel nicht weiter. Sie wurde aber der Ausgangspunkt der folgenden bedeutungsvollen Arbeiten Cauchys über Dispersion.

Augustin Louis Cauchy (1789—1857) veröffentlichte seine grosse Abhandlung über die Dispersion im Jahre 1835 unter dem Titel: Mémoire sur la dispersion de la lumière. Darin

versuchte er eine von allen unerwiesenen, der Fresnelschen Theorie anhaftenden Hypothesen unabhängige vollständige Theorie der Doppelbrechung, Polarisation und Dispersion zu geben. Seine einzige Voraussetzung ist die punktförmiger Aetherteilchen, welche sich in den Zwischenräumen der Moleküle des ponderablen Körpers befinden und mit gewissen anziehenden oder abstossenden Kräften aufeinander wirken; ihre Schwingungen sollen im Vergleich zu ihren gegenseitigen Entfernungen sehr klein sein und die Wirkungssphäre nicht gegen die Wellenlänge verschwinden. Zwischen je zwei Teilchen ist dann eine Kraft wirksam in der Richtung ihrer Verbindungsgeraden und in der Grösse $m \cdot \mu \cdot f(r)$, worin m und μ die beiden sehr kleinen Massen, $f(r)$ eine noch willkürliche Funktion ihres Abstands sind. Auf diese Weise findet er, dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit von der Wellenlänge abhängig bleibt, wenn man unter der obigen Voraussetzung gewisse Glieder höherer Ordnung beibehält, welche Fresnel vernachlässigt hat unter der Annahme, dass die Wirkungssphäre des Aethermoleküls im Verhältnis zur Wellenlänge verschwindend klein wäre.

Für ein isotropes Mittel ist nach Cauchy der Aether überall homogen. Die Differentialgleichungen, welche die Bewegung des Aethers darstellen, sind sehr einfach aufzustellen.

Seien die rechtwinkligen Koordinaten des Aetherteilchens m mit x, y, z, diejenigen des Teilchens μ mit $x + \Delta x$, $y + \Delta y$, $z + \Delta z$ bezeichnet, so ist die zwischen beiden wirkende Kraft $m \cdot \mu f(r)$.

Summieren wir über alle vorhandenen Moleküle durch Vorsetzen des Σ-Zeichens, so besteht Gleichgewicht, wenn diese Summe aller auf die Teilchen wirkenden Kräfte nach den drei Koordinatenrichtungen verschwindet, d. h. wenn:

$$\Sigma \mu f(r) \frac{\Delta x}{r} = 0,$$

$$\Sigma \mu f(r) \frac{\Delta y}{r} = 0,$$

$$\Sigma \mu f(r) \frac{\Delta z}{r} = 0$$

ist. Ist in einem beliebigen Moment der Bewegung der gegenseitige Abstand zweier Moleküle $(r + \rho)$ und die Verschiebung des einen gegen das andre:

$$\Delta x + \Delta \xi,$$
$$\Delta y + \Delta \eta,$$
$$\Delta z + \Delta \zeta,$$

so lauten die Beschleunigungen:

$$\frac{d^2 \xi}{d t^2} = \Sigma \mu f (r + \rho) \frac{\Delta x + \Delta \xi}{r + \rho},$$

$$\frac{d^2 \eta}{d t^2} = \Sigma \mu f (r + \rho) \frac{\Delta y + \Delta \eta}{r + \rho}.$$

$$\frac{d^2 \zeta}{d t^2} = \Sigma \mu f (r + \rho) \frac{\Delta z + \Delta \zeta}{r + \rho}.$$

Es sind:

$$\begin{matrix} x + \xi \\ y + \eta \\ z + \zeta \end{matrix}$$

die Koordinaten von m,

$$\begin{matrix} x + \xi + \Delta x + \Delta \xi \\ y + \eta + \Delta y + \Delta \eta \\ z + \zeta + \Delta z + \Delta \zeta \end{matrix}$$

die Koordinaten von μ.

Wird $f (r + \rho)$ in eine Reihe entwickelt, so kann es dem Ausdruck $f (r) + \frac{\rho}{1} f' (r)$ gleichgesetzt werden, wenn die höheren Potenzen der sehr kleinen Werte ρ, $\Delta \xi$, $\Delta \eta$, $\Delta \zeta$ vernachlässigt werden.

Dann ist

$$\frac{d^2 \xi}{d t^2} = \Sigma \mu [f (r) + \rho f' (r)] . \left[\frac{\Delta x + \Delta \xi}{r} \left(1 - \frac{\rho}{r}\right)\right]$$

$$= \Sigma \mu \left[f (r) \frac{\Delta \xi}{r} + \left(f' (r) - \frac{f (r)}{r}\right) \rho \frac{\Delta x}{r}\right].$$

Da aber

$$r^2 = (\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2$$

$$(r + \rho)^2 = (\Delta x + \Delta \xi)^2 + (\Delta y + \Delta \eta)^2 + (\Delta z + \Delta \zeta)^2$$

oder

$$r^2 + 2 r \rho + \rho^2 = 2 \Delta x \Delta \xi + 2 \Delta y \Delta \eta + 2 \Delta z \Delta \zeta + r^2 + \rho^2,$$

so wird

$$\rho = \frac{\Delta x \Delta \xi + \Delta y \Delta \eta + \Delta z \Delta \zeta}{r}.$$

Setzt man noch

$$\frac{f (r)}{r} = \varphi$$

und

$$f' (r) - \frac{f (r)}{r} = \psi,$$

so wird die allgemeine Form der Gleichungen der Aetherbewegung unter den angenommenen Vernachlässigungen:

$$\frac{d^2 \xi}{d t^2} = \Sigma \mu \left\{ \left(\varphi + \psi \frac{\Delta x^2}{r^2}\right) \Delta \xi + \psi \frac{\Delta x . \Delta y}{r^2} \Delta \eta + \psi . \frac{\Delta x . \Delta z}{r^2} . \Delta \zeta \right\}$$

$$\frac{d^2 \eta}{d t^2} = \Sigma \mu \left\{ \left(\psi \frac{\Delta x \Delta y}{r^2}\right) \Delta \xi + \left(\varphi + \psi \frac{\Delta \eta^2}{r^2}\right) \Delta \eta + \psi . \frac{\Delta y . \Delta z}{r^2} . \Delta \zeta \right\}$$

$$\frac{d^2 \xi}{d t^2} = \Sigma \mu \left\{ \psi \frac{\Delta x \Delta z}{r^2} \Delta \xi + \psi \frac{\Delta y . \Delta z}{r^2} \Delta y + \left(\varphi + \psi \frac{\Delta z^2}{r^2}\right) \Delta \xi \right\}.$$

Pflanzt sich eine ebene Welle mit der Geschwindigkeit v fort, so sei δ die Verschiebung eines Aetherteilchens zur Zeit t, ξ η ζ die Komponenten der Verschiebung parallel den Achsen eines rechtwinkligen Koordinatensystems, und δ bilde mit diesen die Winkel α, β, γ, so ist

$$\xi = \delta \,.\, \cos\alpha, \quad \eta = \delta \,.\, \cos\beta, \quad \zeta = \delta \,.\, \cos\gamma.$$

Die Amplitude sei A, und x der Abstand der betreffenden Welle vom Anfangspunkt des Koordinatensystems, so ist

$$\delta = A \,.\, \sin \frac{2\pi}{\lambda}(x - vt)$$

und durch doppeltes Differentiieren

$$\frac{d^2\vartheta}{dt^2} = -\frac{4\pi^2 \,.\, v^2}{\lambda^2}\,\delta.$$

Der mit der Masse m multiplizierte Ausdruck wäre dann die Kraft der Verschiebung.✓Diese ist eine Elastizitätskraft, welche der Verschiebung aus der Ruhelage selbst proportional ist, also wäre

$$E \,.\, \delta = m\frac{d^2\vartheta}{dt^2} = -\frac{4\pi^2 v^2 \,.\, m}{\lambda^2}\,\delta.$$

Die Komponenten der Elastizitätskraft E sind aber durch die aufgestellten Bewegungsgleichungen gegeben, es wäre

$$X = m\frac{d^2\xi}{dt^2}$$

u. s. w. Also wird

$$V^2 = \frac{\lambda^2}{2\pi^2}\left(-\frac{X}{2m\cos\alpha}\right)$$

und analog für Y und Z, wenn das X aus den obigen Bewegungsgleichungen ausgerechnet wird. Da für isotrope Medien das Verhalten der Welle nach allen Richtungen gleich ist, so genügt es, die Fortpflanzung in der x-Achse zu studieren. Es ist

$$V^2 = \frac{\lambda^2}{2\pi^2}\,\Sigma\mu\left[\varphi + \psi\frac{\Delta y^2}{r^2}\right] . \sin^2\frac{\pi}{\lambda^2}\Delta x.$$

Man setzt nun

$$\sin^2\frac{\pi}{\lambda}\Delta x = \frac{1}{2}\left(1 - \cos\frac{2\pi}{\lambda}\Delta x\right)$$

und entwickelt $\cos\frac{2\pi}{\lambda}\Delta x$ in die Reihe $1 - \frac{(2\pi)^2}{1\,.\,2\,.\,\lambda^2}\Delta x^2 + \ldots.$

Dann ist

$$\sin^2\frac{\pi}{\lambda}\Delta x = \frac{\pi^2}{\lambda^2}\cdot\Delta x^2 - \frac{1}{3}\frac{\pi^4}{\lambda^4}\Delta x^4 + \ldots.$$

Man sieht, dass unter der Annahme, dass die Verschiebungen Δx gegen die Wellenlänge λ sehr klein sind, die Reihe sehr rasch konvergiert und mit dem ersten Glied abgebrochen werden kann. In diesem Fall wird

$$V^2 = \frac{1}{2}\,\Sigma\mu\left[\varphi + \psi\frac{\Delta y^2}{r^2}\right] . \Delta x^2;$$

die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ist also von der Wellenlänge unabhängig. Wird diese Voraussetzung fallen gelassen, so müssen noch höhere Potenzen

der Reihe beibehalten werden. Dann nimmt die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in ihrer Abhängigkeit von der Wellenlänge die Gestalt an:

$$V^2 = a + \frac{b}{\lambda^2} + \frac{c}{\lambda^4} + \frac{d}{\lambda^6} + \ldots,$$

worin die a, b, c ... von der Beschaffenheit des Aethers abhängen; sie sind numerisch durch

$$a = \frac{1}{2} \Sigma \mu \left[\varphi + \psi \frac{\Delta y^2}{r^2}\right] \Delta x^2$$

gegeben.

Nennen wir V die Fortpflanzungsgeschwindigkeit im leeren Raum, v die Fortpflanzungsgeschwindigkeit im isotropen Mittel, so ist der Brechungsexponent

$$n = \frac{V}{v}$$

und obige Formel ändert sich in

$$\frac{v^2}{V^2} = \frac{1}{n^2} = \frac{1}{V^2}\left(a + \frac{b\,n^2}{\lambda^2} + \frac{c\,n^4}{\lambda^4} + \ldots\right)$$

Da diese Gleichung, welche den Brechungsexponenten n als Funktion der Wellenlänge λ im leeren Raum gibt, immer nur annäherungsweise berechnet werden kann, so kann für $\frac{1}{n^2}$ in erster Annäherung $\frac{a}{V^2}$ eingesetzt werden. Dann geht sie über in:

$$\frac{1}{n^2} = \frac{a}{V^2} + \frac{b}{a\lambda^2} + \frac{c\,V^2}{a^2\lambda^4} + \ldots$$

oder

$$\frac{1}{n^2} = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} + \ldots,$$

worin die Koëffizienten A, B ... ebenso wie a, b, c rasch abnehmen. Der Brechungsexponent selbst stellt sich dann ebenfalls in einer Form

$$n = A' + \frac{B'}{\lambda^2} + \frac{C'}{\lambda^4} + \frac{D'}{\lambda^6} + \ldots$$

dar.

Diese Formel ist die allgemeine Cauchysche Dispersionsformel, welche für isotrope Medien die Abhängigkeit des Brechungsexponenten von der Wellenlänge darstellt.

Für den leeren Raum ist sie in dieser Gestalt unbrauchbar, weil das Experiment lehrt, dass hier keine Aenderung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit mit der Farbe des Lichts eintritt. Die Formel muss also von λ unabhängig werden. Man sieht, dass dies möglich gemacht wird durch die Annahme, dass die Verschiebungen der Aetherteilchen gegen die Wellenlänge sehr klein sind, weil sich dann die Formel für

$$\sin^2 \pi \frac{\Delta x}{\lambda}$$

auf das erste quadratische Glied beschränkt. Cauchy nimmt zu diesem Zweck an, dass im leeren Raum die Aethermoleküle viel näher aneinander liegen als in den Körpern.

Baden-Powell hat vor Cauchy 1835 eine Formel

$$\frac{1}{n} = C \, . \, \frac{\sin \pi \frac{D}{\lambda}}{\pi \frac{D}{\lambda}}$$

aufgestellt. Diese geht durch eine kleine Umformung in die Cauchysche über.

Es ist nämlich

$$\sin \pi \frac{D}{\lambda} = \pi \frac{D}{\lambda} - \frac{\pi^3 D^3}{2.3.\lambda^3} + \frac{\pi^5 . D^5}{2.3.4.5.\lambda^5} - \ldots$$

$$= \frac{\pi D}{\lambda} \left(1 - \frac{1}{2.3} . \frac{\pi^2}{\lambda^2} D^2 + \frac{1}{2.3.4.5} \frac{\pi^4}{\lambda^4} D^4 - \ldots\right)$$

$$= C \left(1 - \frac{D}{\lambda^2} + \frac{E}{\lambda^4} - \ldots\right)$$

Redtenbacher denkt sich die ponderablen Medien so beschaffen, dass jedes Molekül mit einer Atmosphäre von verdichtetem Aether umgeben ist. Die Dispersion wäre dann hervorgegangen aus der Totalwirkung dieser sog. „Dynamiden“ auf die schwingenden Aetherteilchen. Seine Endformel lautet:

$$\frac{1}{n^2} = a + \frac{b}{\lambda^2} + c \lambda^2.$$

Im Jahre 1862 zeigte **Christoffel**, dass eine Reduktion der Cauchyschen Formel auf

$$\frac{1}{n^2} = A + \frac{B}{l^2}$$

mit den Beobachtungen genügend in Uebereinstimmung ist, wenn l die Wellenlänge in dem betreffenden Medium bedeutet.

Briot, ein Schüler und Nachfolger Cauchys, schreibt in seinem „Essai sur la théorie mathématique de la lumière“ die Dispersion der Einwirkung der Körpermoleküle zu. Sie kann von vornherein eine doppelte sein: es kann die Bewegung der Aetherteilchen durch Kräfte beeinflusst werden, welche von den

ponderablen Molekülen ausgehen, oder es kann schon vor der Bewegung die Verteilung der Aethermoleküle in ihren Gleichgewichtslagen derart geändert werden, dass durch die Körpermoleküle periodische Ungleichheiten in der Verteilung der Aethermoleküle verursacht und hierdurch die gegenseitigen Kraftwirkungen derselben untereinander alteriert werden. Die Berechnung dieser beiden Arten der Einwirkung ergab, dass für den ersten Fall der Ausdruck für die Lichtgeschwindigkeit ein mit λ^2 proportionales Glied einführt. Beschränkte er sich dagegen auf die durch die Anwesenheit der Körpermoleküle verursachten periodischen Ungleichheiten in der Verteilung des Aethers, so gelangte er zu einer der Cauchyschen Formel analogen. Obwohl nun Briot die Cauchysche Formel verwarf, weil sie die Abwesenheit der Dispersion im leeren Raum nicht genügend zu deuten vermag, sieht er sich zur selben Operation gezwungen, seine eigene Formel hierfür brauchbar zu machen, indem er das die Anwesenheit der Dispersion im leeren Raum anzeigende Glied derselben verschwinden lässt.

Mascart leitete aus der Cauchyschen Reihe die Formel

$$n = k\lambda^2 + a + \frac{b}{\lambda^2} + \frac{c}{\lambda^4}$$

ab, welche gute Uebereinstimmung mit den Beobachtungsresultaten zeigt.

Alle folgenden Theorien bauen auf einer von **Boussinesq** (1861) gegebenen Anschauung auf, nach welcher der Aether in den Körpern vollkommen identisch ist mit dem Aether im leeren Raum. Durch die Aetherschwingungen aber werden, infolge eines Reibungsvorgangs zwischen Aether- und Körperteilchen, die letzteren auch in Bewegung gebracht, welche dann auf die Aetherwellen zurückwirken.

Sellmeier gab (1871) eine ausführliche Erweiterung dieser Auffassung zur Erklärung der Dispersion; vor ihm suchte man nur die Absorption durch das Mitschwingen der Körperteilchen zu erklären, während man die Brechung als Wirkung einer verschiedenen Beschaffenheit des Aethers ansah. Es werden also die Körperteilchen in Mitschwingung versetzt. Dadurch wird

die schwingende Masse vergrössert, was der Zunahme einer vergrösserten Dichtigkeit des Aethers gleichkommt.

Nach Fresnel nimmt nun der an die ponderable Materie gebundene Aether an den Aethervibrationen teil, und es wird nicht die Elastizität, wohl aber die Dichte des ersteren an verschiedenen Stellen variabel.

Nach dieser Ansicht ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit

für den leeren Raum $v'^2 = C \cdot \frac{E}{D'}$

E = konstante Elastizitätskraft,

für den isotropen Körper $v^2 = C \cdot \frac{E}{D + D'}$

D = Dichte des Aethers

in dem betreffenden Medium, D′ im luftleeren Raum.

Daraus ergibt sich

$$\frac{v'^2}{v^2} = n^2 = \frac{D + D'}{D'} \text{ oder } n^2 - 1 = \frac{D}{D'},$$

d. h. es ist die brechende Kraft gleich dem Verhältnis der Dichten des gebundenen und des freien Aethers. Während nun bei Fresnel der an den Schwingungen des freien Aethers teilnehmende Stoff auch Aether, aber an die Moleküle gebundener ist, setzt Sellmeier an die Stelle des letzteren die Körpermoleküle selbst. Wollte man aber für D die Dichte derselben einsetzen, so kämen viel zu grosse Werte heraus; Sellmeier nimmt deshalb an, dass die Moleküle in viel kleineren Amplituden schwingen als die Aetherteilchen. An Stelle der Dichte ist dann die lebendige Kraft der Oszillationen zu stellen.

Stimmt die Schwingungsdauer von Körperteilchen und Aether überein, so werden erstere in Mitschwingung versetzt und dadurch Anlass zur Absorption geben. In allen andern Fällen schwingen Aether- und Körperteilchen mit verschiedener Schwingungsdauer. Infolge der Einwirkung der Aetherschwingungen auf die molekularen nimmt Sellmeier an, dass die Gleichgewichtsörter der Moleküle sich ebenso ändern oder verschieben, wie die Schwingungen des Aethers es tun. Die Körper- und Aetherteilchen werden mit Masse belegt, und die zwischen ihnen wirkende Kraft ist eine Funktion des Abstands f (r). Es wird ausserdem ange-

nommen, dass die Verschiebungen im Vergleich zu den Abständen so klein sind, dass deren Quadrate und Produkte vernachlässigt werden können. Sellmeier findet mit Hilfe dieser Annahmen, dass die Schwingungen des Gleichgewichtsorts jedes Körperteilchens den parallelen Vibrationen des Aethers proportional und von gleicher Dauer und Phase sind. Es wird nun die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichts nur dann von den Körperteilchen beeinflusst, wenn die Schwingungsdauer des Aethers mit der eigentümlichen des Moleküls nicht übereinstimmt. Die wirkliche Schwingungsdauer desselben ist zusammengesetzt aus der eigentümlichen des Moleküls allein und der oszillierenden Bewegung seines Gleichgewichtsorts. Ist die Schwingungsdauer T des Lichts nicht gleich der eigentümlichen des Moleküls δ, so findet durch Rückwirkung desselben auf die Aetherbewegung keine Absorption, aber wegen der Vermehrung und Verminderung der schwingenden Masse eine Aenderung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit statt.

O. E. Meyer (1872) nahm zur Erklärung der Dispersion, besonders auch der von Christiansen und Kundt aufgefundenen anomalen an, dass die Aetherteilchen in ponderablen Körpern einen Widerstand erleiden, der ihren relativen Geschwindigkeiten proportional wäre.

H. v. Helmholtz hat (1875) in seiner Abhandlung: „Zur Theorie der anormalen Dispersion" eine Umbildung der Sellmeierschen Darstellung vorgenommen durch Einführung einer den ponderablen Molekülen entgegenwirkenden Reibungskraft. Die gesamte Bewegung setzt sich zusammen aus der Aethervibration, welche von den Schwingungen des im ponderablen Körper freien Aethers und den mitschwingenden Molekülen gebildet wird, und aus der Bewegung in den ponderablen Massen, welche als Summe zu deuten ist aus der vom Aether übertragenen Kraft, vermindert um die Widerstandskraft, die von den relativ ruhenden Teilchen der ponderablen Masse auf die bewegten ausgeübt wird, ferner vermindert um eine Reibungskraft, die sich in Wärmebewegung verwandelt. Unter diesen Annahmen lassen sich die Bewegungsgleichungen der Schwingung leicht aufstellen. Es werden der Aether und die ponderable Masse als zwei sich gegenseitig durchdringende, kontinuierliche Medien betrachtet.

Für freien Aether, dessen Schwingungen nur durch durch kleine Verrückungen hervorgerufene Elastizitätskräfte im Aether selbst hervorgebracht werden, gilt die Bewegungsgleichung

$$\mu \cdot \frac{d^2 \xi}{d t^2} = \alpha^2 \cdot \frac{d^2 \xi}{d y^2},$$

wenn die Wellen sich in der Richtung der y-Achse fortpflanzen. μ ist die Dichtigkeit, α^2 die Elastizitätskonstante des Aethers.

Vermöge der gegenseitigen Verschiebung von Aether- und Körperteilchen gegeneinander wird auch eine Kraft geweckt werden, welche der relativen Lageänderung der Teilchen und der Masse m der Moleküle proportional gesetzt werden kann. Diese addiert sich zur obigen; es ist die Bewegung des Aethers also durch die Form

$$\mu \frac{d^2 \xi}{d t^2} = \alpha^2 \frac{d^2 \xi}{d y^2} + \beta^2 (x - \xi),$$

ξ ist die Verschiebung des Aetherteilchens, x diejenige des ponderablen Moleküls und β^2 eine Konstante.

Eine ähnliche Gleichung stellt die Bewegung der Massenpunkte dar; sie setzt sich zusammen aus:

1. der Kraft, die der Aether auf die ponderablen Moleküle ausübt: $+ \beta^2 (x - \xi)$;

2. der Kraft, die von den übrigen Molekülen auf den Massenpunkt m wirkt: $- a^2 x$;

3. bei der Absorption durch einen der Reibung ähnlichen Widerstand zwischen den ruhenden und bewegten Molekülen von der Grösse $- \gamma^2 \frac{dx}{dt}$.

Dann ist die Differentialgleichung durch den Ausdruck

$$m \frac{d^2 x}{d t^2} = \beta^2 (\xi - x) - a^2 x - \gamma^2 \frac{dx}{dt}$$

gegeben.

Die totale Bewegung der ebenen Welle ist durch das Zusammenwirken beider Gleichungen vollständig gegeben.

Ein partikuläres Integral der beiden Gleichungen ist

$$\xi = A \cdot e^{ly - int}$$
$$x = \mathfrak{A} \cdot e^{ly - int},$$

wo A, $\mathfrak{A}$, l, n Konstante sind und $i = \sqrt{-1}$ bedeutet.

Für rein periodische Oszillationen muss n reell sein; dann wird l in der Regel komplex sein. Schreiben wir

$$l = -k + \frac{in}{c},$$

wo k der Absorptionskoeffizient und c die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ist, so geht

$$\xi \text{ in } \mathfrak{A} e \cdot e^{-ky} \cdot e^{in\left(\frac{y}{c} - t\right)} = \mathfrak{A} \cdot e^{-ky} \left\{ \cos n \left(\frac{y}{c} - t\right) + i \sin n \left(\frac{y}{c} - t\right) \right\}$$

über. Dann ist

$$\xi = \mathfrak{A} . e^{-ky} \cos n \left(\frac{y}{c} - t\right)$$

und

$$\xi = \mathfrak{A} . e^{-ky} \sin n \left(\frac{y}{c} - t\right)$$

ein partikuläres Integral. Beide stellen aber schwingende Bewegungen mit abnehmender Amplitude in der Richtung der y-Achse dar.

Man sieht daraus, dass für $\beta = o$, d. h. bei keiner Wechselwirkung zwischen Körper- und Aetherteilchen, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit c von der Farbe, d. h. von n, unabhängig ist. Die ganze Dispersion ist also eine Folge der Einwirkung der Körperteilchen; im leeren Raum gibt es keine Dispersion.

Für vollkommen durchsichtige Körper ohne Absorption wäre $\gamma^2 = 0$ oder $k = 0$. Dann haben wir normale Dispersion, welche durch die Formel:

$$n^2 - 1 = - P\lambda^2 + Q \frac{\lambda^4}{\lambda^2 - \lambda_m^2}$$

gegeben ist. m die Dichte der ponderablen Masse.

P, Q, λ_n sind Konstante, die nur vom brechenden Medium abhängen. Man fand, dass nach der Beobachtung P = Q annähernd war (z. B. ist für Kalkspat P = 1,329018, Q = 1,329010). Dann geht die Formel in eine zweikonstantige über von der Form

$$n^2 - 1 = Q \frac{\lambda_m^2}{\left(1 - \frac{\lambda_m}{\lambda}\right)^2}.$$

Sie ist von der Cauchyschen Formel nur formell verschieden.

E. Lommel hat (1878) diese Theorie modifiziert, indem er die Wechselwirkung zwischen Aether- und Körperteilchen nicht einfach der Differenz der Ausschläge oder Verrückungen, sondern dem Unterschied der Geschwindigkeiten gleichsetzt. Seine Dispersionsformel lautet

$$n^2 = a + \frac{b}{\lambda^2} + \frac{c}{\lambda^4} + \ldots$$

oder nach einigen Vereinfachungen

$$n^2 - 1 = \frac{a}{1 - \frac{\lambda_0^2}{\lambda^2}},$$

wo λ_0 durch die Beziehung $p = \frac{2\pi v}{\lambda_0}$ charakterisiert ist und diejenige Wellenlänge bezeichnet, für welche die Substanz im Spektrum einen Absorptionsstreifen zeigt. v ist die Fortpflanzungs-

geschwindigkeit im Aether, p die Schwingungszahl der Körpermoleküle, a eine von den Massen der Moleküle und Aetherteilchen sowie von der Reibung abhängige Konstante.

E. Ketteler knüpfte (1878) an die Sellmeierschen Darlegungen in ähnlicher Weise an wie die vorigen. Seine Prinzipien sind die folgenden:

1. Der intramolekulare Aether unterscheidet sich vom Weltäther weder nach Dichte noch nach Elastizität.
2. Das Volumen der in der Raumeinheit enthaltenen Körpermasse ist gegen die darin enthaltene Aethermasse so klein, dass trotz der Koexistenz beider die letztere nicht modifiziert wird.
3. Zwischen den ponderablen und Aetherteilchen wirken keine merklichen Attraktionskräfte, sondern die ponderablen Moleküle schwimmen im Aetherfluidum und werden von diesem bewegt, aber doch so wenig verschoben, dass dabei keine merkliche elastische Einwirkung der Nachbarmoleküle eintritt.
4. Werden die Teilchen des Mediums bei Vorhandensein einer Deformation sich selbst überlassen, so reisst der Aether die Körperteilchen mit sich fort; die anfängliche Spannung setzt sich in lebendige Kraft um, welche sich auf beide Arten von Molekülen verteilt und zugleich an den Aether- und den Körperteilchen Arbeit leistet.
5. Die an den Körperteilchen zu leistende Arbeit besteht in der Ueberwindung einer Deformationskraft, sei es des Gefüges, der einzelnen Molekülgruppen oder beider zugleich, ferner einer dem Ausschlag proportionalen Schiebkraft, die hervorgeht aus der Gesamtwirkung der Körperteilchen aufeinander oder ihrer Wechselwirkung mit den Aetherteilchen oder aus beiden zugleich. Diese Kräfte bewirken dann wieder vermöge ihrer Rückwirkung auf den Aether Bewegungswiderstände in ihm.
6. Alle Kräfte, sofern sie dynamischen Ursprungs sind, sind einander proportional.

Aus diesen Prinzipien folgert Ketteler die allgemeinen Bewegungsgleichungen, deren Integrale sämtliche optischen Phänomene gut erklären. Gerade infolge dieser guten Interpretation

der Beobachtungsresultate wähnt Ketteler seine Annahmen unerschütterlich gestützt.

Seine Dispersionsformel lautet:

$$n^2 = a^2 + \Sigma \frac{M_h}{\lambda^2 - \lambda_h{}^2}.$$

a, M_h und λ_h sind Konstante, welche für die Art und Grösse der Absorption der betreffenden Medien charakteristisch sind.

W. Voigt (1882) baut seine Theorie der Lichtfortpflanzung in ponderablen Medien auf der strengen Elastizitätslehre auf. Er sieht die Körper an als aus kleinsten Teilen bestehend, die nicht direkt materiell miteinander verbunden sind, sondern sich durch Wechselwirkungen im Gleichgewicht halten. Ruhende Massen, gegen welche eine Reibung stattfinden könnte, sind im Innern der Moleküle unmöglich, weil diese gegenüber den bewegten unendlich gross sein müssten. Seine Theorie ist nur dann für absorbierende Körper brauchbar, wenn Wärmeschwingungen nicht angenommen werden müssen; es gelang ihm diese Erweiterung durch die Annahme, dass die Bewegung der ponderablen Moleküle verschwindend klein sei.

C) Lichtschwingungen in kristallisierten Medien.

Die obigen Darstellungen der verschiedenen Theorien der Lichtfortpflanzung beziehen sich in erster Linie auf isotrope Medien, also allseitig homogene Substanzen. In kristallisierten Körpern ist indes die Fortpflanzungsgeschwindigkeit von der Richtung der Fortpflanzung verschieden; man musste deshalb zur Erklärung entweder dem Aether selbst Kristallstruktur beilegen, so dass seine Elastizität oder Dichte mit der Richtung variabel wird, oder man musste annehmen, dass die Aenderung der Fortpflanzung von der direkten, aber mit der Richtung variablen Einwirkung der Körperteilchen auf die Bewegung des homogenen Aethers herrühre. Im übrigen liegen den mathematischen Entwicklungen dieselben Prinzipien zu Grunde wie für die Theorien der Dispersion. Es sind deshalb jene Resultate zum grossen Teil auf Kristalle anwendbar, wenn die erweiterte Annahme gemacht wird, dass die gegenseitige Einwirkung der Körper- und

Aetherteilchen eine mit der Richtung der Verschiebung variable Grösse besitzt.

Fresnel geht von der Annahme einer verschiedenen Anordnung der Aetherteilchen nach verschiedenen Richtungen im Kristall aus und folgert, dass dann die in den einzelnen Fällen geweckten Elastizitätskräfte ihrer Intensität nach nicht mehr gleich sein werden. Seine daraus hervorgehenden Prinzipien lauten:

1. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ist der Quadratwurzel aus der Elastizitätskraft proportional.
2. Die Schwingungen des polarisierten Lichts stehen auf der Polarisationsebene senkrecht.
3. Die bei der Fortpflanzung eines Systems geradlinig polarisierter ebener Wellen auf eines der Aetherteilchen wirkende Elastizitätskraft ist proportional der Kraft, welche auf dasselbe wirken würde, wenn dieses allein sich in Bewegung befände, also unabhängig von der Fortpflanzungsrichtung des Wellensystems, dagegen abhängig von der Schwingungsrichtung des Aetherteilchens.

Diese Hypothesen bilden für Fresnel den Ausgangspunkt für die Konstruktion des Elastizitätsellipsoids, das eine eindeutige Darstellung der Fortpflanzung des Lichts in Kristallen gibt.

Nach Briot hat jedes Aetherteilchen Kristallstruktur ebenso wie die Moleküle des Körpers, und zwar mit ungleichwertigen Elastizitätsachsen.

Ebenso machten F. Neumann und Cauchy die Annahme, dass der Aether Kristallstruktur habe, welche dadurch hervorgerufen wird, dass durch die Wirkung der regelmässig verteilten ponderablen Teilchen auch die des Aethers eine ähnliche Regelmässigkeit der Anordnung erhalten. Auf diesen Aether wenden sie die allgemeinen Elastizitätsgleichungen an.

Die neueren Elastizitätstheorien nehmen an, dass die Wechselwirkung von Aether- und Körperteilchen mit der Richtung variabel und dass ausserdem der Abstand der Moleküle voneinander ein verschieden grosser sei. Auch für das Mitschwingen der Körperteilchen musste die Hypothese gemacht werden, dass das Amplitudenverhältnis zwischen Körper- und Aetherteilchen mit der Schwingungsrichtung variabel sei.

Es haben diese Theorien insofern keine grössere Bedeutung, als sie beliebig willkürliche Konstanten einführen, welche die erhaltenen Formeln den Beobachtungsresultaten anpassen sollen. Die Theorie geht sonach nicht von einigen als sicher begründeten Prinzipien aus und folgert daraus ihre Resultate, welche mit den Experimenten verglichen werden könnten, sondern sie sucht durch völlig unerwiesene Annahmen solche Resultate zu erzielen, welche mit den beobachteten nahe übereinstimmen.

3. Abschnitt.

Elektromagnetische Lichttheorie.

Die Schwierigkeiten, welche sich der strengen Durchführung der Undulationstheorie boten, sind aus den vorstehenden Darlegungen klar ersichtlich; die Zahl der notwendigen Annahmen häufte sich, die Unwahrscheinlichkeit derselben nahm zu. Da führte die Elektrizitätslehre zu Anschauungen, die zu Ausgangspunkten für eine vollständig neue Erklärungsweise der optischen Erscheinungen werden sollten. Es geschah dies durch die Entdeckungen von Heinrich Hertz, welcher zeigte, dass auch die elektrischen und magnetischen Kräfte Zeit brauchen, sich im Raume auszubreiten, und zwar in der Form von Schwingungen, deren Fortpflanzungsgeschwindigkeit annähernd mit derjenigen des Lichts übereinstimmt. Diese elektrischen Oszillationen zeigen nun ganz dieselbe Eigentümlichkeit in ihrer Verbreitung wie das Licht, sie sind der Reflexion und Brechung unterworfen, und es kann bei ihnen deutlich eine Polarisation nachgewiesen werden, wodurch sie als Transversalschwingungen erkannt sind. Sie sind demnach zweifellos Schwingungen, welche alle objektiven Eigenschaften der Lichtschwingungen besitzen, von denen sie sich nur durch ihre grössere Wellenlänge und die Unsichtbarkeit unterscheiden. Es ist nun in erster Linie die Frage zu entscheiden, welche Annahmen in Bezug auf die Eigenschaften eines Körpers gemacht werden müssen, damit er fähig sei, elektrische Oszillationen fortzupflanzen. Sind sie mit den der Materie notwendig zuzuschreibenden Eigenschaften vereinbar, so liegt der Gedanke nahe, die

optischen Phänomene auf diesem allgemeineren Wege zu deuten zu suchen. Und in der Tat hat sich ergeben, dass die Annahmen hierbei weit mehr mit der Natur der Körper in Einklang zu bringen sind und viel exakter und allgemeiner alle bekannten Erscheinungnn erklärlich machen als diejenigen der Undulationstheorie. Es handelt sich zuerst um die Untersuchung der Art der Fortpflanzung elektrischer Oszillationen.

147. **Dielektrische Polarisation.** Faraday, der sich niemals mit dem Gedanken an eine mögliche Existenz von Fernkräften, d. h. von solchen Kräften, die durch den Raum wirken, ohne zugleich in diesem eine Wirkung hervorzubringen, befreunden konnte, gelang es, nachzuweisen, dass für die elektrostatischen Anziehungen und Abstossungen die Anwesenheit eines zwischen den elektrischen Körpern liegenden Isolators nicht gleichgültig ist, dass vielmehr die Kräfte sich wesentlich verändern, wenn ein anderer Isolator als Luft zwischen ihnen liegt. Die Wirkungen beider Kräfte aufeinander mussten also eine Veränderung des zwischenliegenden Isolators verursachen, es konnten keine Fernkräfte sein. Nun hatten die Beobachtungen des unter der Einwirkung magnetisierender Kräfte in einem Eisenstück induzierten Magnetismus längst zu der Molekularhypothese des Magnetismus geführt, nach welcher in den Molekülen des Eisens selbst sich Magnetpole ausbilden, die sich unter der Einwirkung dieser Kraft in regelmässiger Weise anordnen, so dass alle Nordpole nach der einen, alle Südpole nach der andern Richtung zeigen. Daraus schloss Faraday, dass auch in elektrischen Isolatoren etwas Aehnliches vorgeht, dass auch in ihnen eine molekulare Polarisierung stattfindet, bei welcher sich die in jedem Molekül enthaltene Elektrizität in der Weise verschiebt, dass sich zwei elektrische Pole bilden, und dass durch diese dielektrische Polarisation der Isolator auf die ihn umgebenden Körper rückwirkt. Nehmen wir an, die elektrischen Körper haben die positive Elektrizität in den Molekülen des Isolators nach unten gezogen, die negative aber nach oben, so kehren die Moleküle in einer Vertikalreihe, d. h. in der Richtung der elektrisierenden Kraft, einander die ungleichnamigen Pole zu und ziehen sich daher gegenseitig an. In der Richtung der Kraftlinien tritt also eine Spannung auf,

welche diese zu verkürzen strebt. Quer gegen die Kraftlinien aber sind die Moleküle derart gelagert, dass die gleichartigen Pole einander am nächsten stehen; hier tritt also eine gegenseitige Abstossung ein, und die Kraftlinien suchen sich zu verbreitern. Eine solche Polarisierung wird z. B. hervorgebracht durch zwei entgegengesetzt geladene Körper A und B. Die gegenseitige Anziehung dieser beiden Leiter ist dann vollständig erklärt durch die Annahme der dielektrischen Polarisation der Zwischenschicht mit Ausschluss aller Fernkräfte.

Erst durch Clerk Maxwell sollte diese Idee Faradays zu grösserer Bedeutung kommen, indem sie durch ihn klarer dargestellt und mathematisch formuliert wurde. Es zeigte sich, dass die von ihm auf Grund dieser Prinzipien aufgestellten Glei-

Fig. 105.

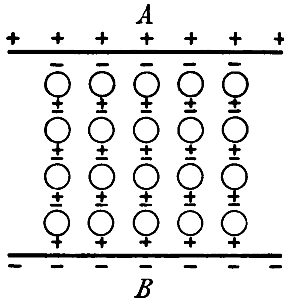
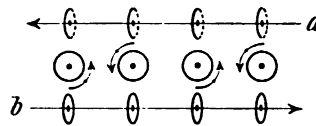


Fig. 106.



chungen eine konsequente und mit allen Tatsachen vollständig übereinstimmende Darstellung der bekannten elektrischen Erscheinungen gab. Danach werden also die Wirkungen sämtlicher elektrischen Kräfte zurückgeführt auf eine starke dielektrische Polarisation des Isolators, welche sie succesive von Körperelement zu Körperelement weiterführt. — Wir wenden uns nun zur Betrachtung der Entstehung elektromagnetischer Oszillationen.

148. **Entstehung elektromagnetischer Wellen.** Wenn ein elektrischer Strom senkrecht zur Zeichenebene von hinten nach vorn fliesst, so erzeugt er in seiner Umgebung eine magnetische Kraft, welche einen Nordpol im entgegengesetzten Sinn des Uhrzeigers auf der Fläche im Kreise herumzuführen strebt. Denken wir uns auf diese Weise eine Reihe von nebeneinander gelagerten

elektrischen Strömen, welche untereinander parallel und senkrecht zur Zeichenebene von hinten nach vorne laufen, so erzeugt ein jeder magnetische Kräfte im Sinne der beigesetzten Pfeile. Man sieht, dass diese Kräfte zwischen zwei Stromleitern in entgegengesetztem Sinn aufeinander treffen und sich aufheben, während sie oben und unten gleichgerichtet sind und sich zu einer einzigen Gesamtkraft, die durch a und b dargestellt ist, summieren. Es wird also oberhalb und unterhalb der angenommenen elektrischen Stromfäden eine Schicht von magnetischen Fäden liegen, deren eine der andern entgegengesetzt gerichtet ist. Das Auftreten dieser Magnetismen erzeugt aber um jeden einzelnen der beiden Längsfäden ringförmige elektrische Ströme. Auch hier werden die Ströme zwischen den gleichgerichteten Magnetisierungsfäden sich aufheben, während die oberhalb und unterhalb der Schicht induzierten gleichgerichtet sind, und zwar quer gegen die magnetischen Kraftlinien, also parallel mit den ursprünglich vorhandenen Stromfäden. Diejenigen aber, welche an den Ort der ursprünglichen elektrischen Stromfäden fallen, sind diesen entgegengerichtet und schwächen sie; an den äusseren Seiten überwiegen dagegen die den ersten gleichgerichteten Ströme, weil sie von der näheren Schicht herrühren, so dass nun dort Ströme derselben Richtung neu erscheinen, während sie an ihrem Ausgangsorte schwinden. Es schwinden also jeweils die anfänglichen Bewegungen, und neue derselben Art treten an einer andern Stelle auf. Elektrische Bewegung erzeugt magnetische Kräfte in querer Richtung und magnetische Bewegung elektrische Kräfte wieder quer gegen die vorigen, also den ersten parallel. Diese sekundär entstandenen elektrischen Bewegungen wirken von ihrem neuen Ort aus gerade so weiter, wie es die primären taten. Es sind dabei immer notwendig gleichzeitig elektrische und magnetische Polarisationen vorhanden, und zwar sind beide senkrecht zueinander gerichtet, während die Fortpflanzung dieser Störung in einer Richtung geschieht, welche wiederum senkrecht zu den beiden ersten ist. Eine plötzlich auftretende elektrische Strömung wie bei der Entladung von geladenen Kondensatoren wird also jeweils eine solche Wechselwirkung zwischen magnetischer und elektrischer Bewegung veranlassen. Es treten transversale Oszillationen

auf, wie sie in der Undulationstheorie ebenfalls angenommen werden.

Zur Erklärung der optischen Phänomene mit Hilfe der soeben erörterten Anschauung genügt die Annahme, dass das die Oszillationen fortpflanzende Medium dielektrisch und magnetisch polarisierbar sei, weil sich bei diesen Schwingungen nur die elektrischen oder magnetischen Polarisationen desselben verändern. Um die Fortpflanzung des Lichts im leeren Raum deuten zu können, muss auch hierbei ein Medium angenommen werden, welches den Weltraum auch da erfüllt, wo die ponderable Materie fehlt. Während aber die elastische Undulationstheorie dem Aether die Eigenschaften eines fest-elastischen Körpers zuschreiben muss, brauchen hier in dieser Hinsicht keine Annahmen gemacht zu werden. Es genügt, dass der Aether fähig ist, magnetisiert und in der Weise eines Isolators elektrisiert zu werden.

Unter diesen Voraussetzungen ist eine Theorie der reinen Aetherschwingungen auf elektromagnetischer Grundlage gegeben. Die quantitative Durchführung bedarf nur der Aufstellung von Gleichungen, welche die mathematischen Beziehungen zwischen den elektrischen und magnetischen Kräften enthalten.

149. **Die Maxwellschen Gleichungen.** Die im Abstand r von einem geradlinigen Stromleiter mit der Intensität i erzeugte magnetische Kraft ist dem Ausdruck $\frac{\alpha \, . \, i}{r}$ proportional, wo α eine von den Masseinheiten abhängige Konstante ist. Um daraus die magnetische Arbeit zu finden, welche geleistet wird, um die Einheit des Magnetismus mit obiger Kraft rings um den Stromleiter herumzuführen, muss die Kraft mit dem Weg $2\pi r$ multipliziert werden; dieselbe ist also proportional

$$2\pi r \, . \, \frac{i}{r} \, \alpha = 2\pi i \alpha$$

und sonach vom Abstand r unabhängig. Die Einheit der Stromstärke im absoluten Masssystem ist von W. Weber derart festgesetzt worden, dass $\alpha = 2$ wird, so dass die Arbeit $\mathfrak{A} = 4\pi i$ ist. Nennen wir die Komponenten der magnetischen Kraft, welche auf die Einheit des Magnetismus wirkt, nach den drei Koordinatenrichtungen L, M und N, so kann die Arbeit auch dargestellt werden in der Form

$$\mathfrak{A} = \int (L\,dx + M\,dy + N\,dz) = 4\pi i.$$

Nach einem Satz von Stokes kann das Integral in der Form

$$\mathfrak{A} = \int\left(\frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z}\right)\cos(n, x)\, d\sigma + \int\left(\frac{\partial L}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial x}\right)\cos(n, y)\, d\sigma$$
$$+ \int\left(\frac{\partial M}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial y}\right)\cos(n, z)\,.\, d\sigma$$

geschrieben werden für das beliebige Bogenelement $d\sigma$.

Wird statt der Stromstärke i die Stromdichte nach den drei Koordinatenrichtungen eingeführt, also $i = i'\,.\,dq$ für den Querschnitt dq, so ist, wenn u, v, w die Komponenten der Stromdichte bedeuten

$$4\pi i' dq = 4\pi[u \cos(n, x)\, d\sigma + \ldots].$$

Werden die beiden Ausdrücke für die Arbeitsgrösse einander gleichgesetzt, so geht daraus hervor

$$4\pi u = \frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z}$$

und ebenso zwei weitere Gleichungen für v und w.

Bezeichnen wir die Grösse der elektrischen Polarisation mit $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{Z}$, so kann

$$u = \frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial t},\quad v = \frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial t} \text{ und } w = \frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial t}$$

gesetzt werden, und wir erhalten nach Einführung der Konstanten A, welche die elektrostatischen Masse in elektromagnetische überführt,

$$\begin{aligned}
4\pi A \frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial t} &= \frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z} \\
4\pi A \frac{\partial \mathfrak{Y}}{\partial t} &= \frac{\partial L}{\partial z} - \frac{\partial N}{dx} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{(Ia)} \\
4\pi A \frac{\partial \mathfrak{Z}}{\partial t} &= \frac{\partial M}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial y}
\end{aligned}$$

Diese drei Gleichungen geben die Aenderung der elektrischen Momente und die dadurch bewirkte magnetische Verschiebung. In analoger Weise lassen sich Gleichungen erhalten für die elektrischen Kräfte, welche entstehen, wenn sich die Magnetisierung eines Körpers ändert. Sind $\mathfrak{L}$, $\mathfrak{M}$ und $\mathfrak{N}$ die magnetischen Momente und X, Y, Z die elektrischen Kräfte, so erhält man

$$\begin{aligned}
4\pi A \frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial t} &= \frac{\partial Y}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial y} \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{(Ib)} \\
4\pi A \frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial t} &= \frac{\partial Z}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial z} \\
4\pi A \frac{\partial \mathfrak{N}}{\partial t} &= \frac{\partial X}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial x}
\end{aligned}$$

Diese sechs Beziehungen sind die ursprünglichen Maxwellschen Gleichungen für die Fortpflanzung elektrischer und magnetischer Wirkungen durch den Aether.

Die vorkommenden Momente, unter denen wir das Produkt aus dem Abstand der beiden entgegengesetzten Pole und der elektrischen oder magnetischen Ladungsgrösse betrachten, für ein Elementarmolekül von der

Grösse 1 also direkt die Menge Elektrizität oder Magnetismus, können durch die Kräfte selbst ersetzt werden. Es haben nämlich die experimentellen Untersuchungen über die Einwirkung der magnetischen Kräfte auf magnetisierbare Substanzen und elektrischer Kräfte auf elektrische Isolatoren ergeben, dass innerhalb einer gewissen Grenze der Intensitäten die Polarisationen, welche durch eine gegebene Kraft in deren Richtung entstehen, der einwirkenden Kraft proportional sind. Um die Momente zu erhalten, muss also die Kraft mit einem konstanten Faktor multipliziert werden, welcher von der Natur der Substanz abhängt. Bezeichnen wir ihn für die elektrischen Vorgänge mit $\frac{\varepsilon}{4\pi}$, für die magnetischen mit $\frac{\mu}{4\pi}$, so gilt also die Beziehung

$$4\pi\mathfrak{X} = \varepsilon . X$$
$$4\pi\mathfrak{Y} = \varepsilon . Y$$
$$4\pi\mathfrak{Z} = \varepsilon . Z$$

und analog

$$4\pi\mathfrak{L} = \mu . L$$
$$4\pi\mathfrak{M} = \mu . M$$
$$4\pi\mathfrak{N} = \mu . N.$$

Dann lassen sich die Maxwellschen Gleichungen auch in der Form schreiben:

$$A . \varepsilon . \frac{\partial X}{\partial t} = \frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z}$$
$$A . \varepsilon . \frac{\partial Y}{\partial t} = \frac{\partial L}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial x} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \text{(II)}$$
$$A . \varepsilon . \frac{\partial Z}{\partial t} = \frac{\partial M}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial y}$$

und

$$A . \mu . \frac{\partial L}{\partial t} = \frac{\partial Y}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial y}$$
$$A . \mu . \frac{\partial M}{\partial t} = \frac{\partial Z}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial z}$$
$$A . \mu . \frac{\partial N}{\partial t} = \frac{\partial X}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial x}.$$

Wir wollen nun zeigen, dass diese Gleichungen Wellenbewegungen darstellen, wie wir sie für die optischen Erscheinungen besprochen haben.

Es sei die Fortpflanzung der Kraft in der Richtung der x-Achse betrachtet, so sind die magnetischen und elektrischen Kräfte nur von x und t abhängig, von y und z dagegen unabhängig; wir können daher in den obigen Gleichungen (II) überall die Differentialquotienten nach y und z gleich Null setzen.

Unter dieser Annahme verwandeln sie sich in

$$\frac{\partial X}{\partial t} = 0, \text{ d. h. } X = 0 \text{ oder nach der Zeit konstant.}$$

$$A \,.\, \varepsilon \frac{\partial Y}{\partial t} = - \frac{\partial N}{\partial x}$$
$$A \,.\, \varepsilon \frac{\partial Z}{\partial t} = + \frac{\partial M}{\partial x}$$

und

$\frac{\partial L}{\partial t} = 0$, d. h. $L = 0$ oder nach der Zeit konstant.

$$A \,.\, \mu \frac{\partial M}{\partial t} = \frac{\partial Z}{\partial x}$$
$$A \,.\, \mu \frac{\partial N}{\partial t} = - \frac{\partial Y}{\partial x}.$$

Wir wollen nun noch die magnetische Kraft in der y-Richtung und die elektrische Kraft in der z-Richtung gleich Null setzen, so ist also $M = 0$ und $Z = 0$ und es erübrigt nur für die beiden Gleichungen

$$A \varepsilon \frac{\partial Y}{\partial t} = - \frac{\partial N}{\partial x}$$
$$A \,.\, \mu \frac{\partial N}{\partial t} = - \frac{\partial Y}{\partial x}$$

Lösungen zu suchen.

Es zeigt sich, dass die Ausdrücke

$$N = N_0 \,.\, e^{in\left(t - \frac{x}{h}\right)}$$
$$Y = Y_0 \,.\, e^{in\left(t - \frac{x}{h}\right)}$$

unsern beiden Differentialgleichungen genügen, wenn N_0 und Y_0 als Konstante betrachtet werden. Bilden wir die Differentialquotienten und setzen sie in obige beiden Gleichungen ein, so folgt

$$- \frac{\partial N}{\partial x} = \frac{in}{h} N_0 \,.\, e^{in\left(t - \frac{x}{h}\right)} = A \,.\, \varepsilon \,.\, \frac{\partial Y}{\partial t} = A \,.\, \varepsilon \,.\, in Y_0 \, e^{in\left(t - \frac{x}{h}\right)}$$
$$- \frac{\partial Y}{\partial x} = \frac{in}{h} Y_0 \, e^{in\left(t - \frac{x}{h}\right)} = A \,.\, \mu \frac{\partial N}{\partial t} = A \,.\, \mu \,.\, i \,.\, n N_0 \, e^{in\left(t - \frac{x}{h}\right)}$$

oder

$$\frac{N_0}{h} = A \,.\, \varepsilon \,.\, Y_0$$
$$\frac{Y_0}{h} = A \,.\, \mu \,.\, N_0.$$

Durch Multiplikation beider Gleichungen miteinander fällt N_0 und Y_0 weg, und es resultiert

$$\frac{1}{h^2} = A^2 \,.\, \varepsilon \,.\, \mu$$

oder

$$h = \frac{1}{A\sqrt{\varepsilon \,.\, \mu}}.$$

Ist diese Bedingungsgleichung erfüllt, so genügen die angenommenen Integrale den Maxwellschen Gleichungen. Sie stellen als Funktionen des

Orts und der Zeit eine Bewegung dar, welche in der Richtung der positiven Werte von x mit der Geschwindigkeit h fortrückt. Wird die Exponentialgrösse in den reellen und imaginären Teil zerlegt, so kommt im ersteren der Faktor $\cos n\left(t - \frac{x}{h}\right)$, im letzteren der Faktor $\sin n\left(t - \frac{x}{h}\right)$ vor. Beide Teile stellen, wie früher schon festgestellt wurde, der Zeit nach periodische Bewegungen dar, welche sich in der Richtung der x-Achse fortpflanzen, während die elektrischen Oscillationen Y in der Richtung der y-, die magnetischen N in der Richtung der z-Achse geschehen; beide sind sonach normal zueinander und zur Fortpflanzungsrichtung der Wellen.

Durch ähnliche Annahmen wäre auch der Fall zu behandeln, dass die elektrischen Schwingungen parallel z, die magnetischen ǁ y vor sich gehen u. s. w.

Mit Hilfe der aufgestellten Gleichungen lassen sich nun die optischen Erscheinungen der einfachen Brechung und Reflexion leicht deuten, die Erklärung der Dispersion aber bietet noch Schwierigkeiten.

150. **Die Dispersion des Lichts.** Wir haben im Vorausgehenden gefunden, dass sich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit h unserer Wellen durch die Beziehung $h = \frac{1}{A\sqrt{\varepsilon \cdot \mu}}$ darstellt, dass sie also von der Konstanten A und den Konstanten der dielektrischen und magnetischen Polarisation abhängt.

Betrachten wir die Fortpflanzung des Lichts in zwei verschiedenen Medien 1 und 2 mit den verschiedenen Konstanten ε und μ, so stellt sich das Verhältnis der Lichtgeschwindigkeiten durch

$$\frac{h_1}{h_2} = \sqrt{\frac{\varepsilon_2 \cdot \mu_2}{\varepsilon_1 \cdot \mu_1}} \text{ dar.}$$

oder wenn statt der Lichtgeschwindigkeiten die Brechungsverhältnisse der Medien gegen den leeren Raum, die ja den Lichtgeschwindigkeiten umgekehrt proportional sind, eingeführt werden,

$$\frac{n_2}{n_1} = \sqrt{\frac{\varepsilon_1 \cdot \mu_1}{\varepsilon_2 \cdot \mu_2}}.$$

Für die bekannten durchsichtigen Körper ist die Magnetisierungskonstante μ kaum von 1 verschieden; man kann deshalb $\frac{\mu_1}{\mu_2} = 1$ setzen, und es folgt

$$\frac{n_2}{n_1} = \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}.$$

Wir haben demnach den von Maxwell ausgesprochenen Satz:

Das absolute Brechungsverhältnis eines Körpers ist gleich der Quadratwurzel aus seiner dielektrischen Konstanten.

Diese Beziehung fand sich aber bald nur für wenige Isolatoren wie Benzin, Paraffin, Terpentinöl und einige ähnliche mit den vielfach angestellten Experimenten in Uebereinstimmung. Für andere, wie besonders Alkohol und Wasser, waren die Abweichungen enorm, wie die beistehende Tabelle zeigt:

	E (elektrisch gemessen)	$\sqrt{\varepsilon}$	n (optisch)
Luft	1,000590	1,000295	1,000294
Wasserstoff	1,000264	1,000132	1,000138
Kohlensäure	1,000946	1,000473	1,000449
Aethylen	1,001312	1,000656	1,000678
Schwefel (ε_1)	4,773	2,185	2,166
Schwefelkohlenstoff	2,609	1,615	1,611
Benzol	2,338	1,528	1,497
Flintglas	ca. 6,6	ca. 2,6	ca. 1,6
Alkohol	ca. 25	ca. 5	1,36
Wasser	ca. 80	ca. 8,9	1,33

Hierbei ist die Dispersion des Lichts nicht berücksichtigt. Maxwell glaubte daher, dass man bei allen Körpern zu einer Uebereinstimmung kommen würde, wenn man die Brechungsexponenten der langsamsten Schwingungen, soweit man sie ermitteln konnte, der Rechnung zu Grunde legte.

Nun lag aber zunächst in der elektromagnetischen Theorie kein Anhaltspunkt, die Tatsache zu erklären, dass man für Licht von verschiedener Schwingungsdauer verschiedene Werte des Brechungsexponenten fand, dass also die Fortpflanzungsgeschwindigkeit von der Schwingungsdauer abhängig ist. Während sonach die elektromagnetische Theorie eine gute Erklärung der Vorgänge im freien Aether gibt, ist sie ohne weitere Annahme, ebenso wie früher die Undulationstheorie, unfähig, die Dispersion zu deuten. Aus der Ueberlegung nun, dass Dispersion

nur in wägbaren durchsichtigen Substanzen vorkommt, müssen wir schliessen, dass sie auf einem Einfluss beruht, den die ponderablen Medien auf die elektrischen und magnetischen Schwingungen des Aethers ausüben. Dass eine solche Einwirkung denkbar ist, geht unmittelbar aus der Maxwellschen Theorie hervor. Wir haben die elektrischen Kräfte als Spannungen in der Richtung der Kraftlinien angesehen, während sie Druckkomponenten quer dazu hervorbringen, so dass man wohl daran denken könnte, dass auch die ponderablen Massen, welche in dem Aether eingelagert sind, durch diese Spannungen in Bewegung gesetzt werden. Man wird dann allerdings genötigt, den ponderablen Molekülen elektrische Ladungen zuzuschreiben, weil dann die elektrischen Spannungen nicht ausschliesslich von der Lichtbewegung herrühren und daher ponderomotorische Kräfte hervorbringen können, deren Periode mit derjenigen der Lichtbewegung übereinstimmt.

Nun ist aber diese Annahme eine von allen Vorgängen auf dem Gebiete der Elektrizität geforderte; namentlich auch die Erscheinungen der Elektrolyse haben zu der Vorstellung geführt, dass alle Körper aus Atomen zusammengesetzt sind, welche entgegengesetzt elektrisch geladen sind; und zwar ist jede Valenzstelle mit einer bestimmten für alle Valenzstellen aller Stoffe immer gleichgrossen Menge positiver oder negativer Elektrizität beladen. Nimmt man im Aether ebensolche eingelagerte sog. Ionen an, dann können sie durch die elektrischen Spannungen Bewegungen bekommen, welche einen Teil der in dem Aether hervorgebrachten Kraft aufbrauchen, dadurch die Aetherschwingungen verändern und so die Dispersion bedingen.

151. **Lichtbewegung in Kristallen.** Eine Deutung dieser Erscheinungen war in der älteren Undulationstheorie, welche den Aether als ein fest-elastisches Mittel ansah, durch die Annahme, entweder, dass der Aether nach verschiedenen Richtungen verschiedene Elastizität habe, oder dass die Trägheit der eingelagerten ponderablen Massen für verschiedene Richtungen der Schwingung eine verschiedene sei, möglich. In der elektromagnetischen Lichttheorie entspricht diesen Hypothesen die Annahme, dass die Dielektrizitäts- und Magnetisierungskonstante nach verschiedenen Richtungen im Kristall verschieden sei, eine Annahme,

welche durch das Experiment bestätigt ist. Dann lassen sich aber dieselben mathematischen Operationen auf die ursprünglichen Gleichungen II anwenden wie bei isotropen Körpern, mit dem Unterschied, dass ε und μ als Variable aufgefasst werden. Für optisch einachsige Kristalle wären zwei verschiedene Werte der elektrischen und magnetischen Konstanten anzunehmen, für optisch zweiachsige Kristalle aber je drei verschiedene Werte in den drei Koordinatenrichtungen.

Die vollständige rechnerische Durchführung des Problems für alle die mannigfaltigen Einzelbedingungen muss einer besonderen Arbeit vorbehalten bleiben.



Namenregister.

Sachregister.

